

УДК 536.46:533.6

В. Н. Ветлущий¹, В. Л. Ганимедов¹, М. И. Мучная¹, Т. В. Поплавская^{1,2}

¹ Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия

² Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия
E-mail: physics@vestnik.nsu.ru

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ С ГОРЕНИЕМ ВОДОРОДА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ*

В работе численно исследуется сверхзвуковое течение реагирующего газа в плоском канале с клиновидным сужением в рамках моделей Эйлера и Навье–Стокса с учетом детальной химической кинетики. Разработан алгоритм расчета химически неравновесного течения смеси водорода с воздухом в канале. Кинетические уравнения для компонент смеси решаются с помощью численного метода расчета для жестких систем поочередно с решением уравнений, описывающих движение газа. Проведено сравнение результатов расчетов для невязкого течения с данными других авторов. Выполнены расчеты вязких течений для различных концентраций горючего (водорода) и различных углов наклона клина.

Введение

При проектировании двигателей гиперзвуковых летательных аппаратов перспективной считается схема с горением за наклонной ударной волной. Такое течение моделирует задача о химически неравновесном течении водородо-воздушной смеси в плоском канале с клиновидным сужением. В рамках уравнений Эйлера эта модельная задача решалась в работах [1] и [2]. В работе [3] в невязкой постановке для стехиометрической смеси $H_2 +$ воздух численно исследовалась детонационная структура в плоском канале, образующаяся при падении на стенку косоугольного скачка. Особенности формирования детонационной волны при обтекании клина водородо-воздушной смесью исследовались в [4] в невязкой постановке и в [5] – с помощью уравнений Навье–Стокса. Модель Навье–Стокса использовалась в [6] для расчета горения водородной струи в спутном потоке воздуха в осесимметричном канале. В работе [7] в сужающемся канале на основе уравнений Навье–Стокса рассматривалось вязкое течение химически неравновесной смеси $O_2 + N_2$. В настоящей работе предлагается алгоритм решения задачи о течении в канале реагирующей смеси газов. На его основе проведены расчеты вязкого течения с горением водородо-воздушной смеси за наклонной ударной волной в канале переменного сечения.

Постановка задачи для течения в канале многокомпонентного газа

Поток газа в плоском канале переменного сечения описывается с помощью нестационарных уравнений Эйлера или Навье–Стокса, которые записываются в криволинейной системе координат ξ, η в форме законов сохранения

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} = 0. \quad (1)$$

Здесь ξ – продольная координата, обезразмеренная по высоте канала на входе, а η – поперечная координата, нормированная по местной высоте канала. Векторы $\hat{Q}, \hat{F}, \hat{G}$ связаны с соответствующими векторами Q, F, G в декартовой системе координат формулами $\hat{Q} = J^{-1}Q, \hat{F} = J^{-1}(F\xi_x + G\xi_y), \hat{G} = J^{-1}(F\eta_x + G\eta_y)$, где $J = \partial(\xi, \eta) / \partial(x, y)$ – якобиан преобразования координат. Компоненты вектора скорости в криволинейной системе координат выражаются через декартовы составляющие: $\hat{u} = \xi_x u + \xi_y v$ и $\hat{v} = \eta_x u + \eta_y v$. В векторах потоков выделяются вязкие и невязкие составляющие: $\hat{F} = \hat{F}_{inv} + \hat{F}_{vis}, \hat{G} = \hat{G}_{inv} + \hat{G}_{vis}$. Тогда окончательно запишется:

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-08-33436).

$$\hat{Q} = J^{-1} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad \hat{F}_{inv} = J^{-1} \begin{pmatrix} \rho \hat{u} \\ \rho u \hat{u} + \xi_x p \\ \rho v \hat{u} + \xi_y p \\ (e + p) \hat{u} \end{pmatrix},$$

$$\hat{G}_{inv} = J^{-1} \begin{pmatrix} \rho \hat{v} \\ \rho u \hat{v} + \eta_x p \\ \rho v \hat{v} + \eta_y p \\ (e + p) \hat{v} \end{pmatrix};$$

$$\hat{F}_{vis} = \frac{J^{-1}}{\text{Re}_\infty} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_x \mu \left(\frac{2}{3} \text{div} \vec{V} - \tau_{11} \right) - \xi_y \mu \tau_{12} \\ \xi_y \mu \left(\frac{2}{3} \text{div} \vec{V} - \tau_{22} \right) - \xi_x \mu \tau_{12} \\ \xi_x \mu \left(\frac{2}{3} u \text{div} \vec{V} - u \tau_{11} - v \tau_{12} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \\ + \xi_y \mu \left(\frac{2}{3} v \text{div} \vec{V} - u \tau_{12} - v \tau_{22} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \end{pmatrix};$$

$$\hat{G}_{vis} = \frac{J^{-1}}{\text{Re}_\infty} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_x \mu \left(\frac{2}{3} \text{div} \vec{V} - \tau_{11} \right) - \eta_y \mu \tau_{12} \\ \eta_y \mu \left(\frac{2}{3} \text{div} \vec{V} - \tau_{22} \right) - \eta_x \mu \tau_{12} \\ \eta_x \mu \left(\frac{2}{3} u \text{div} \vec{V} - u \tau_{11} - v \tau_{12} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \\ + \eta_y \mu \left(\frac{2}{3} v \text{div} \vec{V} - u \tau_{12} - v \tau_{22} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$\text{div} \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_x + \frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_y,$$

$$\tau_{11} = 2 \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_x \right),$$

$$\tau_{12} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_y + \frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_x,$$

$$\tau_{22} = 2 \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_y \right);$$

где $e = -p + \rho(u_2 + v_2) / 2 + \rho h$ – полная энергия на единицу объема, $h = \sum_{i=1}^N c_i h_i$ – энтальпия смеси, $h_i = \int_0^T c_{pi} dT + h_i^f$ – энтальпия i -й компоненты газовой смеси, c_i , c_{pi} , h_i^f – массовая концентрация, удельная теплоемкость при постоянном давлении и теплота образования i -й компоненты газовой

смеси, соответственно. Величины $h_i(T)$ вычислялись по таблично заданным значениям [8] с помощью кусочно-линейной интерполяции.

При обезразмеривании уравнений Эйлера и Навье–Стокса геометрические размеры отнесены к высоте входного сечения H , энтальпия – к квадрату скорости набегающего потока u_∞ , давление – к удвоенному скоростному напору $\rho_\infty u_\infty^2$, остальные параметры отнесены к своим значениям в набегающем потоке. Обозначения общепринятые.

Коэффициент вязкости рассчитывался по формуле Сазерленда. Число Рейнольдса Re_∞ определялось по значениям переменных на входе и по высоте канала. Число Прандтля $\text{Pr} = \mu c_p / \lambda$ принимается постоянным и равным 0,72. Числа Шмидта $\text{Sm}_i = \mu / (\rho D_i)$ для всех компонент газовой смеси также считаются постоянными (как в [6] и [7]) и равными 0,72. Числа Льюиса $\text{Le}_i = \text{Pr} / \text{Sm}_i$ в таком приближении получаются равными единице, поэтому выражения для тепловых потоков в векторах \hat{F}_{vis} и \hat{G}_{vis} упрощаются – в них отсутствуют члены с градиентами концентраций (так же, как и в [6]). Из условия постоянства чисел Шмидта находился коэффициент диффузии D , одинаковый для всех компонент.

Система уравнений замыкается уравнением состояния $p = \rho T (w_\infty / w) / (\gamma_\infty M_\infty^2)$, где M_∞ и γ_∞ – число Маха и отношение удельных теплоемкостей газа в набегающем потоке, w и w_∞ – значения эффективного молекулярного веса в данной точке и в набегающем потоке.

Расчетная область представляет собой канал переменного сечения, ограниченный сверху и снизу твердыми стенками. Канал сужается от начальной высоты до конечной с постоянным углом наклона на некотором участке $\xi > 0$, $\xi < L$, где L – длина канала. На входной границе $\xi = 0$ для уравнений Эйлера ставятся условия набегающего потока, а для уравнений Навье–Стокса, кроме того, вблизи стенок задаются параметры ламинарного пограничного слоя заданной толщины δ , полученные из расчета автомобильного пограничного слоя. На выходной границе $\xi = L$ ставятся «мягкие» условия экстраполяции вектора искомого газодинамических переменных ($\partial f / \partial \xi = 0$). На стенках канала для уравнений Эйлера задается условие непротекания, а для уравнений Навье–Стокса – условия прилипания и отсут-

ствия теплообмена. Стенка считается некаталитической.

В переменных ξ , η расчетная область имеет форму прямоугольника и покрывается равномерной сеткой. Для аппроксимации конвективных членов используется TVD-схема Хартена [9], для аппроксимации вязких членов – центральные разности. Интегрирование по времени полученных разностных уравнений осуществляется с помощью явной пятишаговой схемы Рунге–Кутты. Стационарное решение находится установлением по времени.

Созданная программа была оттестирована для случая совершенного, химически нейтрального газа путем сравнения результатов расчетов с рядом расчетных и экспериментальных данных. Удовлетворительные результаты сравнения приведены в [10].

Алгоритм решения задачи о течении реагирующего газа

Для расчета течения химически неравновесного газа использовались уравнения детальной химической кинетики, решение которых проводилось при заданных газодинамических параметрах, полученных в результате решения системы (1). В качестве кинетической модели для описания горения в смеси водород + воздух выбрана схема из 23 реакций для 9 компонент: H_2 , O_2 , H , O , OH , H_2O , HO_2 , H_2O_2 , N_2 . При этом считается, что азот не участвует в химических превращениях, а только в столкновительных процессах. Список реакций приведен ниже:

1	$H_2O + H \leftrightarrow OH + H_2$
2	$O_2 + H \leftrightarrow OH + O$
3	$H_2 + O \leftrightarrow OH + H$
4	$H_2 + O_2 \leftrightarrow 2 OH$
5	$H_2O + O \leftrightarrow 2 OH$
6	$H_2 + M \leftrightarrow H + H + M^*$
7	$O_2 + M \leftrightarrow O + O + M$
8	$H_2O + M \leftrightarrow OH + H + M$
9	$OH + M \leftrightarrow H + O + M$
10	$H_2O + O \leftrightarrow H + HO_2$
11	$H_2 + O_2 \leftrightarrow H + HO_2$
12	$H_2O + O_2 \leftrightarrow OH + HO_2$
13	$H_2O + OH \leftrightarrow H_2 + HO_2$
14	$OH + OH \leftrightarrow H + HO_2$
15	$OH + O_2 \leftrightarrow O + HO_2$
16	$HO_2 + M \leftrightarrow H + O_2 + M$

17	$H + H_2O_2 \leftrightarrow H_2O + OH$
18	$H + H_2O_2 \leftrightarrow HO_2 + H_2$
19	$2 HO_2 \leftrightarrow H_2O_2 + O_2$
20	$HO_2 + H_2O \leftrightarrow H_2O_2 + OH$
21	$OH + HO_2 \leftrightarrow H_2O_2 + O$
22	$H_2O + O_2 \leftrightarrow H_2O_2 + O$
23	$H_2O_2 + M \leftrightarrow OH + OH + M$

* M обозначает любую из девяти компонент

Выбранная кинетическая схема взята из работы [11], авторы которой показывают, что более подробной детализации для моделирования газодинамической картины течения при горении смеси H_2 + воздух не требуется. Система уравнений записывается следующим образом:

$$\rho \frac{dc_i}{dt} = w_i \sum_{j=1}^J (b_{ij} - a_{ij}) k_j \prod_{n=1}^N \left(\rho \frac{c_n}{w_n} \right)^{a_{nj}} + D_{vis}, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2)$$

Здесь N – число компонент газовой смеси, J – число реакций, в которых участвует i -я компонента, a_{ij} , b_{ij} – стехиометрические коэффициенты, k_j – константа скорости j -й реакции. Константы скоростей прямых и обратных реакций, которые являются функциями температуры, взяты также из работы [11].

В правую часть уравнений (2) введено дополнительное слагаемое D_{vis} , с помощью которого учитывается диффузия компонент смеси для случая расчета течения вязкого теплопроводного газа:

$$D_{vis} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho D \frac{\partial c_i}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho D \frac{\partial c_i}{\partial y}).$$

Когда рассчитывается невязкое течение, величина D_{vis} полагается равной нулю.

При решении системы (2) слагаемые D_{vis} трактуются как источниковые члены, при численной реализации алгоритма их значения берутся с предыдущей итерации по времени установления. Поэтому решение уравнений (2) и в случае течения с вязкостью сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений вдоль линий тока. Эта система решалась численно L -устойчивым (m, k) -методом для решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений [12]. Метод второго порядка точности.

Алгоритм решения кинетических уравнений (2) применительно к химически неравновесному течению в канале с заданным распределением всех газодинамических параметров состоит в следующем. На вход в канал поступает равномерно перемешанная смесь газа. Для $x = 0$ в каждом узле расчетной сетки (x_0, y_k) решается система уравнений (2) при заданных значениях плотности, температуры и массовых концентраций. За величину шага интегрирования выбирается время Δt_k , необходимое для перемещения частицы газа в продольном направлении на величину шага сетки Δx , т. е. $\Delta t_k = \Delta x / u_k$, где u_k – продольная компонента скорости в точке (x_0, y_k) . За это время прореагировавшая частица сплошной среды сдвинется по поперечной координате на величину $v_k \Delta t_k$, где v_k – поперечная компонента скорости. Таким образом, в сечении $x = \Delta x$ определяются значения концентраций в точках с координатами $(x_1, y_k + v_k \Delta t_k)$. Тем самым отслеживается движение частиц газовой смеси вдоль их траектории. Найденные значения концентраций переинтерполируются в узлы расчетной сетки (x_1, y_k) . С известными значениями плотности, температуры и скорости при $x = \Delta x$ и новыми значениями концентраций делается следующий шаг до следующего сечения сетки $x = 2 \Delta x$, и т. д. до выходного сечения.

Описанный маршевый метод, как показала практика расчетов, оказался вполне работоспособным и в случае появления в канале небольших пристенных зон с возвратным течением в вариантах с учетом вязкости. Для их преодоления использовалась процедура снесения значений концентраций с границы области возвратного течения внутрь этой области. В этих зонах скорости газа очень малы, а температуры высоки, реакции здесь проходят практически до конца, поэтому, как представляется, погрешность данного приближения не оказывает значительного влияния на общую картину течения.

Система уравнений (1), описывающая течение газа, и уравнения химической кинетики (2) решаются поочередно до полного установления по времени. В результате численных экспериментов было получено, что решение системы (2) достаточно про-

водить через 100 шагов по времени установления при решении системы (1). Это существенно экономит время расчета, тем более что маршевый проход при решении системы (2) требует на порядок больше времени, чем одна временная итерация при решении системы (1).

Расчеты на основе уравнений Эйлера проводились на равномерной сетке 300×300 , а с использованием уравнений Навье–Стокса – на сетке 400×400 . Применение более мелких сеток результатов практически не меняло. На наш взгляд, сочетание явного метода решения разностных уравнений и использование мелких равномерных сеток позволяют качественно рассчитывать течение с большими градиентами параметров без заранее известной их локализации.

Результаты расчетов невязкого течения

С целью тестирования предложенного алгоритма было рассчитано невязкое течение в канале с клиновидным сужением для сравнения с результатами расчетов работы [2]. Высота канала на входе $H = 0,52$ м, длина канала $L = 1$ м, угол клина $\theta = 12^\circ$. Однородная смесь водорода с воздухом поступает в этот канал при числе Маха 2,75, давлении 10^5 Па и температуре 875 К. Приведем результаты трех расчетов: с коэффициентом избытка топлива (водорода) $\phi = 0,1; 0,2$ и $0,252$. Иначе говоря, в первом варианте на вход подавалась смесь $0,2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3,76\text{N}_2$, во втором – $0,4\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3,76\text{N}_2$, в третьем – $0,504\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3,76\text{N}_2$. Для расчетов молярные концентрации пересчитывались в массовые. В работе [2] используется коэффициент избытка воздуха $\alpha = 1/\phi$, который, соответственно, равен 10,0; 5,0 и 3,97. Отметим сразу, что полученные результаты оказались несколько отличными от приведенных в [2]. В предположении, что отличие может быть связано с различием кинетических схем, были проведены расчеты этих же вариантов с применением констант химических реакций, используемых в [2] и найденных нами в [13]. Кинетическая схема из [13] для описания горения водорода в воздухе, кроме рекомендуемых в [11] 23 реакций, включает еще

7 реакций, которые не учитывались в настоящих расчетах. Результаты получились очень близкими к приведенным в работе [2]. Этот факт является косвенным подтверждением вывода работы [11] о том, что 23 реакции, приведенные выше, достаточны для адекватного описания картины течения.

На рис. 1 приведены поля чисел Маха, полученные в настоящих расчетах с химическими константами из [11; 13] (a , b соответственно). Все размеры канала отнесены к высоте входного сечения. Сопоставление результатов показывает, что структура течения в вариантах a и b идентична. Во всех случаях наблюдается образование λ -ножки: за косым скачком в результате повышения температуры начинаются реакции, у поверхности клина возникает первичная детонационная волна, которая взаимодействует с косым скачком, и образуется основная детонационная волна. По мере увеличения относительного содержания горючего размер λ -ножки уменьшается, а интенсивность основной детонационной волны возрастает. Использование в вариантах a и b разного набора химических констант привело к следующим различиям. В вариантах a первичная детонационная волна расположена ближе к косому скачку и раньше пересекается с ним. Поэтому в вариантах a для соответствующих значений α размеры λ -ножки меньше – особенно это заметно для $\alpha = 10$, и угол наклона основной детонационной волны меньше – особенно это заметно для $\alpha = 3,97$. Для дальнейших расчетов будут использоваться химические константы из [11], где выбор их является результатом анализа нескольких работ, в том числе [13] и более поздних работ.

Надо отметить, что в настоящих расчетах отражение головной ударной волны от противоположной стенки канала для вариантов a и b при всех значениях α получается нерегулярным. При $\alpha = 10$ за отраженным скачком у стенки существуют небольшие дозвуковые области, а при $\alpha = 5$ и $\alpha = 3,97$ отчетливо видны λ -ножки Маха и обширные дозвуковые зоны у стенки. В работе [2] такая же картина была получена только при $\alpha = 3,97$. Возможно, это связано с тем, что данный вариант рассчитывался в [2] так же, как в настоящей работе, методом установления, а другие варианты – маршевым методом.

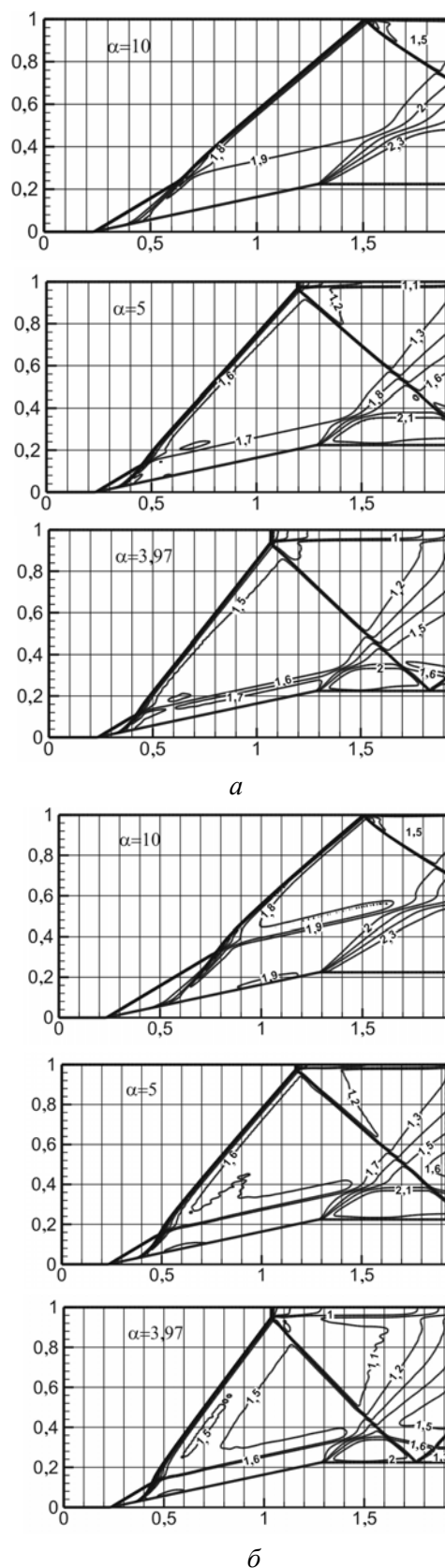


Рис. 1. Поля чисел Маха невязкого течения для трех значений коэффициента избытка воздуха $\alpha = 10, 0; 5, 0$ и $3, 97$. Размеры канала отнесены к высоте входного сечения. $H = 0,52$ м, $L = 1$ м, $\theta = 12^\circ$, $M_\infty = 2,75$, $P_\infty = 10^5$ Па, $T_\infty = 875$ К

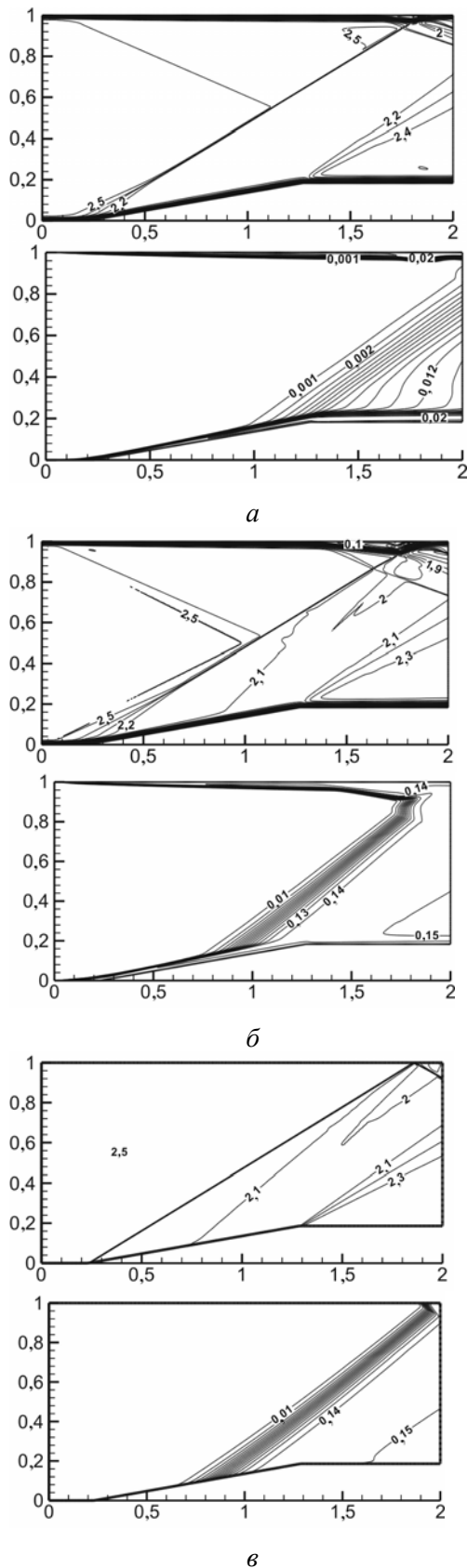


Рис. 2. Поля чисел Маха и массовых концентраций H_2O для двух значений коэффициента избытка топлива: *a* – $\phi = 0,1$; *б* – $\phi = 1,0$ – расчеты на основе уравнений Навье–Стокса; *в* – $\phi = 1,0$ – расчет на основе уравнений Эйлера. $H = 0,52$ м; $L/H = 2$, $\theta = 10^\circ$; $M_\infty = 2,5$; $T_\infty = 1200$ К; $P_\infty = 3 \cdot 10^3$ Па; $Re_\infty = 1,35 \cdot 10^5$

Результаты расчетов вязкого течения

Расчеты вязкого течения проводились для канала с клиновидным сужением, аналогичным тому, для которого рассчитывались невязкие варианты. Высота входа $H = 0,52$ м, безразмерная длина канала $L/H = 2$. Угол клина θ составлял 8, 10 и 12° , причем во всех вариантах начало и конец клина совпадали по продольной координате. На входе задавались число Маха $M_\infty = 2,5$; температура $T_\infty = 1200$ К; давление $P_\infty = 3 \cdot 10^3$ Па.

Число Рейнольдса Re_∞ , рассчитанное по параметрам на входе и высоте H , равно $1,35 \cdot 10^5$. Давление задавалось на два порядка меньше, чем в вариантах без вязкости, чтобы число Рейнольдса не было бы слишком большим, и результаты расчетов на основе уравнений Навье–Стокса были адекватны моделируемому течению.

На рис. 2 приведены поля чисел Маха и массовых концентраций воды, полученные в расчетах при $\theta = 10^\circ$ для двух значений коэффициента избытка топлива: $\phi = 0,1$ и $\phi = 1,0$ (стехиометрическая смесь). Видно, как косой скачок от клина, отражаясь от противоположной стенки канала, вызывает отрыв пограничного слоя. Область отрыва тем больше, чем выше содержание горючего. В пограничном слое, где скорости малы, а температура газа на стенке составляет выше 1800 К, реакции начинаются сразу за входом. В основном потоке при $\phi = 0,1$ реакции идут сравнительно медленно: зона горения начинается на значительном расстоянии от волны сжатия и простирается до выхода, причем реакции завершаются только в пограничном слое. В варианте с $\phi = 1,0$ зона горения расположена ближе к волне сжатия и достаточно компактна. Отрыв на верхней стенке инициирует разворот фронта горения, идущего вдоль пограничного слоя, внутрь канала. И здесь происходит смыкание фронтов горения. Распределения температуры и давления на стенках канала для обоих вариантов приведены на рис. 3 и 4.

Если температура во втором варианте на обеих стенках повышается сильнее, чем в первом, то давление на протяжении $2/3$ длины канала практически не зависит от состава смеси. Но ниже по течению давление также выше в варианте с $\phi = 1,0$, особенно на верхней стенке, где отражается скачок.

На рис. 2, *в* приведены поля чисел Маха и массовых концентраций воды для рассмотренного варианта с $\phi = 1,0$, но получен-

ные в результате решения уравнений Эйлера. Видно, что в расчете без учета вязкости реакции у верхней стенки заканчиваются позже, и расположение фронта горения отличается от полученного в вязком расчете не только в пристенной области, но и в основном потоке. Это свидетельствует о том, что диссипативные процессы оказывают существенное влияние на картину течения, и их необходимо учитывать.

Влияние угла наклона клина демонстрирует рис. 5. На нем представлены поля числа Маха и массовых концентраций воды при задании стехиометрического состава смеси на входе $\phi = 1,0$ для $\theta = 8, 10$ и 12° . Сопоставление этих вариантов показывает, что с увеличением θ растет интенсивность косо скачка, у верхней стенки увеличивается область отрыва и она смещается ближе ко входу, зона реакций приближается к косому скачку, фронт горения сужается.

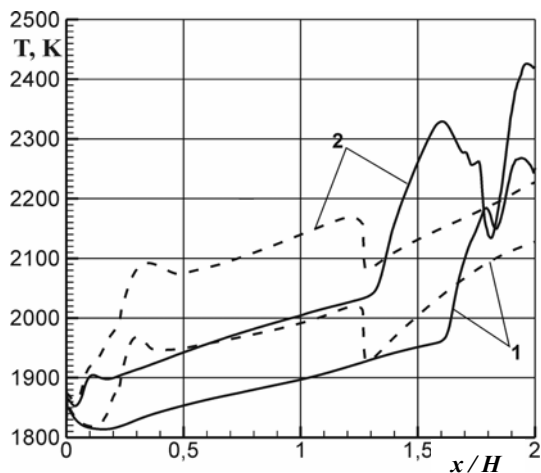


Рис. 3. Распределение температуры на верхней (сплошные линии) и нижней (штриховые линии) стенках канала для $\theta = 10^\circ$.
1 – $\phi = 0,1$; 2 – $\phi = 1,0$

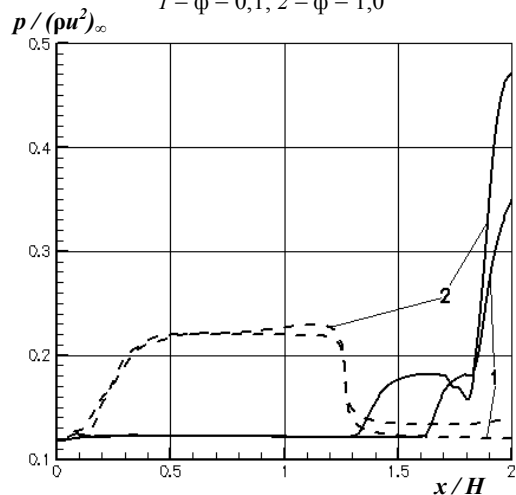


Рис. 4. Распределение давления на верхней (сплошные линии) и нижней (штриховые линии) стенках канала для $\theta = 10^\circ$. 1 – $\phi = 0,1$; 2 – $\phi = 1,0$

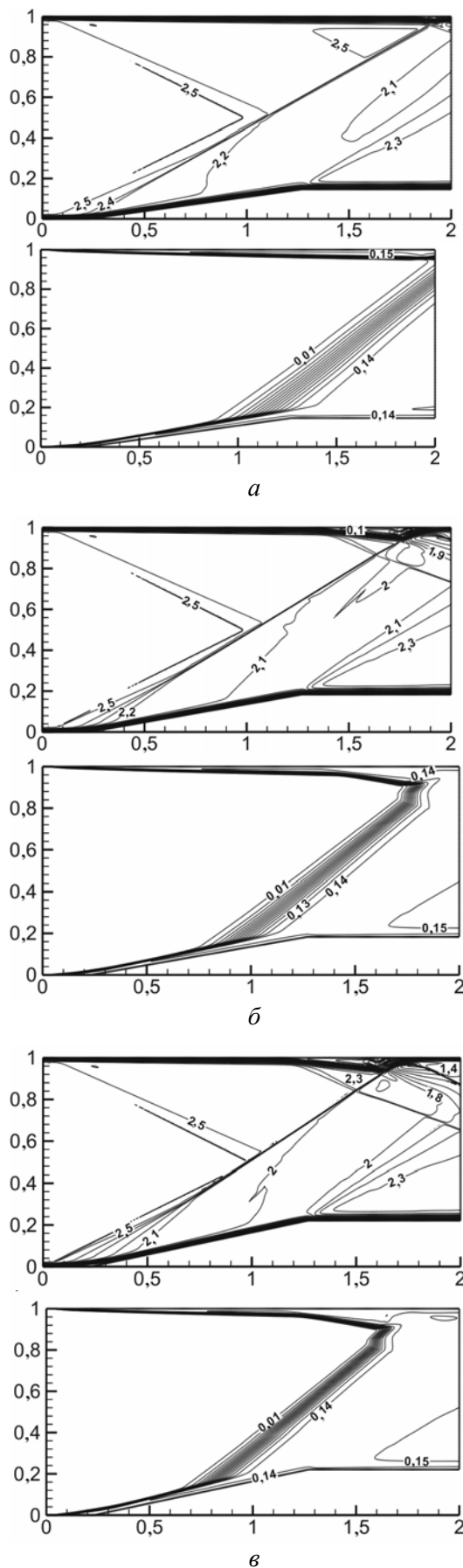
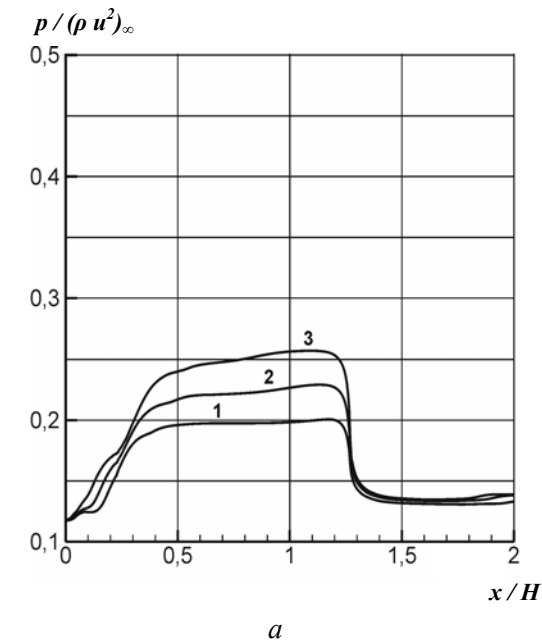
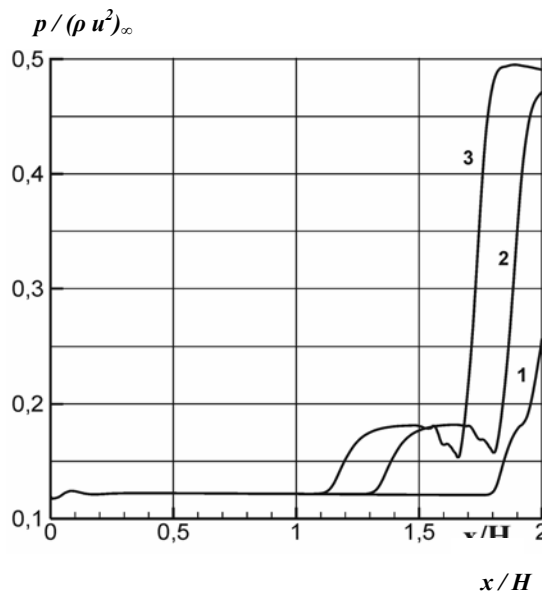


Рис. 5. Поля чисел Маха и массовых концентраций H_2O при $\phi = 1,0$: а – $\theta = 8^\circ$; б – $\theta = 10^\circ$, в – $\theta = 12^\circ$



а



б

Рис. 6. Распределения давления при $\phi = 1,0$ на нижней (а) и верхней (б) стенках канала. Цифры 1–3 обозначают варианты $\theta = 8, 10, 12^\circ$

Для этих вариантов на рис. 6 представлены распределения давления на стенках канала. Как и следовало ожидать, увеличение угла наклона клина приводит к большему возрастанию давления за скачком. В то же время на нижней стенке на участке за клином во всех вариантах оно практически совпадает. Давление на верхней стенке в зоне отражения ударной волны также растет с ростом угла наклона клина.

Заключение

Предложен алгоритм для численного расчета течения в канале с горением водородо-воздушной смеси на основе моделей Эйлера и Навье–Стокса и уравнений химической кинетики. Используются современные кинетическая схема и константы химических реакций. Система уравнений, описывающая течение газа, и кинетические уравнения решаются поочередно до полного установления по времени. Уравнения химической кинетики решаются маршевым методом вдоль линий тока. Данный подход позволяет использовать детальную химическую кинетику и в то же время не создает проблемы согласования газодинамического и химических времен. Разработанный алгоритм позволил рассчитать параметры течения и в небольших пристенных зонах отрыва. Результаты расчетов показали, что выбор химических констант заметно влияет на положение системы скачков. Показано, что учет вязкости, теплопроводности и диффузии значительно меняет картину течения. Наличие пограничного слоя, а также образование отрывных зон способствуют ускорению реакций. Получено, что по мере увеличения угла наклона клина фронт горения приближается к косому скачку и сужается.

Список литературы

1. Bussing T. R. A., Murman E. M. Numerical Investigation of Two-Dimensional H_2 -Air Flameholding over Ramps and Rearward-Facing Steps // J. of Propulsion and Power. 1987. Vol. 3. No. 5. P. 448–454.
2. Безгин Л. В., Ганжелю А. Н., Гуськов О. В. и др. Численная оценка возможности управления горением, индуцированным скачком // Химическая физика. 2001. Т. 20, № 6. С. 45–58.
3. Li C., Kailasanath K., Oran E. S. Detonation structures generated by multiple shocks on ram-accelerator projectiles // Combust. Flame. 1997. Vol. 108. No. 1/2. P. 173–186.
4. Vlasenko V., Sabelnikov V. Numerical simulation of inviscid flows with hydrogen combustion after shock waves and in detonation waves // AIAA Paper No. 94–3177. 1994.
5. Figueira Da Silva L. F., Deshaies B. Stabilization of an oblique detonation wave by a wedge: A parametric numerical study // Combust. Flame. 2000. Vol. 121. No. 1/2. P. 152–166.

6. Гуськов О. В., Копченков В. И. Численное исследование структуры течения в канале при сверхзвуковых условиях на входе // *Аэромеханика и газовая динамика*. 2001. № 1. С. 28–39.

7. Егоров И. В., Иванов Д. В. Моделирование внутренних отрывных течений с учетом химической неравновесности // *Журн. выч. матем. и мат. физики*. 1997. Т. 37, № 6. С. 751–758.

8. *Термодинамические свойства индивидуальных веществ*: Справ. изд.: В 4 т. / Под ред. В. П. Глушко. М.: Наука, 1978. Т. 1, кн. 2.

9. Yee H. C., Warming R. F., Harten A. Implicit total variation diminishing (TVD) schemes for steady-state calculations // *J. of Computational Physics*. 1985. Vol. 57. P. 327–360.

10. Ganimedov V. L., Muchnaya M. I., Poplavskaya T. V. et al. Calculation of supersonic flow in a flat channel // *Proc. of XII Inter. Conf. on Meth. Aeroph. Research, Novosibirsk, Russia*. June 28 – July 3. 2004. Pt 4. P. 149–153.

11. Даутов Н. Г., Старик А. М. К вопросу о выборе кинетической схемы при описании детонации в смеси H_2 + воздух за ударными волнами // *Теплофизика высоких температур*. 1993. Т. 31, № 2. С. 292–301.

12. Новиков Е. А., Шитов Ю. А. Алгоритм интегрирования жестких систем на основе (m, k) -метода второго порядка точности с численным вычислением матрицы Якоби. Красноярск: ВЦ СО АН СССР / Препринт № 20. 1987.

13. Димитров В. И. Простая кинетика. Новосибирск: Наука, 1982.

Условные обозначения

x, y – компоненты декартовой системы координат

ξ, η – компоненты криволинейной системы координат

t – время

Q, F, G – векторы потоков в декартовой системе координат

$\hat{Q}, \hat{F}, \hat{G}$ – векторы потоков в криволинейной системе координат

J – якобиан преобразования координат

\vec{V} – вектор скорости

u, v – декартовы компоненты вектора скорости

\hat{u}, \hat{v} – компоненты вектора скорости в криволинейной системе координат

$\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{22}$ – компоненты тензора напряжений

p – давление

ρ – плотность

T – температура

e – полная энергия

h – энтальпия смеси

h_i – энтальпия i -й компоненты газовой смеси

w_i – молекулярный вес i -й компоненты

w – эффективный молекулярный вес газовой смеси

c_i – массовая концентрация i -й компоненты

c_{pi} – удельная теплоемкость при постоянном давлении i -й компоненты

h_i^f – теплота образования i -й компоненты

D – коэффициент диффузии

μ – коэффициент вязкости

λ – коэффициент теплопроводности

γ – отношение удельных теплоемкостей

H – высота входного сечения канала

L – длина канала

θ – угол наклона клина

P_r – число Прандтля

Sm_i – число Шмидта

Le_i – число Льюиса

$Re_\infty = \rho_\infty u_\infty H / \mu_\infty$ – число Рейнольдса

M_∞ – число Маха набегающего потока

ϕ – коэффициент избытка топлива

$\alpha = 1/\phi$ – коэффициент избытка воздуха

Нижние индексы

∞ – параметры в набегающем потоке

i – i -я компонента смеси

x, y – производные по координатам x и y

Материал поступил в редколлегию 29.01.2007