

**А. В. Бойко<sup>1</sup>, А. В. Иванов<sup>1</sup>, Ю. С. Качанов<sup>1</sup>, Д. А. Мищенко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН  
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия  
E-mail: misch2005@yandex.ru

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГЁРТЛЕРА \*

Работа посвящена экспериментально-теоретическому исследованию устойчивости пограничного слоя Блазиуса, нарастающего на вогнутой стенке, к нестационарным вихрям Гёртлера, включая квазистационарные, которые физически соответствуют стационарным вихрям. Эксперименты проведены в условиях возбуждения контролируемых возмущений, которые вне ближнего поля источника представляют собой либо квазистационарную (на низких частотах), либо нестационарную (на высоких частотах) первую гёртлеровскую моду. Для всех исследованных режимов (числа Струхала от 0,000074 до 0,00398, поперечные волновые числа от 0,490 до 1,469) впервые получено хорошее количественное согласование экспериментальных и теоретических инкрементов, а также всех других характеристик линейной устойчивости включая собственные функции и фазовые скорости. Найдено, что нелокальная непараллельная теория лучше согласуется с экспериментом, чем параллельная. Для существенно нестационарных возмущений обнаружена парадоксальная возможность стабилизирующего влияния роста числа Гёртлера.

*Ключевые слова:* аэрофизика, пограничный слой, неустойчивость Гёртлера, переход к турбулентности.

### Введение

Специфической особенностью потоков над вогнутыми стенками является возникновение центробежной силы, действие которой на частицы жидкости сильно неоднородно по толщине пограничного слоя из-за присутствия градиента продольной скорости по нормали к стенке. Эта ситуация качественно схожа со стратификацией и может приводить к появлению неустойчивости пограничного слоя, называемой неустойчивостью Гёртлера или Тейлора-Гёртлера (см., например, [1]). В результате в потоке возникают продольные вихри, которые могут вызывать турбулизацию ламинарного пограничного слоя, интенсифицировать тепло-массообмен и существенно влиять на другие свойства течения.

На основании экспериментальных данных обычно считается, что стационарные вихри доминируют. Это положение прав-

доподобно и часто справедливо, но оно не является строгим (см., например, [2]). Доминирование стационарных вихрей во многих экспериментах может объясняться не их наибольшим нарастанием, а другими причинами, например более сильной восприимчивостью течения к этим возмущениям либо более высокими амплитудами неровностей поверхности или неоднородностей внешнего потока по сравнению с амплитудами вибраций поверхности или пульсаций скорости потока.

Неустойчивость пограничных слоев к стационарным вихрям Гёртлера исследуется как экспериментально, так и теоретически, в течение многих лет (см., например, обзоры в [1] и [3]). Впервые продольные вихри, вызванные неустойчивостью течения между вращающимися цилиндрами, были обнаружены и изучены теоретически и экспериментально Тейлором [4]. Позже Гёртлер, осно-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-01-00519).

вываясь на теоретическом анализе, показал [5], что такая же неустойчивость может возникать в пограничных слоях на вогнутых поверхностях, если параметр, названный позже числом Гёртлера, превысит некоторое критическое значение. В экспериментах [6], еще до работы Гёртлера, было найдено, что ламинарный пограничный слой на вогнутой стенке переходит к турбулентности раньше, чем на плоской. В работе [7] была показана связь этого эффекта с возникновением гёртлеровской неустойчивости и найдено, что число Гёртлера дает хорошее описание свойств устойчивости. Прямое экспериментальное подтверждение существования вихрей Гёртлера было получено с помощью визуализации обтекаемой поверхности каолином [8].

Первые подробные исследования гёртлеровской неустойчивости основывались на различных методах визуализации потока (см., например, [9]). Эксперименты показали, что неустойчивость развивается в пространстве, т. е. имеет конвективный характер. Согласно линейной теории [10] течение становится неустойчивым при числах Гёртлера, превосходящих несколько десятых. В то же время вихревые возмущения обычно не удавалось обнаружить до чисел Гёртлера около десяти. Оказалось, что скорость нарастания амплитуды вихрей мала, и около половины зоны их нарастания вниз по потоку можно обычно считать линейной [1].

Ряд экспериментов проводился с помощью метода контролируемых возмущений. В работе [11] периодические по размаху стационарные возмущения вводились в пограничный слой с помощью нагретых продольно ориентированных проволок, а неустойчивость изучалась методом водородных пузырьков. Были получены некоторые точки кривой нейтральной устойчивости. Однако амплитуда возбуждаемых возмущений была довольно велика, поскольку иначе их невозможно было регистрировать. В экспериментах [12] в качестве генератора стационарных вихрей Гёртлера использовался набор тонких пластинок, расположенных выше по потоку от передней кромки, повторены некоторые результаты работы [11] и получены дополнительные точки коротковолновой части нейтральной кривой. В то же время положение ее длинноволновой части (с волновыми числами около единицы и меньше) не согласова-

лось с результатами, полученными на основе линейной теории устойчивости [1]. Одна из причин различий связана, вероятно, с нелинейными эффектами, так как измерявшиеся амплитуды возмущений скорости были очень велики (часто около 10 % от скорости основного потока, как в [11]). В длинноволновой области проблемы существуют и в теории (см., например, [13]). Так, в расчетах [5] число Гёртлера на нейтральной кривой возрастает с уменьшением поперечного волнового числа ниже 0,1 (и при волновом числе около 0,01 приближается к 10), в расчетах [14] оно остается малым и примерно постоянным (около  $0,7 \div 0,8$ ), а в расчетах [10] продолжает уменьшаться до величин, меньших 0,1. Скорости нарастания возмущений, предсказываемые различными теориями, также существенно отличаются между собой и не согласуются с экспериментальными. Расхождение теоретических и экспериментальных скоростей нарастания наблюдается во всем исследованном диапазоне поперечных волновых чисел и чисел Гёртлера.

Помимо нелинейных эффектов, другой причиной указанного расхождения являются так называемые эффекты ближнего поля. Они связаны с влиянием начального спектра возмущений пограничного слоя, т. е. с присутствием вблизи источника вихрей большого количества затухающих мод с одинаковым поперечным волновым числом [15]. Эти эффекты, ассоциируемые также с «подъемным эффектом» (*lift-up effect*), наиболее сильны для стационарных возмущений (с нулевыми продольными волновыми числами) [16]. Суперпозиция указанных мод приводит к сложному поведению амплитуд возмущений в ближнем поле, которое зависит от их конкретного спектра и может, в частности, приводить к так называемому кратковременному нарастанию. Длина ближнего поля зависит от параметров потока и спектра начальных возмущений.

Гёртлеровская неустойчивость в виде нестационарных (осциллирующих или блуждающих) вихрей в качестве основного состояния была рассмотрена теоретически лишь в [17; 18]. Показано [18], что при поперечном волновом числе, стремящимся к бесконечности, наиболее быстро нарастают стационарные вихри. Случай волнового числа порядка единицы, наиболее важный практически, изучен не был. Эксперименталь-

ных исследований характеристик линейной неустойчивости Гёртлера в нестационарной постановке вообще не проводилось. В то же время нестационарные вихри Гёртлера часто возникают в реальных условиях. Они инициируются, как правило, низкочастотными вихревыми возмущениями набегающего потока (см. [2]). Такие вихри характерны, например, для течений на лопатках турбомашин.

Исследование нестационарной (включая квазистационарную) гёртлеровской неустойчивости имеет большое фундаментальное, практическое и методическое значение. С методической точки зрения большинство проблем изучения стационарных вихрей Гёртлера связано с низкой точностью измерения малых возмущений средней скорости на фоне большой скорости исходного потока. Помимо низкой точности, трудности предшествующих экспериментов связаны с возможным влиянием нелинейности и с примесью механизма внемодового нарастания (ближнего поля источника возмущений). По этим причинам до сих пор не удавалось получить количественного согласования скоростей нарастания стационарных вихрей с расчетами по линейной теории устойчивости. При исследовании же нестационарных (и квазистационарных) вихрей точность измерений может быть повышена на несколько порядков благодаря применению фурье-анализа, а эффекты ближнего поля могут быть сравнительно легко изучены и учтены.

В данном исследовании указанные трудности были преодолены следующим образом: а) отстройка от нулевой частоты и работа с квазистационарными возмущениями (физически соответствующими стационарным); б) проведение измерений на очень низких амплитудах; в) минимизация и оценка ближнего поля через использование специального источника возмущений и проведение соответствующих расчетов. Ставились также задачи экспериментального и теорети-

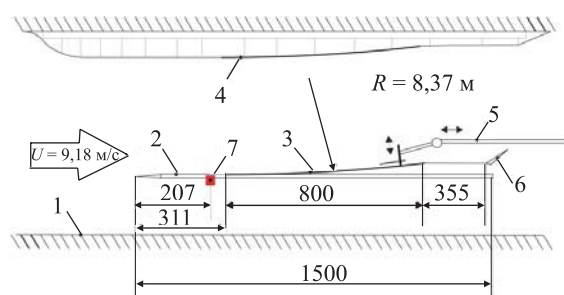


Рис. 1. Схема эксперимента

ческого (по параллельной и непараллельной теории) определения характеристик линейной устойчивости к существенно нестационарным вихрям Гёртлера и прямого сопоставления полученных результатов. Все цели были достигнуты.

### Методика исследований

Измерения проводились в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН при скорости потока  $U_e = 9,18$  м/с (рис. 1). Исследуемый пограничный слой создавался на плоской пластине (2) с закрылком (6), имевшей вставку (3) с вогнутой поверхностью радиусом закругления  $R = 8,37$  м. Для получения безградиентного течения над пластиной была смонтирована адаптивная ложная стенка (4), поверхность которой параллельна обтекаемой модели.

Для введения в пограничный слой трехмерных контролируемых гармонических возмущений использовался источник ВС-II, смонтированный на расстоянии 207 мм от передней кромки. Он представлял собой узкую щель в поверхности пластины (ориентированную по размаху) с подведенными к ней 83-мя трубками, соединенными с 8-ю заглушенными динамиками, и создавал в пограничном слое слабые колебания типа вдува / отсоса. В данной работе этот источник впервые использовался для возбуждения вихрей Гёртлера.

Основные измерения продольной компоненты средней и пульсационной скорости потока проводились термоанемометром в диапазоне значений продольной координаты  $x$  от 400 до 900 мм, отсчитываемой от передней кромки пластины (2). Датчик термоанемометра крепился на трехкомпонентном координатнике (5).

Измерения показали, что реализующийся в эксперименте пограничный слой близок к пограничному слою Блазиуса. Значения формпараметра  $H = \delta_1 / \delta_2$  практически точно (до третьего знака) равны теоретическому 1,59. Число Гёртлера  $G = (U_e \delta_1 / \nu)(\delta_1 / R)^{1/2}$  находится в интервале  $10 \div 17$ , который был выбран с таким расчётом, чтобы течение было неустойчивым, но возмущения нарастали не слишком быстро и неконтролируемые вихри Гёртлера не влияли на развитие контролируемых. Здесь  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  – толщина вытеснения и потери импульса пограничного слоя, а  $\nu$  – кинематическая вязкость воздуха.

Амплитуды неконтролируемых стационарных вихрей Гёртлера не превышают в области измерений 0,3 %.

Контролируемые нестационарные вихри Гёртлера изучались в 22-х режимах при трех поперечных длинах волн  $\lambda_z = 24, 12, \text{ и } 8 \text{ мм}$  ( $\Lambda = (Ue\lambda_z / \nu)(\lambda_z / R)^{1/2} = 775, 274 \text{ и } 149$ ) в диапазоне частот  $f$  от 0,5 до 20 Гц. В начале области измерений указанные величины соответствовали безразмерным поперечным волновым числам  $\beta\delta_1 = (2\pi/\lambda_z)\delta_1 = 0,353; 0,707 \text{ и } 1,060$  и числам Струхала  $Sh = f\delta_1/Ue$  от 0,000074 до 0,00294, а в конце:  $\beta\delta_1 = 0,490; 0,980 \text{ и } 1,469$  и  $Sh$  от 0,000099 до 0,00398. Амплитуды начальных возмущений были очень малы (около 0,2–0,3 %), а скорости нарастания, как было показано, от амплитуды не зависели.

Теоретическая (включая расчетную) часть исследования основана на двух подходах. Во-первых, на классической линейной локально-параллельной теории гёртлеров-

ской неустойчивости (ЛПТ), обобщенной на случай нестационарных возмущений, и, во-вторых, на решении параболизированных уравнений устойчивости с учетом всех эффектов непараллельности течения (ЛНТ). Теоретическое исследование имело две цели: а) оценка параметров экспериментальной задачи с целью более успешного планирования эксперимента; б) получение характеристик линейной устойчивости пограничного слоя к нестационарным вихрям Гёртлера с целью сопоставления с экспериментальными данными.

### Свойства вихрей Гёртлера и характеристики устойчивости

Мгновенная форма вихрей Гёртлера, возбуждаемых в квазистационарном ( $f = 2 \text{ Гц}$ ) и нестационарном ( $f = 20 \text{ Гц}$ ) режимах, показана на рис. 2 и 3 в плоскостях  $(y, z)$  и  $(x, y)$  для  $x$ -компоненты пульсаций скорости (в процентах от скорости свободного потока). Оба

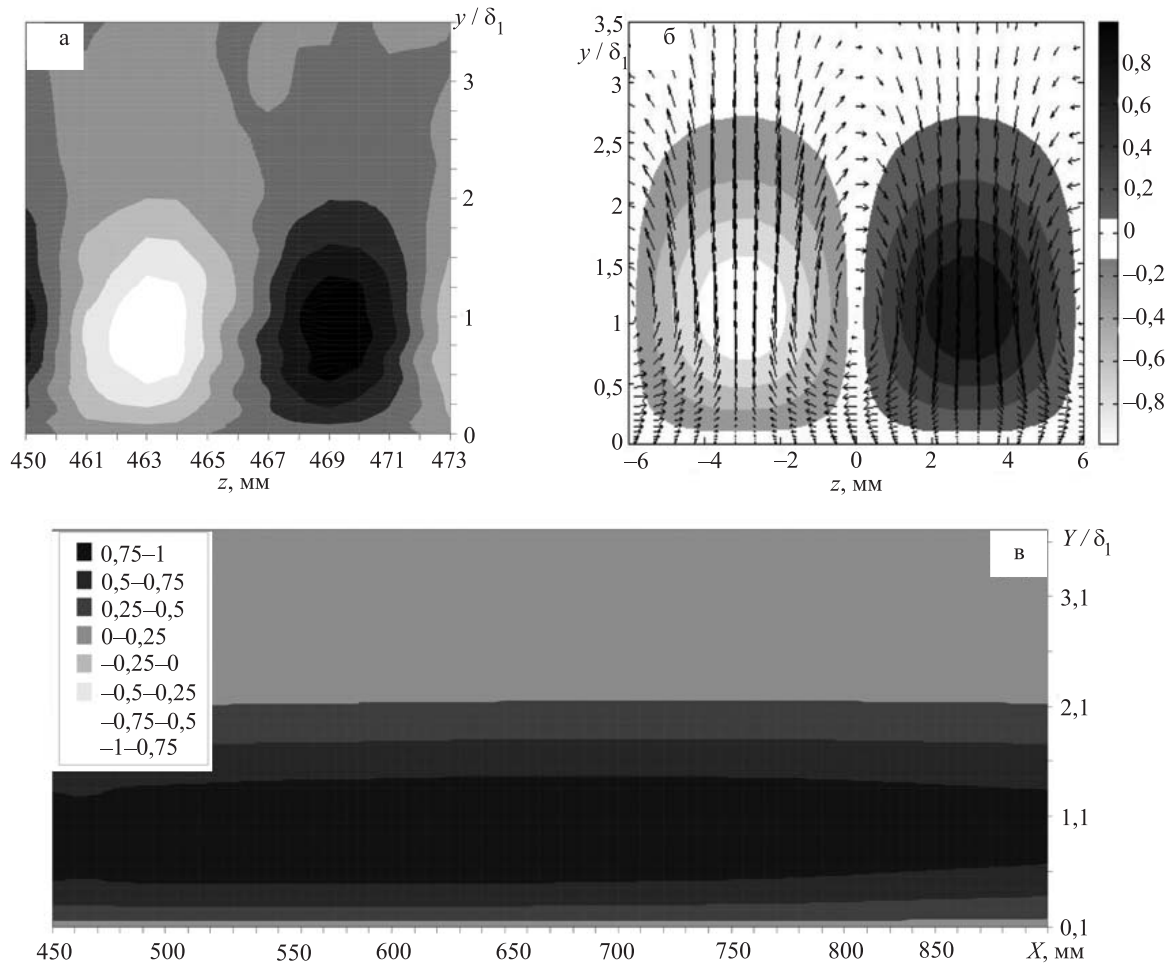


Рис. 2. Форма квазистационарных вихрей (2 Гц). Измеренные (а, в) и рассчитанные (б) сечения мгновенных полей продольной компоненты возмущения скорости плоскостями  $(y, z)$  с  $x = 900 \text{ мм}$  и  $(x, y)$  с  $z = -31 \text{ мм}$ . Стрелками (б) показаны проекции векторов возмущения скорости на плоскость  $(y, z)$ .  $\lambda_z = 12 \text{ мм}$

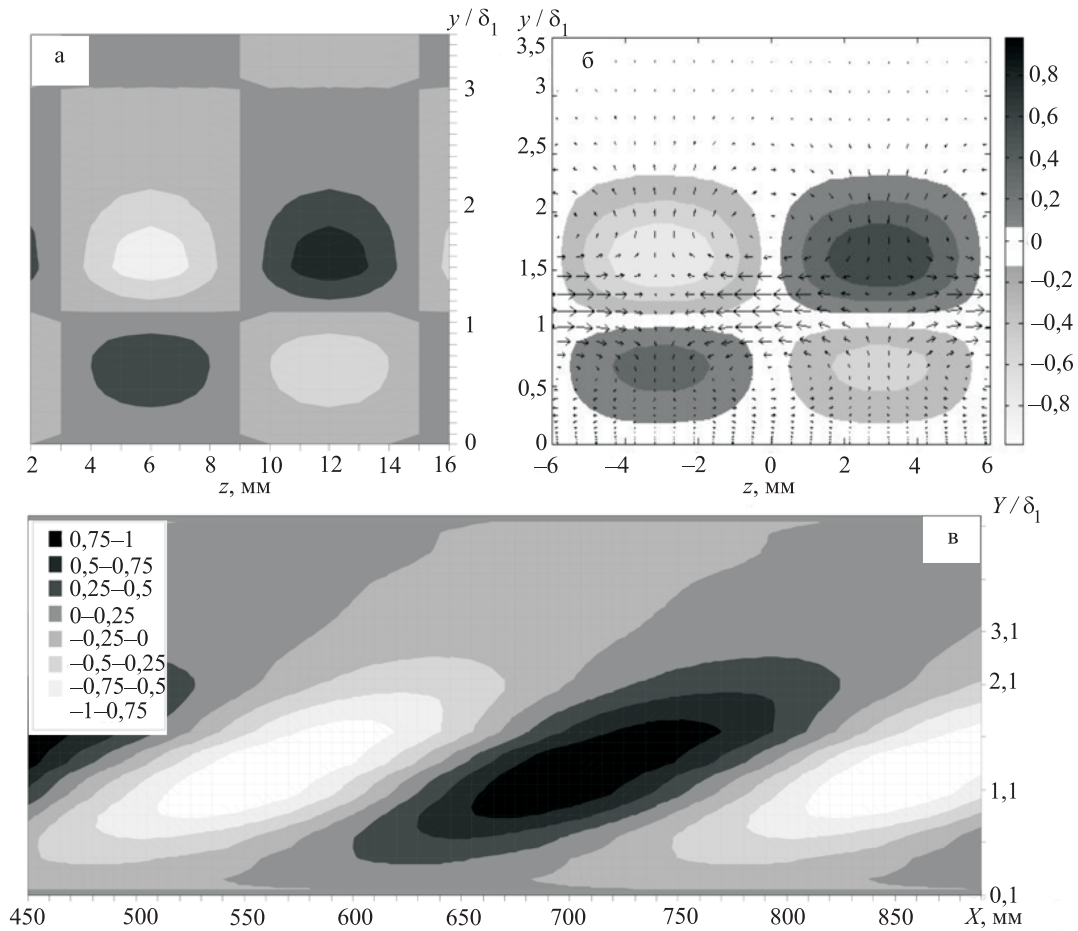


Рис. 3. Форма нестационарных вихрей (20 Гц). Измеренные (а, в) и рассчитанные (б) сечения мгновенных полей продольной компоненты возмущения скорости плоскостями  $(y, z)$   $x = 900 \text{ мм}$  и  $(x, y)$  с  $z = 12 \text{ мм}$ . Стрелками (б) показаны проекции векторов возмущения скорости на плоскость  $(y, z)$ .  $\lambda_z = 12 \text{ мм}$

возмущения соответствуют первой гёртлеровской моде, о чем, в частности, говорит хорошее согласование экспериментальных и расчетных собственных функций (рис. 4). Амплитуды собственных функций имеют максимум в критическом слое и форму, поч-

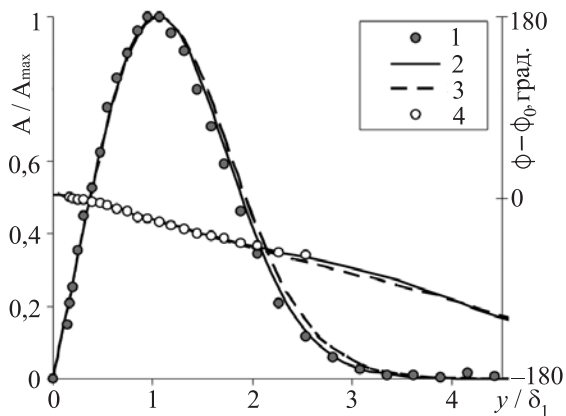


Рис. 4. Собственные функции в конце области измерений. Сравнение результатов измерений и расчета.  $\lambda_z = 8 \text{ мм}$ ,  $f = 5 \text{ Гц}$ . 1, 4 – амплитуда и фаза в эксперименте; 2, 3 – расчет ЛНТ и ЛПТ

ти не зависящую от параметров: продольной координаты, поперечного волнового числа и частоты. Однако скорость убывания фазы с ростом расстояния от стенки сильно увеличивается с частотой и практически ей пропорциональна. Это приводит к сильному изменению пространственной структуры вихрей с ростом частоты (см рис. 2, 3). Вследствие этого фактически у осей вихрей первой гёртлеровской моды, появляется наклон к стенке в плоскости  $(x, y)$ , который увеличивается с ростом частоты. В результате для существенно нестационарных вихрей появляется многослойная вихревая структура.

С ростом частоты существенно меняется и диаграмма устойчивости (рис. 5), изображающая области устойчивости и неустойчивости течения, а также нейтрального поведения возмущений и включающая изолинии инкрементов вихрей Гёртлера. Положение и форма диаграммы хорошо согласуются с измерениями. При  $f = 0,5 \text{ Гц}$  (и  $f = 2 \text{ Гц}$ ) положение нейтральной кривой практически

ки не отличается от изученного ранее случая стационарных вихрей (квазистационарный режим).

Однако в нестационарных режимах ( $f > 5$  Гц) нейтральная кривая с ростом частоты разделяется на изолированные области, нижняя из которых (при  $G$  около 10 и меньше) соответствует первой гёртлеровской моде. Парадоксальным результатом является возможность стабилизации течения к нестационарным возмущениям при увеличении числа Гёртлера. Для частоты 20 Гц это наблюдается в диапазоне величин  $G$  от 10 до 20 (рис. 5, б).

Хорошее согласование наблюдается и для кривых нарастания амплитуд и фаз вихрей

Гёртлера, что иллюстрируется на рис. 6 для двух их 22 исследованных режимов. Причем линейная непараллельная теория устойчивости показывает более хорошее согласование с экспериментом, чем локально-параллельная, в особенности для высоких частот вихрей. Область, соответствующая ближнему полю источника возмущений, отмечена светлыми символами. В этой области рост амплитуд и фаз возмущений зависит от их начальных спектров, которые в экспериментах и расчетах отличались. Хорошее количественное соответствие указанных кривых получено для нарастающих гёртлеровских мод (включая квазистационарные) и во всех других исследованных режимах.

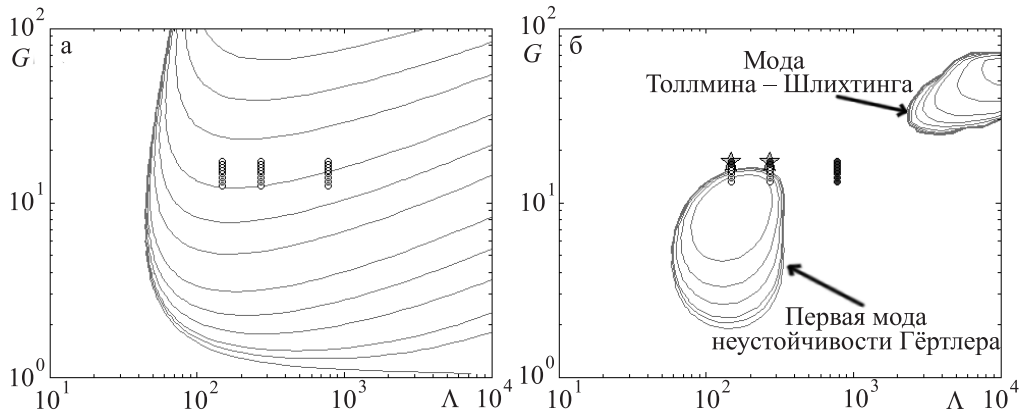


Рис. 5. Диаграммы устойчивости для квазистационарных (а) и нестационарных (б) возмущений (белые точки – нарастание, черные – затухание, звездочки – нейтральные)

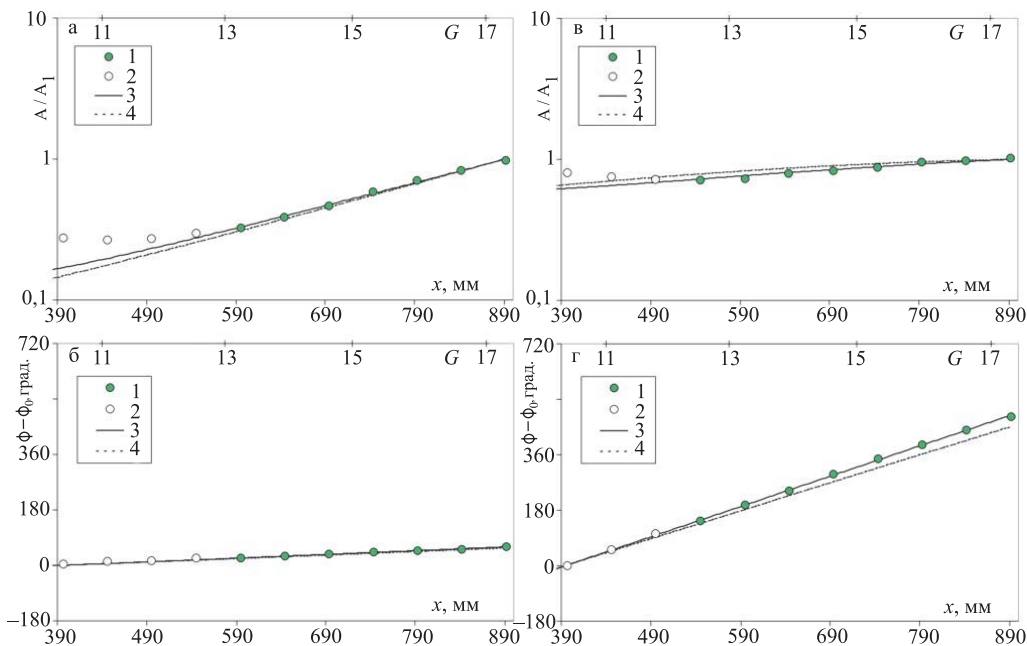


Рис. 6. Развитие вниз по потоку амплитуд (а, в) и фаз (б, г) квазистационарных (а, б) и нестационарных (в, г) вихрей Гёртлера с частотами 2 и 17 Гц.  $\lambda_z = 8$  мм. 1, 2 – экспериментальные точки в дальнем и ближнем поле источника; 3, 4 – расчет по ЛНТ и ЛПТ

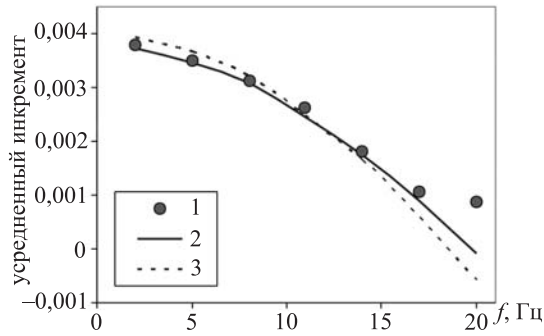


Рис. 7. Усредненные инкременты в зависимости от частоты.  $G \approx 15$ ,  $\lambda_z = 8$  мм. 1 – эксперимент; 2, 3 – расчет по ЛНТ и ЛПТ

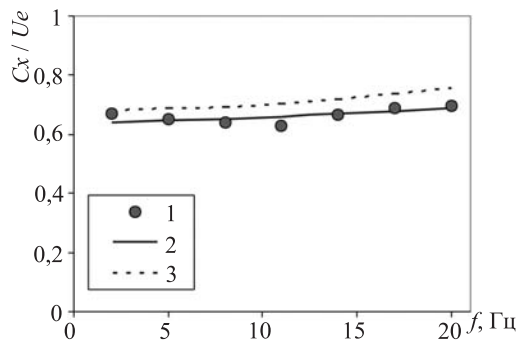


Рис. 8. Фазовые скорости в зависимости от частоты.  $G \approx 15$ ,  $\lambda_z = 8$  мм. 1 – эксперимент; 2, 3 – расчет по ЛНТ и ЛПТ

Зависимости усреднённых инкрементов нестационарных вихрей Гёртлера (для первой гёртлеровской моды) от частоты приведены на рис. 7. Для увеличения точности дифференцирования экспериментальных данных инкременты усреднены в дальнем поле источника в районе  $G \approx 15$ . Видно, что оба теоретических подхода хорошо коррелируют с измерениями; непараллельная теория показывает несколько лучшее согласование. Похожие результаты получены и для других поперечных волновых чисел.

Зависимости фазовых скоростей  $C_x = 2\pi f / \alpha_r$  нестационарных вихрей Гёртлера (для первой гёртлеровской моды) от частоты приведены на рис. 8. Они также усреднены в дальнем поле источника в районе  $G \approx 15$ . (Здесь  $\alpha_r$  – продольное волновое число.) Непараллельная теория, как и для инкрементов, очень хорошо согласуется с экспериментом, в то время как локально-параллельная дает несколько завышенные величины.

### Заключение

В данной работе впервые получены (экспериментально и теоретически) все характеристики линейной устойчивости погра-

ничного слоя Блазиуса на вогнутой стенке к нестационарным и квазистационарным вихрям Гёртлера первой моды. Удалось получить хорошее количественное согласование всех этих характеристик (включая инкременты) с линейной непараллельной теорией устойчивости, в том числе для случая фактически стационарных возмущений.

### Список литературы

1. Floryan J. M. On the Görtler instability of boundary layers // Prog. Aerosp. Sci. 1991. Vol. 28. P. 235–271.
2. Schultz M. P., Volino R. J. Effects of concave curvature on boundary layer transition under high free-stream turbulence conditions // ASME J. Fluids Engineering. 2003. Vol. 125. P. 18–27.
3. Saric W. S. Görtler vortices // Ann. Rev. Fluid Mech. 1994. Vol. 26. P. 379–409.
4. Taylor G. I. Stability of a viscous liquid contained between rotating cylinders // Philos. Trans. R. Soc. Ser. A. 1923. Vol. 223. P. 289–343.
5. Görtler H. Instabilität laminarer Grenzschichten an konkaven wand gegenüber gewissen dreidimensionalen Störungen // ZAMM. 1941. Vol. 21. P. 250–252.
6. Clauser M., Clauser F. The effects of curvature on the transition from laminar to turbulent boundary layer // NACA TN 613. 1937.
7. Liepmann H. W. Investigations on laminar boundary layer stability and transition on curved boundaries // NACA Wartime Report, W-107. 1943.
8. Gregory N., Walker W. S. The effect on transition of isolated surface excrescences in the boundary layer // ARC Rept., R&M. 1956. № 2779. P. 1–10.
9. Ito A. The generation and breakdown of longitudinal vortices along a concave wall // J. Japan Soc. Aero. Space Sci. 1980. Vol. 28. P. 327–333.
10. Floryan J. M., Saric W. S. Stability of Görtler vortices in boundary layers // AIAA J. 1982. Vol. 20. P. 316–324.
11. Bippes H., Görtler H. Dreidimensionale Störungen in der Grenzschicht an einer konkaven Wand // Acta Mech. 1972. Vol. 14. P. 251–267.
12. Aihara Y., Tomita Y., Ito A. Generation, development and distortion of longitudinal vortices in boundary layers along concave and flat plates // Laminar-Turbulent Transition / Ed. by V. V. Kozlov. Berlin: Springer, 1985. P. 447–454.

13. *Hall P.* Görtler vortices in growing boundary layers: The leading edge receptivity problem, linear growth and the nonlinear breakdown stage // *Mathematika*. 1990. Vol. 37. P. 151.

14. *Haemmerlin G.* Ueber das Eigenwertproblem der dreidimensionalen Instabilität laminarer Grenzschichten an konkaven Wänden // *J. Rat. Mech. Anal.* 1955. Vol. 4. P. 279–321.

15. *Denier J. P., Seddougui S. O., Hall P.* On the receptivity problem for Görtler vortices: vortex motions induced by wall roughness // *Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A*. 1991. Vol. 335. P. 51.

16. *Boiko A. V., Grek G. R., Sboev D. S.* Spectral analysis of localized disturbances in boundary layer at subcritical Reynolds numbers // *Phys. Fluids*. 2003. Vol. 15. P. 3613–3624.

17. *Spall R. E., Malik M. R.* Goertler vortices in supersonic boundary layers // *AIAA Pap.* 1988. P. 3678.

18. *Hall P.* Taylor-Görtler vortices in fully developed or boundary-layer flows: Linear theory // *J. Fluid Mech.* 1982. Vol. 124. P. 475–494.

*Материал поступил в редколлегию 11.05.2007*