

<sup>1</sup> Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН  
пр. Акад. Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия

<sup>2</sup> Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия  
E-mail: sharypov@itp.nsc.ru

## ВОЗНИКНОВЕНЕ ВИХРЯ В ТОНКОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩЕГОСЯ ИСТОЧНИКА ТЕПЛА \*

Теоретически проанализировано воздействие движущегося локального источника тепла на структуру течения в тонком слое жидкости на горизонтальной подложке. Рассмотрена двумерная задача в приближении пограничного слоя. Для случая малых значений числа Рейнольдса в сопровождающей системе координат получено стационарное уравнение, описывающее деформацию пленки жидкости. Полученное уравнение применимо, в частности, для условий горизонтального расположения подложки. Представлены результаты численных расчетов толщины пленки, давления и скорости жидкости для заданного модельного распределения температуры на свободной поверхности. В модели пренебрегается зависимостью вязкости и плотности жидкости от температуры, теплообменом и обменом импульсом с газовой фазой. Показано, что даже в отсутствие течения жидкости под действием гравитации движение локального источника тепла обеспечивает существование стационарного режима без разрыва пленки и образования сухого пятна. Полученные результаты теоретически обосновывают новую схему эксперимента по изучению явлений в неизотермических пленках жидкости.

*Ключевые слова:* пленки жидкости, теплообмен, термокапиллярный эффект.

### Введение

Экспериментальное исследование гравитационного течения пленки жидкости по подложке с локальным нагревателем свидетельствует о существовании устойчивых режимов с двух- или трехмерной структурой течения [1–4]. Деформации пленки вызваны термокапиллярным эффектом. В области, где тепловой пограничный слой достигает свободной поверхности и распределение температуры становится неоднородным, толщина пленки увеличивается, а поток жидкости замедляется. Если мощность неподвижного локального нагревателя ниже определенного критического значения, то имеет место стационарное двумерное течение жидкости. В этом случае устанавливается баланс между термокапиллярным эффектом и гравитационным воздействием. В случае горизонталь-

ной подложки течение жидкости под действием гравитации отсутствует и подобный стационарный режим невозможен. Под действием термокапиллярных сил толщина слоя жидкости в области неподвижного нагревателя должна уменьшаться вплоть до образования сухого пятна. (То же самое произойдет в условиях невесомости.) Совершенно иной режим возможен в случае движущегося нагревателя. В сопровождающей системе координат, движущейся вместе с источником тепла, стационарный двумерный режим течения может существовать, в том числе и в случае горизонтальной подложки (или при  $|\mathbf{g}| = 0$ ). Разрыв пленки и образование сухого пятна не будут иметь места, что важно для обеспечения эффективной работы технологических тепло- и массообменников. Этот новый эффект также представляет фундаментальный научный интерес.

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-08-00296), Программы СО РАН (комплексный интеграционный проект № 2.13), а также Фонда содействия отечественной науке. Результаты могут быть использованы в учебном процессе при выполнении учебно-научных и научно-исследовательских работ студентами и аспирантами, в том числе – проходящими подготовку на базе Научно-образовательного центра в области энергетики и энергосберегающих технологий, созданного НГУ, ИТ СО РАН и ЦТТ СО РАН.

### Математическая модель

Рассмотрим тонкий слой несжимаемой жидкости на плоской подложке, наклоненной под углом  $\theta$  к горизонту. Будем считать, что источник тепла движется по подложке, не увлекая за собой жидкость, то есть при этом отсутствует обмен импульсом, обусловленный вязкостью среды. Движущийся локальный источник тепла может, в частности, моделировать волну горения (или другого экзотермического процесса), распространяющуюся вдоль подложки. Источник тепла имеет конечную протяженность по координате  $x$  и бесконечную – по координате  $y$ . Иными словами, рассматривается случай, когда вдоль слоя жидкости распространяется плоская «тепловая волна» с характерной протяженностью  $L \gg h_\infty$  ( $h_\infty$  – толщина слоя жидкости вдали от источника тепла). Если такая волна распространяется по подложке, то в жидкости формируется тепловой пограничный слой, который выходит на свободную поверхность и создает неоднородное распределение температуры на поверхности пленки. Сила, действующая благодаря термокапиллярному эффекту, приводит к возникновению движения жидкости в направлении распространения тепловой волны и к деформации свободной поверхности. Предположим, что характерный продольный масштаб деформации поверхности пленки по порядку величины равен  $L$  и намного превосходит амплитуду деформации, характерный масштаб которой по порядку величины равен  $h_\infty$ :  $h_\infty \sim \varepsilon L$ ,  $\varepsilon \ll 1$ . Это условие можно представить в форме  $|\partial h(t, x)/\partial x| \sim O(\varepsilon)$ , где  $h$  – толщина пленки. В этом случае можно применить приближение пограничного слоя и использовать для описания уравнения Прандтля с учетом гравитации [5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + |\mathbf{g}| \sin \theta, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + |\mathbf{g}| \cos \theta = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p$  – давление;  $u$  и  $v$  – компоненты скорости жидкости,  $\rho$  – плотность;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости;  $t, x, y$  – время и

координаты;  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения. Зависимостью вязкости и плотности от температуры ( $\nu = \text{const}$ ,  $\rho = \text{const}$ ), обменом теплом, массой и импульсом с газовой фазой пренебрегается.

Для стационарного режима в сопровождающей системе координат, движущейся со скоростью  $C = \text{const} > 0$ , уравнения (1) примут следующий вид:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho |\mathbf{g}|, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

Здесь отброшены конвективные члены с учетом предположения о малом значении числа Рейнольдса ( $\text{Re} = Ch_\infty/\nu \sim O(\varepsilon)$ ), угол наклона положен равным нулю ( $\theta = 0$ ).

Граничные условия для уравнений (2)–(4) включают: условия непротекания и прилипания на стенке (5), кинематическое условие на свободной поверхности (6) и условие баланса сил на свободной поверхности (7) [5; 6]:

$$v = 0, \quad u = -C \quad \text{при } y = 0, \quad (5)$$

$$v = u dh/dt \quad \text{при } y = h, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (p - p^g - \sigma/R)n_i = \\ = (\sigma'_{ik} - \sigma^g_{ik})n_k + \partial \sigma / \partial x_i \end{aligned} \quad (7)$$

при  $y = h$ ,

где  $\sigma$  – поверхностное натяжение,  $R$  – главный радиус кривизны свободной поверхности,  $\sigma'_{ik}$  – компоненты тензора вязких напряжений,  $n_i$  – компоненты вектора нормали к свободной поверхности  $\mathbf{n}(x, y) = \mathbf{x}n_1(x, y) + \mathbf{y}n_2(x, y)$ ,  $n_1 \sim O(\varepsilon)$ ,  $n_2 \sim O(\varepsilon^0)$ , верхний индекс  $g$  указывает на принадлежность к газовой фазе. Запишем в длинноволновом приближении ( $|dh/dx| \ll 1$ ) нормальную и касательную к свободной поверхности компоненты уравнения (7), пренебрегая вязкими свойствами газа и слагаемыми  $\sim O(\varepsilon)$ :

$$p = p^g - \sigma d^2 h / dx^2 \quad \text{при } y = h, \quad (8)$$

$$\rho \nu \partial u / \partial y = d \sigma / dx \quad \text{при } y = h. \quad (9)$$

Условие сохранения расхода жидкости (к которому приводят уравнения (4)–(6)) имеет вид

$$\int_0^h u dy = -Ch_\infty. \quad (10)$$

Из уравнений (3) и (8) получим:

$$p = p^g + \rho |g| (h - y) - \sigma d^2 h / dx^2. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) для давления в уравнение (2), получим с учетом граничных условий (5), (9) выражение для продольной компоненты скорости:

$$\frac{u}{C} = -1 + \frac{y}{\rho \nu C} \frac{d\sigma}{dx} + \left( hy - \frac{y^2}{2} \right) G, \quad (12)$$

здесь учтено, что  $|hd^2h/dx^2| \ll 1$ ,

$$G = \left\{ \frac{\sigma}{\rho \nu C} \frac{d^3 h}{dx^3} - \frac{|g|}{\nu C} \frac{dh}{dx} \right\}.$$

Из уравнения (4) и условия (5) следует

$$\frac{v}{C} = -\frac{y^2}{2\rho \nu C} \frac{d^2 \sigma}{dx^2} - \frac{y^2}{2} \frac{dh}{dx} G - \left( \frac{hy^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right) \frac{dG}{dx}. \quad (13)$$

Используя условие (10), запишем уравнение для толщины пленки:

$$\frac{h^2}{2h_\infty^2} \frac{h_\infty}{\rho \nu C} \frac{d\sigma}{dx} + \frac{h^3}{3h_\infty^3} \left\{ \frac{\sigma}{\rho \nu C} k_\infty^2 \frac{d^3 h}{dx^3} - \frac{|g|h_\infty^2}{\nu C} \frac{dh}{dx} \right\} = \frac{h}{h_\infty} - 1. \quad (14)$$

Анализ применимости уравнения (14) для описания пленочного течения с движущимся локальным источником тепла в условиях невесомости ( $|g|=0$ ) представлен в работе [7], в настоящей работе рассматривается случай  $|g| \neq 0$ ,  $\theta = 0$ .

В силу предположений о том, что плотность и вязкость жидкости не зависят от температуры, гидродинамическая и тепловая части задачи связаны лишь граничным условием на свободной поверхности – через зависимость поверхностного натяжения от температуры. Если распределение температуры на поверхности пленки известно из эксперимента, то можно не рассматривать

тепловую задачу, – решение определяется гидродинамической частью общей задачи на основе полученных уравнений (11)–(14) и заданного распределения  $\sigma(x)$  (аналогичный подход использован в работе [8]).

### Численное моделирование

Нелинейное дифференциальное уравнение (14) для толщины пленки решалось численно итерационным методом, производные аппроксимировались конечными разностями, использовались неявная конечно-разностная схема и алгоритм трехточечной прогонки. В качестве граничных условий в расчетах задавались постоянные значения искомого решения вдали от источника тепла ( $h(t, x \rightarrow \pm\infty) = h_\infty$ ). Начальное приближение:  $h(t=0, x) = h_\infty$ . Итерационный процесс продолжался до тех пор, пока квадратичное изменение решения, просуммированное по всем узлам расчетной сетки, не становилось меньше наперед заданной малой величины ( $\leq 10^{-6}$ ).

Поскольку в настоящее время нет экспериментальных данных о распределении температуры на поверхности пленки жидкости при движении источника тепла (как при  $|g| \neq 0$ ,  $\theta = 0$ , так и при  $|g|=0$ ), то в вычислениях задавалось модельное распределение градиента температуры:  $\partial T(x, y=h)/\partial x = A \exp(-(x/L)^2)$ ,  $L = L_+$  при  $x > 0$ ,  $L = L_-$  при  $x < 0$ . Значения  $L_\pm$  и  $A$  могли варьироваться произвольно. Ниже приведены результаты расчетов, в которых  $L_+ = 15 h_\infty$ ,  $L_- = 4 h_\infty$  и  $A = -15$  К/мм. По зависимости  $\partial T(x, y=h)/\partial x$  можно восстановить распределение температуры на свободной поверхности интегрированием с условием  $T(x \rightarrow \infty) = T_\infty$ . Перепад температуры при заданных значениях  $A$ ,  $L_\pm$  составил 5 К. Учитывая зависимость  $\sigma(T)$ , можно рассчитать функцию  $\sigma(x)$  и ее производные (рис. 1). Координата  $x=0$  соответствует области выхода теплового пограничного слоя на свободную поверхность, в этой области градиент температуры достигает максимального абсолютного значения.

В расчетах были заданы: значение температуры жидкости вдали перед источником тепла  $T(x \rightarrow +\infty) = T_\infty = 303$  К, толщина невозмущенной пленки  $h(x \rightarrow +\infty) = h_\infty = 10^{-4}$  м, скорость источника тепла  $C = 10^{-2}$  м/с, давление газа  $p^g = 10^5$  Па,  $|g| = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. Физические параметры жидкости, используемые в расчетах, соответствовали 25 % раствору этилового спирта в воде (25 % C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH + 75 % H<sub>2</sub>O):  $\nu = 1,8 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\sigma(x \rightarrow +\infty) = \sigma_\infty = 0,034$  кг/с<sup>2</sup>,  $\rho = 956$  кг/м<sup>3</sup>,  $d\sigma/dT = -1,1 \cdot 10^{-4}$  кг/(с<sup>2</sup>К). Максимальное значение градиента поверхностного натяжения  $(d\sigma/dx)_{\max} = Ad\sigma/dT = 1,65$  кг/(с<sup>2</sup>м).

По рассчитанному решению  $h(x)$  определялись зависимости  $p(x, y)$ ,  $u(x, y)$ ,  $v(x, y)$ , на рис. 2 представлены эти зависимости.

Как видно из представленных результатов расчетов, термокапиллярный эффект приводит к существенному торможению потока и значительной деформации свободной поверхности. Относительная величина деформации пленки достигает 150 %,  $x$ -компонента скорости потока на свободной поверхности изменяет свое направление в области больших значений градиента поверхностного натяжения, что означает формирование зоны вихревого движения жидкости. Влияние поверхностного натяжения на давление незначительно, поскольку продольный масштаб деформации свободной поверхности намного превышает амплитуду деформации. Вклад гидростатического давления тоже незначителен по сравнению с атмосферным давлением, так как толщина слоя мала. Перед основной деформацией пленки со стороны набегающего потока наблюдаются затухающие колебания толщины пленки, аналогично случаю гравитационного течения пленки жидкости при наличии неподвижного источника тепла. Можно предположить, что при заданной скорости движения источника тепла стационарная двумерная структура течения будет устойчива в случае, если мощность тепловыделения ниже определенного критического значения. Превышение этого порогового значения может вызвать переход к трехмерному режиму. При малых значениях  $(d\sigma/dx)_{\max}$  повсюду на свободной поверх-

ности  $u < 0$  и вихрь не формируется (см.: [7]).

На рис. 3 представлены линии тока в сопровождающей и в покоящейся системах координат. Функция тока  $\Psi$  получена интегрированием уравнений (12), (13):

$$\frac{\Psi}{C} = -ky + \frac{y^2}{2\rho\nu C} \frac{d\sigma}{dx} + \left( h \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right) G,$$

где  $k = 1$  в сопровождающей и  $k = 0$  в покоящейся системах координат. В сопровождающей системе координат, связанной с волной, часть линий тока являются замкнутыми, явно визуализируя вихрь (см. рис. 3, а). Двумерное решение с вихрем было ранее численно получено в работе [9] для случая гравитационно стекающей пленки жидкости при наличии неподвижного нагревателя.

В «лабораторной» системе отсчета, связанной с подложкой, возвратное течение не наблюдается:  $x$ -компонента скорости не изменяет знака, и замкнутые линии тока отсутствуют (см. рис. 3, б). О наличии вихря в решении мы можем с уверенностью судить по визуализации течения в системе координат, связанной с волной. В этой системе координат течение стационарно, и траектории частиц совпадают с линиями тока.

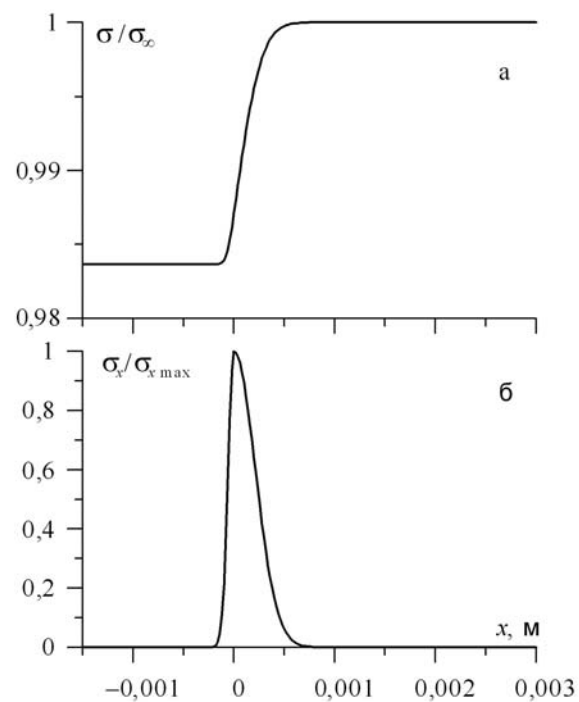


Рис. 1. Зависимости поверхностного натяжения (а) и градиента поверхностного натяжения (б)

### Выводы

Уравнение (14), записанное для произвольного угла наклона ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ), получено в работах [10; 11] с использованием предположения о том, что скорость движения источника тепла намного превосходит значение скорости течения жидкости под действием гравитации ( $C \gg h_\infty^2 |g| \sin \theta / \nu$ ). Под этим условием в [11] подразумевалось, что скорость течения жидкости под дейст-

вием гравитации мала благодаря малой толщине пленки либо вследствие малого угла наклона подложки.

Уравнение, описывающее деформацию гравитационно стекающей пленки при действии неподвижного локального нагревателя, было получено в работе [9], а в [12] на основе решения этого уравнения представлены результаты анализа устойчивости двумерного стационарного режима. Однако вывод этого уравнения не позволял корректно применить его к условиям невесомости. При  $\theta \rightarrow 0$  это уравнение не приводило к решениям без разрыва пленки и образования сухих пятен. В развитие предыдущих результатов, в настоящей работе показано, что движение локального источника тепла позволяет исключить разрыв тонкой пленки и образование сухих пятен даже в случае отсутствия течения жидкости, в том числе на горизонтальных подложках (для условий невесомости аналогичный вывод обоснован в [7]).

Этот новый эффект может быть использован при решении ряда важных практических задач, связанных с повышением эффективности теплоотдачи, в том числе в условиях невесомости. В последнее время в рамках подготовки Европейским Космическим Агентством эксперимента SAFIR на борту Международной Космической Станции группой профессора О. А. Кабова в Институте теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук (Новосибирск, Россия) и в Исследовательском центре по микрогравитации Свободного университета Брюсселя (Бельгия) активно изучается динамика пленки жидкости, нагреваемой неподвижным локальным источником тепла, в том числе в условиях невесомости [13–16]. При этом течение жидкости создается потоком газа (пара) над свободной поверхностью. В условиях невесомости это заменяет гравитационный механизм течения жидкости и не допускает термокапиллярного разрыва пленки. Использование движущегося источника тепла может рассматриваться как альтернатива «сдвиговому механизму» создания течения слоя жидкости за счет обмена импульсом с потоком газа («shear-driven mechanism»).

Представленный в настоящей работе упрощенный анализ воздействия движущегося

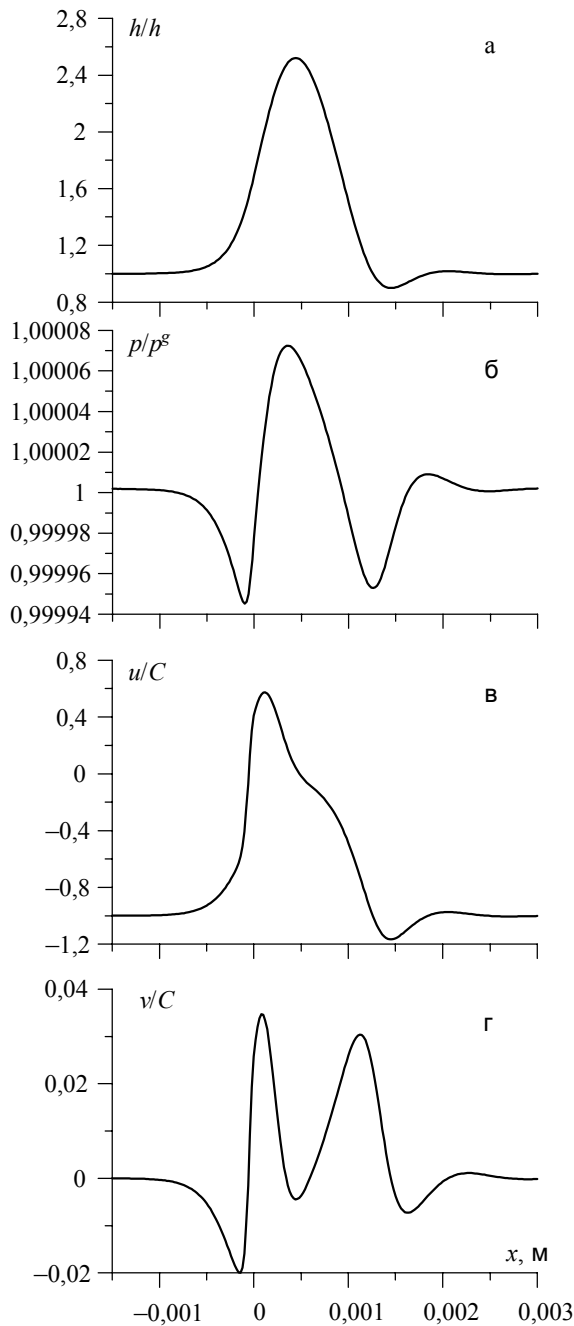


Рис. 2. Зависимости толщины слоя жидкости (а), давления на подложке (б) и компонент скорости на свободной поверхности (в сопровождающей системе координат) (в, г)

локального источника тепла на структуру тонкого слоя жидкости в случае горизонтальной подложки указывает на возможность разработки новых экспериментальных подходов к изучению термокапиллярных эффектов в неизотермических пленках жидкости. Показано, что, наряду с упомянутыми выше экспериментами, использующими «сдвиговый механизм», могут быть выполнены экспериментальные исследования с движущимся источником тепла, в том числе – для горизонтальных слоев.

### Список литературы

1. Кабов О. А., Дятлов А. В., Терещенко А. Г. Теплоотдача от нагревателя малого размера к свободно стекающей пленке водного раствора этилового спирта // Теплофизика и аэромеханика. 1996. Т. 3, № 1. С. 21–33.

2. Kabov O. A., Marchuk I. V., Chupin V. M. Thermal Imaging Study of the Liquid Film Flowing on Vertical Surface with Local Heat Source // Russian J. of Engineering Thermophysics. 1996. Vol. 6. Is. 2. P. 105–138.

3. Кабов О. А. Формирование регулярных структур в стекающей пленке жидкости при локальном нагреве // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5. № 4. С. 597–602.

4. Кабов О. А., Легро Ж. К., Марчук И. В. и др. Деформация свободной поверхности в движущемся локально нагреваемом тонком слое жидкости // Механика жидкости и газа. 2001. № 3. С. 200–208.

5. Alekseenko S. V., Nakoryakov V. E., Pokusaev B. G. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука, 1992.

6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие: В 10 т. 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986. Т. 6: Гидродинамика. 736 с.

7. Sharypov O. V., Kuibin P. A. Microgravity: Effect of a Moving Local Heater on Liquid Film Structure // Microgravity Sci. Technol. 2008 (направлено в печать).

8. Шарыпов О. В., Медведко К. А. О структуре неизотермических пленочных течений // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2006. Т. 1, вып. 2. С. 48–53.

9. Marchuk I. V., Kabov O. A. Numerical Modeling of Thermocapillary Reverse Flow in Thin Liquid Films Under Local Heating // Russian J. of Engineering Thermophysics. 1998. Vol. 8. No. 1–4. P. 17–46.

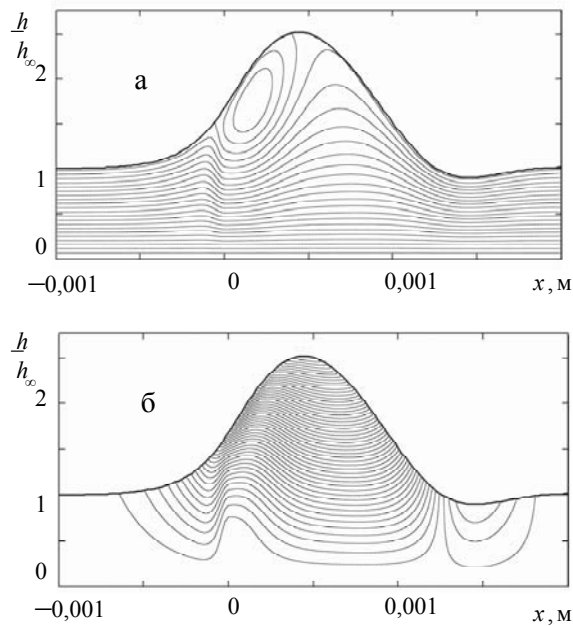


Рис. 3. Линии тока в сопровождающей (а) и в лабораторной (б) системах координат

10. Шарыпов О. В., Медведко К. А., Фомин А. В. Предел двумерного стационарного режима течения пленки жидкости при распространении по подложке тепловой волны // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 3. С. 453–457.

11. Шарыпов О. В., Медведко К. А., Фомин А. В. О пределах существования двумерной стационарной структуры пленки жидкости при распространении волны горения // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 1. С. 24–29.

12. Sharypov O. V., Medvedko K. A. Local Heating Effect on Film Flow Structure // Microgravity sci. technol. 2007. Vol. 19. Is. 3–4. P. 172–173.

13. Гатапова Е. Я., Кабов О. А., Марчук И. В. Термокапиллярная деформация локально нагреваемой пленки жидкости, движущейся под действием газового потока // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30, вып. 10. С. 46–52.

14. Gatapova E. Ya., Marchuk I. V., Kabov O. A. Heat Transfer and Two-Dimensional Deformations in Locally Heated Liquid Film with Co-current Gas Flow // Thermal Science and Engineering. 2004. Vol. 12. P. 27–34.

15. Gatapova E. Ya., Kabov O. A. Shear-induced Flows of Evaporating Liquid Films // Two-phase Systems for Ground and Space applications / Book of Abstracts. The International Topical Team Workshop / Eds. O. Kabov, E. Gatapova, J.-C. Legros. September 19–21, 2006. Brussels, Belgium, 2006. P. 24–25.

16. Gatapova E. Ya., Kabov O. A. Slip Effect on Shear-driven Evaporating Liquid Film in Microchannel // Microgravity sci. Technol. 2007. Vol. 19. Is. 3–4. P. 132–134.

*Материал поступил в редколлегию 10.12.2007*

**P. A. Kuibin, O. V. Sharyov**

**Vortex Generation in a Thin Liquid Layer under the Effect of Moving Heater**

An effect of moving local heater on the flow structure in a thin liquid layer on horizontal substrate is analyzed. The 2-D problem is considered under boundary layer approximation. For the case of small Reynolds numbers the steady-state equation is derived for description of the liquid film deformation in the accompanying frame of reference. The obtained equation can be applied in particular at horizontal substrate orientation. The results of simulations of the film thickness, pressure and liquid velocity at a given model temperature distribution on a free surface are presented. The dependencies of liquid viscosity and density on the temperature are neglected in the model, as well as heat, mass and momentum transfer at the free surface. It is shown that even in absence of liquid motion under gravity action the motion of local heater provides the existence of steady-state regime without film breakdown and dry spot formation. As outcome the theoretical background for new scheme of experimental study of phenomena in non-isothermal liquid films is developed.

*Keywords:* liquid films, heat transfer, thermocapillary effect.