

А. Л. Романов

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера
пр. Акад. Лаврентьева, 11, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ ОТКЛИКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЫ УСКОРИТЕЛЕЙ

Для вычисления отклонений параметров линейной оптики ускорителя от проектных можно использовать матрицу, составленную из откликов орбиты на поочередное включение корректоров [1]. Была написана программа «responsematrix», позволяющая определять отклонения следующих параметров: градиенты линз и магнитов, калибровки корректоров и ДПП. Для вычисления матрицы отклика в алгоритм программы была включена возможность задания протяженных корректоров, при этом отклик на горизонтальные корректоры вычисляется с учетом дисперсии [2]. С использованием программы была проведена диагностика линейной оптики ускорителя «ВЭПП-2000».

Ключевые слова: матрица откликов, сингулярное разложение матриц, замкнутая орбита.

Введение

Одной из основных проблем при вводе ускорителя заряженных частиц в эксплуатацию является определение истинных значений параметров магнитной структуры.

Для вычисления отклонений параметров линейной оптики ускорителя от проектных можно использовать матрицу отклика орбиты [1]. Она строится путем измерения значений смещения орбиты пучка на датчиках положения пучка (ДПП) при поочередном включении всех корректирующих магнитов. Для нахождения истинных значений параметров магнитной структуры необходимо найти такую вариацию искомых параметров, которая приводит к наилучшему согласованию экспериментальной и моделируемой матриц отклика.

Существует несколько примеров успешного применения данного метода на практике [1; 4; 5]. Мнения всех авторов сходятся в том, что для надежного восстановления параметров необходимо соблюдать следующие условия: высокая точность измерения положения орбиты пучка; достаточное количество ДПП, расположенных в невырожденных друг относительно друга местах; достаточно достоверная стартовая модель оптики ускорителя; вариация полного набора параметров.

Ускоритель встречных электрон-позитронных пучков ВЭПП-2000 сейчас находится на стадии ввода в эксплуатацию, и выяс-

нение истинных параметров его линейной оптики является одной из важных задач. Поэтому было решено реализовать упомянутый выше метод.

Для реализации метода написана подпрограмма «responsematrix» на основе программы «sixdsimulation», производящей расчет линейной оптики циклических ускорителей в шестимерном фазовом пространстве. Она позволяет определять отклонения следующих параметров: градиенты и поля линз и магнитов, калибровки корректоров и ДПП.

Для вычисления матрицы отклика в алгоритм программы «sixdsimulation» была включена возможность задания протяженных корректоров, при этом отклик на горизонтальные корректоры вычисляется с учетом дисперсии [2].

Метод

Зная модель магнитной структуры кольца, можно легко рассчитать смещение орбиты в заданных точках при включении определенных корректоров и, таким образом, построить теоретическую матрицу отклика. Однако с практической точки зрения важна обратная задача – используя информацию, содержащуюся в экспериментальной матрице отклика, восстановить реальные параметры кольца.

Суть метода заключается в том, чтобы, варьируя оптические параметры ускорителя,

минимизировать разницу между экспериментальной и теоретической матрицами отклика. Обычно минимизируют величину χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(M_{\text{mod},ij} - M_{\text{mes},ij})^2}{\sigma_i^2} \equiv \sum_{i,j} V_{k(i,j)}^2,$$

где $M_{\text{mod},ij}$ и $M_{\text{mes},ij}$ – теоретическая и экспериментальная матрицы отклика; σ_i – точность i -го ДПП.

В линейном приближении изменение элементов вектора V_k при вариации вектора параметров x_n имеет вид

$$\Delta V_k = \frac{\partial V_k}{\partial x_n} \Delta x_n. \quad (1)$$

Пусть K – размерность вектора V_k , N – размерность вектора x_n , тогда из общих соображений ясно, что для достоверного определения вектора x_n необходимо выполнять условие $K \geq N$. На практике из-за погрешностей при снятии экспериментальной матрицы откликов стараются придерживаться правила $K \gg N$.

Таким образом, если мы хотим уменьшить отличие вектора V_k от нуля, т. е. найти вариацию параметров такую, что $V_{k0} + \Delta V_k = 0$, нам надо уметь обращать прямоугольную матрицу $\partial V_k / \partial x_n$ размерности $K \times N$. Или, что то же самое, решать переопределенную систему уравнений (1) относительно вектора параметров, применяя метод наименьших квадратов. Обращение матрицы $\partial V_k / \partial x_n$ можно выполнять с использованием SVD разложения, которое позволяет контролировать и отбрасывать недостоверные данные:

$$\Delta x_n = \left(\frac{\partial V_k}{\partial x_n} \right)_{SVD}^{-1} V_{k0}.$$

Поскольку матрица отклика нелинейно зависит от параметров, данную итерацию надо повторить несколько раз.

Программа

Для реализации указанного метода диагностики была переделана написанная нами ранее программа моделирования линейной оптики циклических ускорителей. Добавлены следующие возможности:

- возможность «прикреплять» протяженные корректоры к различным элементам;

- возможность численного дифференцирования элементов матрицы откликов по параметрам, т. е. возможность вычислять матрицу $\partial V_k / \partial x_n$;

- функция, производящая SVD разложение матриц [3].

В роли переменных x_n могут выступать градиенты полей в линзах и магнитах, калибровочные коэффициенты ДПП и корректоров.

Для моделирования элемента с вертикальным корректором решалось уравнение движения при наличии возмущения в виде горизонтального поля для нулевых начальных условий, а затем производилось замыкание орбиты с использованием матрицы оборота:

$$z'' + Kz = \frac{\Delta H_x}{H_0 r_0} \Rightarrow \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_0 \Rightarrow \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_{\text{corr}} = (I - M_{\text{turn}})^{-1} \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_0,$$

где K – кусочно-постоянная жесткость элемента магнитной системы; ΔH_x – поле корректора; $H_0 r_0 = p_0 c / e$, где p_0 – импульс равновесной частицы; $(z \ z')_0^t$ – решение уравнения движения для нулевых начальных условий; $(z \ z')_{\text{corr}}^t$ – периодическое решение.

Моделируя горизонтальный корректор, надо учитывать тот факт, что при его включении происходит удлинение замкнутой орбиты. Это приводит к изменению равновесной энергии частиц, следовательно, в точках орбиты с ненулевой дисперсией появится «дополнительное» смещение:

$$\begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}_{\text{tot}} = \begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}_{\text{corr}} + \Delta E_{\text{corr}} \begin{bmatrix} \eta \\ \eta' \end{bmatrix}.$$

Здесь $(\eta \ \eta')_{\text{corr}}^t$ – периодическая дисперсия, ΔE_{corr} – изменение равновесной энергии частиц, связанное с тем, что для соблюдения условия синхронизма с высокочастотным полем ускоряющего резонатора период обращения частиц должен оставаться неизменным при включении корректора. Эта величина, в отсутствие связи между вертикальным и горизонтальным движением, вычисляется по следующей формуле:

$$\Delta E_{\text{corr}} = \frac{1}{\alpha L} \oint \eta(s') \frac{\Delta H_z(s')}{H_0 r_0} ds',$$

где α – коэффициент удлинения орбиты; L – периметр орбиты; $\Delta H_z(s)$ – поля включенных горизонтальных корректоров.

Результаты

Система наблюдения ускорителя «ВЭПП-2000» включает в себя 16 ПЗС камер и 4 пикапа. Однако на сегодня доступно только 3 ПЗС-камеры в электронном направлении или 6 ПЗС-камер в позитронном. Точность определения центра пучка при однократном измерении с помощью ПЗС-камер по обоим направлениям составляет примерно 0,01 мм.

Система коррекций орбиты состоит из 20-ти коррекций по горизонтали, 8 из которых находятся в дипольных магнитах и 16 в квадрупольных линзах, и 12-ти коррекций по вертикали, находящихся в квадрупольных линзах.

В итоге количество ненулевых элементов в матрице откликов составляет 108 при работе в электронном направлении и 216 при работе в позитронном направлении. Переключение между двумя режимами требует переполюсовки всех элементов, поэтому из-

за неточности инверсии объединять два массива данных нельзя.

Для проверки программы производилось численное моделирование реальной матрицы отклика. Для симуляции реальной оптики в проектную оптику вносились известные искажения, затем эта модель использовалась для генерации «экспериментальной» матрицы отклика с добавлением шумов. Далее проектная оптика подавалась на вход программы как стартовая и проводилась подгонка. Сравнение параметров «подогнанной», проектной и «реальной» оптики позволяет судить об эффективности процедуры. На рис. 1 представлен результат проверки.

Также предпринимались попытки подогнать теоретическую оптическую модель ускорителя «ВЭПП-2000» с использованием экспериментальной матрицы отклика, снятой при работе в электронном направлении. Предварительные результаты показаны на рис. 2. Видно, что количественного совпадения нет, однако качественно перекося горизонтальной бета-функции подтвердился.

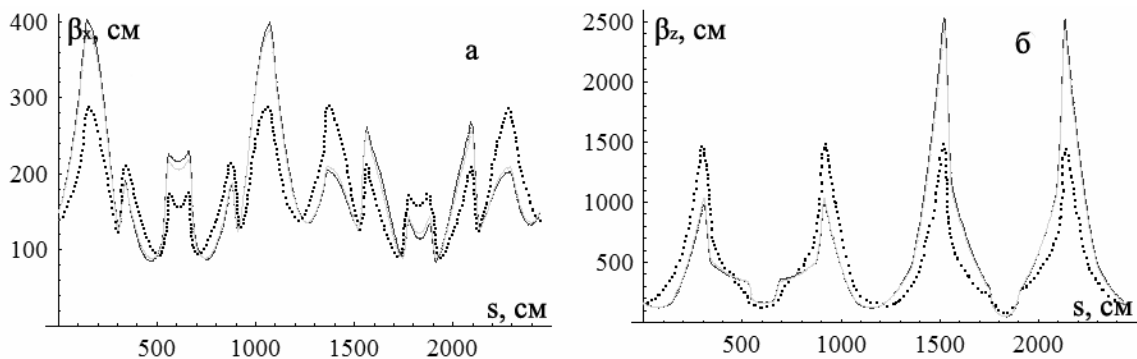


Рис. 1. Бета-функции: а – горизонтальные; б – вертикальные (••• стартовая модель; --- модель после подгонки; — бета-функции в «реальной» оптике)

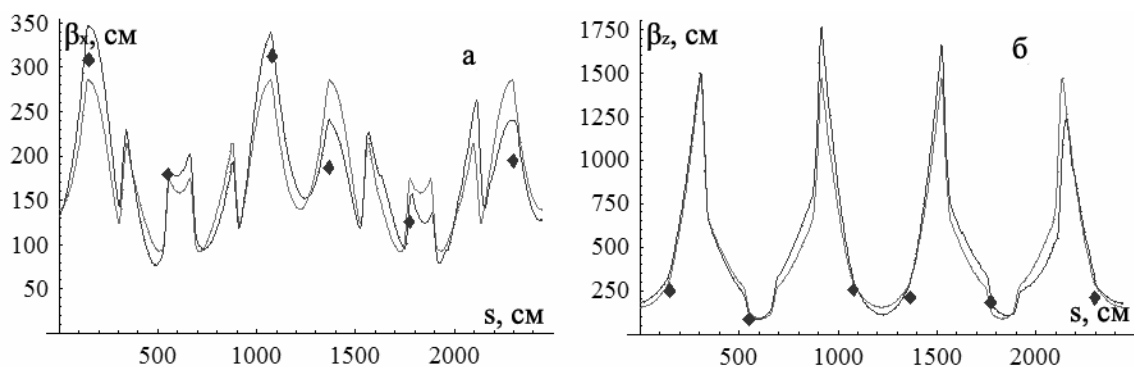


Рис. 2. Бета-функция: а – горизонтальная; б – вертикальная (— функции до подгонки; — функции после подгонки; ♦ экспериментально измеренные бета-функции в линзах)

Обсуждение

Одной из причин, объясняющей несовпадение измеренных и восстановленных бета-функций, может быть неправильный калибровочный коэффициент между током линзы и ее градиентом, путем его подбора можно выровнять средний уровень точек. Другая проблема заключается в том, что равновесная орбита проходит не по центрам квадрупольных линз. Поэтому при вариации градиента во время измерения бета-функций в линзах равновесная орбита искажалась, это в свою очередь из-за наличия секступольных нелинейностей вдоль кольца приводило к дополнительному неконтролируемому уходу бетатронных частот. Секступольные нелинейности оказывали влияние и на матрицу откликов, так как для некоторых корректоров при одинаковой вариации в положительную и отрицательную стороны асимметрия полученных откликов заметно превышала точность измерения.

Для корректной работы метода и возможности его достоверной проверки с помощью измерения бета-функций в линзах необходимо скорректировать орбиту таким

образом, чтобы она проходила по центрам линз, а также добавить в программу возможность вычисления матрицы откликов с учетом секступольных нелинейностей.

Список литературы

1. *Safranek J.* Experimental Determination of Storage Ring Optics Using Orbit Response Measurements // Nucl. Instr. and Meth. 1997. Vol. A388. P. 27.
2. *Safranek J.* Beam-based lattice diagnostics // Beam Measurements. Proc., Joint US-CERN-Japan-Russia School on Particle Accelerators / Eds. S. Kurokawa et al. Singapore: World Scientific, 1999. P. 298.
3. *Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T.* Numerical recipes. Cambridge, 1997.
4. *Sajaev V., Emery L.* Proceedings of EPAC'02. P., 2002. P. 742.
5. *Sajaev V., Lebedev V., Nagaslaev V., Valishev A.* Proceedings of PAC'05. Knoxville, Tennessee, 2005.

Материал поступил в редколлегию 12.05.2007