

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФОРМИРОВАНИЯ И ДИНАМИКИ ПУЧКА В УСТАНОВКАХ ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Электронное охлаждение стало стандартным инструментом для улучшения параметров ионных пучков в накопителях. Для дальнейшего улучшения эффективности работы электронных охладителей необходима разработка и применение электронных пушек с управляемым профилем плотности пучка. Увеличение энергии электронного пучка в охладителях требует детального анализа динамики пучка в секции транспортировки. В ИЯФ СО РАН на основе метода граничных интегральных уравнений были созданы комплексы программ UltraSAM и Elec3D, которые обеспечивают необходимую точность решения этих задач.

В работе обсуждаются особенности применения метода граничных интегральных уравнений при расчетах электронно-оптических систем, описываются основные моменты реализации этого метода в комплексах UltraSAM и Elec3D. Приведены результаты моделирования с помощью этих комплексов задач формирования и динамики пучка в электронных охладителях.

Ключевые слова: метод граничных интегральных уравнений, криволинейные сетки, электронное охлаждение.

Введение

Основными направлениями развития метода электронного охлаждения [1] являются повышение эффективности охлаждения и продвижение в область более высоких энергий электронного пучка (порядка 4–8 МэВ). Для повышения эффективности охлаждения было предложено использовать полые электронные пучки [2]. Соответственно возникает задача по разработке высокоперевансной электронной пушки с управляемым профилем пучка и низкой поперечной температурой. При разработке подобной пушки необходим максимально точный расчет прикатодной области, возможность расчета катодов сложной формы, учет влияния магнитного поля на эмиссию с катода, а также развитые средства постпроцессора, такие как расчет и вывод всех параметров пучка, в том числе поперечной температуры.

Переход к высокой энергии пучка в установках электронного охлаждения требует решения целого комплекса физических и технических задач. Наибольший интерес с точки зрения динамики пучка представляет задача минимизации возрастания энергии поперечного ларморовского движения пучка,

приводящего к потере эффективности охлаждения и к возможным потерям тока пучка. Сильное возрастание энергии поперечного движения происходит при поворотах пучка в сопровождающем магнитном поле с электростатической компенсацией дрейфа, поэтому необходим трехмерный анализ динамики пучка в поворотах и ее оптимизация.

Для численного решения задач формирования и динамики пучка в электронно-оптических системах (ЭОС) в ИЯФ СО РАН разработаны и активно используются комплексы программ на основе метода граничных интегральных уравнений. Особенности этого метода позволяют легко задавать и модифицировать геометрию системы, добиваться высокой точности расчетов. Для расчета аксиально-симметричных электронных пушек и коллекторов создан комплекс программ UltraSAM. Этот комплекс применяется при разработке электронных пушек в различных ускорительных установках, в том числе и в электронных охладителях. Для решения задач 3D электростатики разработан комплекс программ Elec3D, который также включает в себя расчет 3D магнитных полей соленоидов и траекторный анализ.

В работе обсуждаются особенности применения интегральных методов при расчетах ЭОС, описываются основные алгоритмы комплексов программ UltraSAM и Elec3D. Приводятся результаты численного проектирования электронной пушки с управляемым профилем пучка и моделирования динамики пучка в поворотных секциях высоковольтного электронного охладителя.

Сравнение разностных и интегральных методов

Численные методы, применяющиеся для расчетов электронно-оптических систем с объемным зарядом, можно разделить на два основных класса – разностные и интегральные [3]. Разностные методы включают в себя метод конечных разностей и метод конечных элементов. В них решается уравнение Пуассона в дифференциальном виде или минимизируется эквивалентный ему функционал. Эти методы требуют задания сетки, покрывающей все рассчитываемое пространство, и дают решение в виде значений потенциала в узлах сетки. Для вычисления электрического поля требуется численное дифференцирование потенциала, снижающее точность расчетов.

В методе граничных интегральных уравнений (ГИУ) используется представление решения уравнения Пуассона в виде

$$\varphi(\vec{r}_0) = \int_{S_e+S_d} \frac{\sigma(\vec{r}) dS}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|} + \int_{V_b} \frac{\rho(\vec{r}) dV}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|}, \quad (1)$$

где S_e и S_d – поверхности электродов и диэлектриков; V_b – объем, занятый пучком. Электрическое поле рассчитывается как

$$E(\vec{r}_0) = - \int_{S_e+S_d} \sigma(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|} dS - \int_{V_b} \rho(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|} dV. \quad (2)$$

Подставляя (1) и (2) в граничные условия соответственно на электродах и диэлектриках, можно получить граничные интегральные уравнения относительно неизвестной плотности поверхностного заряда на электродах и на границах раздела диэлектриков. Особенности этого метода:

1) решение находится для поверхностных и объемных зарядов, для нахождения

потенциалов и полей необходимо вычислять соответствующие интегралы;

2) в отличие от разностных методов задача ставится с открытыми границами – пространство расчета не ограничивается, не накладываются нефизические условия на границах области расчета;

3) сеткой необходимо покрывать только область, занятую пучком;

4) потенциал и поле рассчитываются с одинаковой точностью.

Простота задания и модификации геометрии системы, высокая точность расчета электрического поля и как следствие эмиссии с катода и траекторного анализа обусловили выбор этого метода как основы создаваемых в ИЯФ программ для моделирования ЭОС.

Развитие метода ГИУ в комплексе программ UltraSAM

В ИЯФ на основе интегральных методов был разработан комплекс программ SAM [4], предназначенный для расчетов статических аксиально-симметричных ЭОС с учетом объемного заряда. В нем для решения ГИУ используется метод коллокации со сплайн-интерполяцией решения. Аналитическое выделение особенности ядра интегральных уравнений и решения обеспечивает высокую точность решения задач электростатики.

Комплекс программ UltraSAM является дальнейшим развитием комплекса SAM, направленным на увеличение точности расчетов и расширение области решаемых задач. Основной его особенностью является использование криволинейных сеток для описания объемного заряда пучка. Сетки могут быть согласованы с геометрией электродов и огибающей пучка, что приводит к существенному уменьшению численных ошибок, особенно в прикатодной области. Ячейки сеток могут быть сгущены в любой области для более точного описания решения. Пример криволинейной сетки при расчете программой UltraSAM пушки со сферическим катодом и высокой компрессией пучка приведен на рис. 1.

Ячейки криволинейной сетки описываются девятью точками – узлами ячейки. Внутри ячейки осуществляется биквадратичная интерполяция [5] потенциала, полей и плотности объемного заряда:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^9 f_i \cdot \psi_i(x, y),$$

где x, y – координаты в логической области, на которую отображается ячейка; f_i – значения интерполируемой функции в узлах; $\psi_i(x, y)$ – базисные функции узлов.

Плотность эмитируемого с катода тока рассчитывается по закону Чайлда – Ленгмюра по значению электрического поля в точках, отстоящих от эмиттера на некотором малом расстоянии. Гораздо более быстрый рост поля по сравнению с ростом потенциала вблизи поверхности катода обеспечивает более низкий уровень численных шумов при такой схеме расчета. Модель эмиссии учитывает влияние магнитного поля на катоде и допускает задание нескольких эмиттеров сложной формы.

Пучок моделируется отдельными траекториями частиц (трубками тока), каждая из которых несет свою часть полного тока. В ходе траекторного анализа заряд, привносимый трубкой с током I в i -й узел j -й ячейки, рассчитывается как

$$Q_{ij} = \int_{t_{1j}}^{t_{2j}} I \cdot \psi_i(x(t), y(t)) dt,$$

где $x(t), y(t)$ – логические координаты частицы; t_{1j} и t_{2j} – времена влета и вылета частицы из ячейки. Плотность объемного заряда в каждом узле сетки восстанавливается по наведенному заряду:

$$\rho_i = \frac{\sum_j Q_{ij}}{\sum_j V_{ij}}, \quad V_{ij} = \iint [2\pi \cdot r(x, y) \times \psi_i(x, y) \cdot J_j(x, y)] dx dy,$$

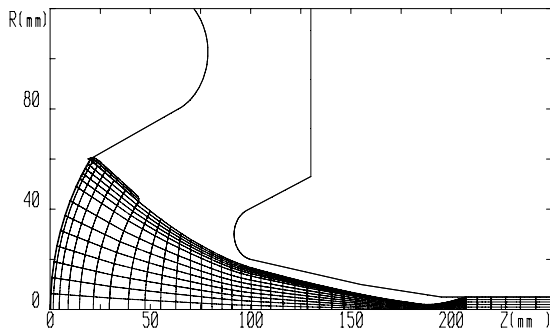


Рис. 1. Пример криволинейной сетки

где $J_j(x, y)$ – якобиан отображения j -й ячейки из реальных координат в логические, суммирование ведется по всем ячейкам, в которые входит данный узел. Такая модель пучка позволяет с высокой точностью описывать повороты и отражения частиц, в том числе и случай виртуального катода.

Потенциал, наводимый объемным зарядом пучка, вычисляется как сумма потенциалов от зарядов в отдельных ячейках сетки:

$$\Phi_j(r_0, z_0) = \sum_{i=1}^9 \rho_i \cdot \iint [\psi_i(x, y) \times G(r_0, z_0; r, z) J_j(x, y)] dx dy. \quad (3)$$

$G(r_0, z_0; r, z)$ является ядром интегрального уравнения 1-го рода в аксиально-симметричном случае и имеет смысл потенциала, наводимого в точке наблюдения (r_0, z_0) заряженным кольцом с радиусом r , аксиальной координатой z и единичной линейной плотностью заряда. Для получения высокой точности расчетов необходимо учитывать особенность ядра входящих в формулу (3) интегралов при положении точки (r_0, z_0) вблизи или внутри ячейки. Эта особенность выделяется аналитически:

$$\begin{aligned} & \iint \psi_i(x, y) J(x, y) G(r_0, z_0; r, z) dx dy = \\ & = \iint [\psi_i(x, y) J(x, y) G(r_0, z_0; r, z) - \\ & - \psi_{i0} J_0 \tilde{G}(r_0, z_0; \tilde{r}, \tilde{z})] dx dy + \psi_{i0} J_0 \times \\ & \times \iint \tilde{G}(r_0, z_0; \tilde{r}, \tilde{z}) dx dy, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\psi_{i0} = \psi_i(x_0, y_0)$, $J_0 = J(x_0, y_0)$ – значения базисной функции соответствующего узла и якобиана в точке наблюдения (r_0, z_0) ; (x_0, y_0) – логические координаты этой точки; \tilde{G} – асимптотика ядра G при $(r, z) \rightarrow (r_0, z_0)$; $\tilde{r}(x, y)$, $\tilde{z}(x, y)$ – отображение из логической области с постоянным якобианом, равным J_0 , совпадающее в точке (x_0, y_0) с отображением $r(x, y)$, $z(x, y)$. Первый интеграл, входящий в (4), особенности не имеет и с высокой точностью рассчитывается квадратурными формулами Гаусса. Второй интеграл рассчитывается аналитически.

Расчет электрического поля, наводимого объемным зарядом, осуществляется аналогично при замене в (3) ядра G на $\tilde{V}G$.

Расчет пушки с управляемым профилем плотности пучка

С помощью комплекса программ UltraSAM была разработана электронная пушка с профилем пучка, управляемым потенциалом специального управляющего электрода (рис. 2). Пушка погружена в продольное магнитное поле величиной порядка 1 КГс. Геометрические параметры этой пушки были оптимизированы для обеспечения наилучшей управляемости профиля, повышения первеанса и минимизации поперечной температуры пучка на выходе из пушки. Стендовые испытания этой пушки [6] показали отличное соответствие рассчитанной и измеренной вольтамперной характеристики и профилей пучка при различных потенциалах управляющего электрода (рис. 3).

Реализация метода ГИУ в комплексе программ Elec3D

При трехмерных расчетах разностными методами большую трудность представляет ввод сетки, которая должна охватывать все рассчитываемое пространство. При решении задачи 3D электростатики методом ГИУ достаточно задать и дискретизировать только поверхности электродов и диэлектриков, что существенно упрощает численное задание и модификацию геометрии системы. Рассчитываемая система при этом имеет открытые границы.

В разработанном комплексе программ Elec3D поверхности разбиваются на малые плоские четырехугольные элементы, плотность поверхностного заряда принимается постоянной в пределах одного элемента. При этом интегральные уравнения преобразуются в систему линейных уравнений; элементы A_{ij} матрицы этой системы совпадают со значением потенциала, наводимого в центре i -го элемента при единичной плотности поверхностного заряда на j -м элементе.

Расчет потенциалов, наводимых поверхностными зарядами в любой точке, сводится к вычислению суммы:

$$\varphi = \sum_i \sigma_i \cdot \iint_{S_i} \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad (5)$$

где σ_i – плотность поверхностного заряда на i -м элементе, интегрирование ведется по площади элементов. Входящие в (5) инте-

гралы рассчитываются аналитически [7]. Если взять 2D вектор

$$\vec{A} = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + z}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + z}} \right),$$

то его дивергенция совпадает с подынтегральной функцией (5). Соответственно двумерный интеграл можно заменить суммой интегралов по контуру:

$$\begin{aligned} \iint_S \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} &= \iint_S \operatorname{div} \vec{A} dS = \int_L A_n dl = \\ &= \sum_i \int_{L_i} A_n dl. \end{aligned}$$

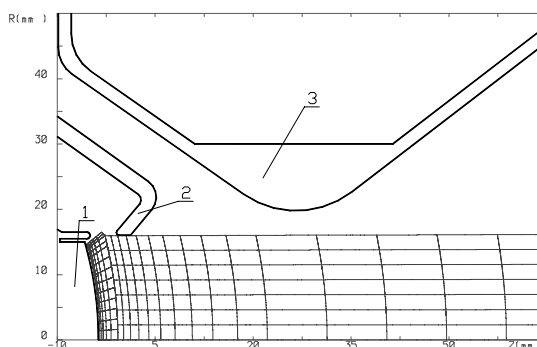


Рис. 2. Геометрия электронной пушки с управляемым профилем пучка, используемая сетка (1 – катод; 2 – управляющий электрод; 3 – анод)

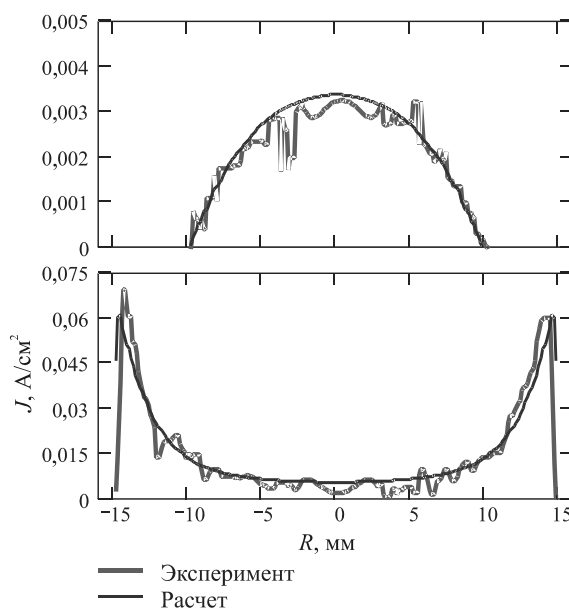


Рис. 3. Измеренные и рассчитанные профили плотности пучка при потенциалах управляющего электрода – 100 В, +300 В и потенциале анода +500 В

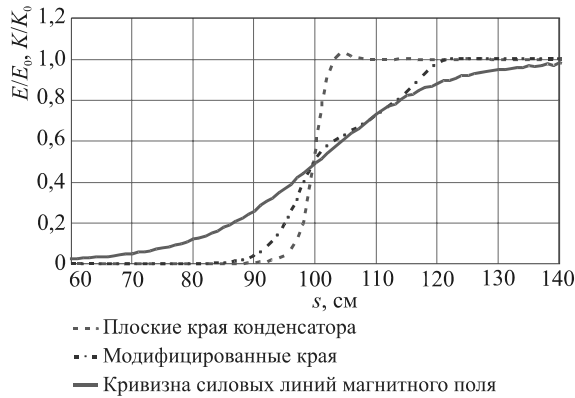


Рис. 4. Сравнение нарастания электрического поля и кривизны силовой линии магнитного поля на входе в поворот, s – координата вдоль силовой линии магнитного поля

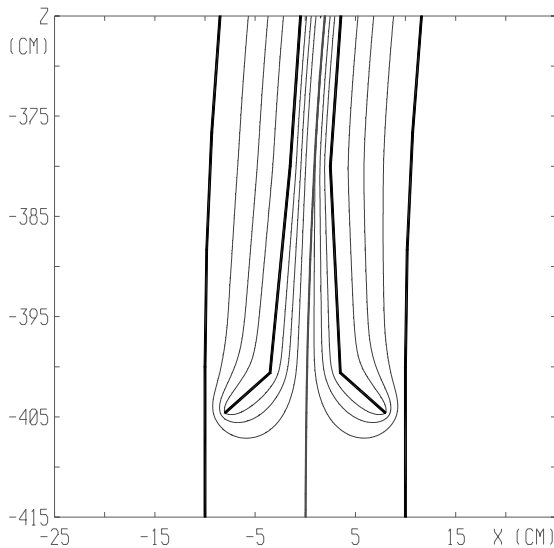


Рис. 5. Модифицированный край конденсатора, эквипотенциали электрического поля и осевая траектория пучка

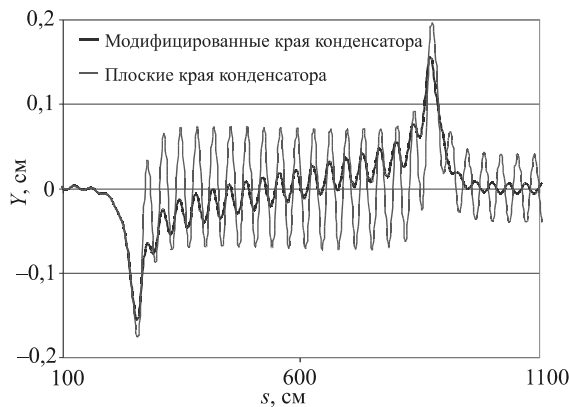


Рис. 6. Поперечная к плоскости поворота координата осевой частицы пучка при его прохождении через поворот, s – координата вдоль оси системы

Интегралы по контуру рассчитываются по формуле

$$\int \frac{y dx}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + z}} = y \cdot \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - z \times \arctan \left(\frac{x \cdot y}{y^2 + z^2 + z \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right). \quad (6)$$

Расчет компонент поля осуществляется дифференцированием (6) по соответствующей координате.

Оптимизация краев поворота замагниченного пучка

При поворотах электронного пучка в сопровождающем магнитном поле необходима компенсация центробежного дрейфа. Широко применяющаяся магнитная компенсация вызывает двойное смещение вылетевших из коллектора и движущихся в обратном направлении вторичных электронов, при этом они теряются на стенках вакуумной камеры, нагружая высоковольтный источник, усиливая газоотделение в установке и вызывая рентгеновское излучение.

В электронных охладителях, разрабатываемых в ИЯФ, используется электростатическая компенсация дрейфа [8], которая одинаково эффективна для частиц, движущихся в обоих направлениях. При этом динамика электронов становится обратимой, и вторичные электроны, долетая и отражаясь от прикатодной области пушки, возвращаются обратно в коллектор. Ток потерь при этом значительно уменьшается, что является особо актуальным для высоковольтных установок.

Одной из основных проблем электростатической компенсации является возмущение поперечного движения пучка при входе и выходе из поворотов. В точке стыковки прямого участка и поворота кривизна силовой линии магнитного поля плавно возрастает, соответственно возрастает скорость центробежного дрейфа. Электрическое поле в этой области возрастает по мере входа в конденсатор по своему собственному закону (рис. 4). Такой несогласованный вход приводит к увеличению энергии поперечного ларморовского движения частиц.

Комплекс программ Elec3D использовался при трехмерном анализе движения частиц в поворотах проектируемого высоковольтного охладителя для кольца HESR (GSI, Германия). Проведенные расчеты показывают, что если расширить края конденсатора, как показано на рис. 5, то изменение поля при входе в него и выходе значительно лучше повторяет изменение кривизны магнитного поля, и возбуждение поперечного движения частиц пучка значительно уменьшается (рис. 6).

Заключение

На основе метода граничных интегральных уравнений в ИЯФ СО РАН были созданы комплексы программ UltraSAM и Elec3D для высокоточного решения задач формирования и динамики пучка. Они с успехом применяются при расчетах ЭОС установок электронного охлаждения. При помощи этих комплексов была разработана высокопереванная электронная пушка с управляемым профилем плотности пучка для оптимизации электронного охлаждения. Стендовые испытания пушки показали полное соответствие рассчитанных и измеренных характеристик. Была проанализирована динамика замагниченного пучка в поворотах высоковольтной установки электронного охлаждения с электростатической компенсацией дрейфа. Рассчитана модифицированная форма краев конденсатора, значительно уменьшающая возбуждение поперечного движения электронов пучка.

Список литературы

1. Пархомчук В. В., Скринский А. Н. Электронное охлаждение – 35 лет развития // Успехи физ. наук. 2000. Вып. 170, № 5. С. 473–493.
2. Bublei A. V., Parkhomchuk V. V., Reva V. B. Advantages of electron cooling with radially varying electron beam density // Nucl. Instr. and Meth. 2004. Vol. A 532. P. 303–306.
3. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. М.: Наука, 1985. 336 с.
4. Тиунов М. А., Фомель Б. М., Яковлев В. П. SAM – интерактивная программа для расчета электронных пушек на мини-ЭВМ: Препр. / Институт ядерной физики СО РАН; № 87–35. Новосибирск, 1987.
5. Зинкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 318 с.
6. Бублей А. В., Иванов А. В., Панасюк В. М. и др. Электронная пушка с управляемым профилем пучка для оптимизации электронного охлаждения ионов // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2007. Т. 2, вып. 1. С. 65–68.
7. Armstrong A. et al. New developments in the magnet design computer program GFUN // Proc. 5th Intern. Conf. on Magnet Technology. Frascati, Rome, 1975.
8. Бочаров В. Н., Бублей А. В., Веденев М. и др. Запуск установки электронного охлаждения ЭХ-300: Препр. / Институт ядерной физики СО РАН; № 2004-4. Новосибирск, 2004.

Материал поступил в редколлегию 17.12.2007