

УДК 621.384.6

А. В. Иванов<sup>1</sup>, М. А. Тиунов<sup>2</sup>

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН  
пр. Акад. Лаврентьева, 11, Новосибирск, 630090, Россия  
E-mail: <sup>1</sup> A.V.Ivanov@inp.nsk.su; <sup>2</sup> M.A.Tiunov@inp.nsk.su

## РАСЧЕТ АДИАБАТИЧЕСКОГО ИНВАРИАНТА ДЛЯ ЗАМАГНИЧЕННЫХ ИНТЕНСИВНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПУЧКОВ

Предложена методика расчета адиабатического инварианта в сечении замагниченного интенсивного релятивистского пучка с учетом дрейфового движения ведущих центров частиц пучка.

Приведен пример расчета адиабатического инварианта электронов интенсивного пучка в электростатической ускоряющей системе с сопровождающим магнитным полем. Показано, что в достаточно сильном магнитном поле поперечная энергия электронов сохраняется даже при резком изменении электрического поля.

*Ключевые слова:* адиабатический инвариант.

### Введение

При разработке электронно-оптических систем (ЭОС) с замагниченным пучком нередко ставится задача провести пучок вдоль системы с минимальным увеличением энергии поперечного ларморовского движения частиц пучка, поскольку рост поперечной энергии требует увеличения апертуры установки и может привести к ухудшению ее характеристик. Так, при значительной поперечной энергии электронного пучка увеличивается время охлаждения ионов в электронных охладителях. Причина увеличения поперечной энергии частиц – резкое изменение полей вдоль направления движения пучка. Это может быть влет в ускоряющую систему или вылет из нее, влет в более слабое или сильное магнитное поле и т. д.

Для количественной оценки энергии поперечного движения очень удобен адиабатический инвариант, представляющий собой отношение квадрата импульса ларморовского движения частицы к магнитному полю. Этот инвариант сохраняется в случае, когда масштаб изменения электрического и магнитного полей велик по сравнению с ларморовским радиусом частицы. Знание величины этого инварианта вдоль траектории частицы дает возможность как вычислить

энергию ее поперечного движения, так и определить те участки ЭОС, на которых происходит нарушение условия адиабатичности.

В данной работе предложена методика расчета адиабатического инварианта в сечении замагниченного интенсивного релятивистского пучка с учетом дрейфового движения ведущих центров частиц пучка. Приведены формулы для расчета электрического, центробежного и градиентного дрейфов. Представлен пример расчета адиабатического инварианта электронов интенсивного пучка в электростатической ускоряющей системе с сопровождающим магнитным полем.

### Вычисление адиабатического инварианта

В адиабатическом приближении движение частицы разделяется на ларморовское вращение в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, и движение ведущего центра ларморовской окружности. Ведущий центр движется вдоль силовой линии магнитного поля, к этому добавляется медленное дрейфовое движение в поперечном силовой линии направлении [1].

Положим, в результате расчетов ЭОС в рассматриваемой точке траектории извест-

ны электрическое  $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$  и магнитное  $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$  поля, в которых учтен вклад от объемного заряда и тока пучка. Для дальнейших расчетов удобнее перейти в локальную систему координат, ось  $Z'$  которой направлена вдоль магнитного поля:

$$\vec{e}_{z'} = \frac{\vec{B}}{B}.$$

При ненулевых  $B_x$  или  $B_z$  оси  $X'$  и  $Y'$  можно выбрать, например, так (рис. 1):

$$\vec{e}_{x'} = \frac{1}{\sqrt{B_x^2 + B_z^2}} (+B_x, 0, -B_z),$$

$$\vec{e}_{y'} = \vec{e}_{z'} \times \vec{e}_{x'}.$$

Скорость частицы в рассматриваемой точке можно представить как сумму параллельной и перпендикулярной магнитному полю компонент:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}.$$

В локальной системе  $\vec{v}_{\parallel}$  направлена вдоль оси  $Z'$ , а  $\vec{v}_{\perp}$  лежит в плоскости  $X'Y'$ .

Скорость  $\vec{v}_{\perp}$  образуется в результате дрейфового и ларморовского движений:

$$\vec{v}_{\perp} = \vec{v}_d + \vec{v}_L. \quad (1)$$

В дрейфовое движение вносят вклад электрический, центробежный и градиентный дрейфы [1]. Полная скорость дрейфа есть сумма всех видов дрейфов:

$$\vec{v}_d = \vec{v}_e + \vec{v}_{\nabla} + \vec{v}_c. \quad (2)$$

Скорость электрического дрейфа в локальной системе представляется в виде

$$\vec{v}_e = c \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{c}{B^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ E_{x'} & E_{y'} & E_{z'} \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} =$$

$$= c \cdot \left( +\frac{E_{y'}}{B}, -\frac{E_{x'}}{B}, 0 \right),$$

где  $E_{x'}, E_{y'}, E_{z'}$  – компоненты электрического поля в локальной системе.

В выражение для градиентного дрейфа входит градиент модуля магнитного поля  $\vec{\nabla}B$ . Эта величина может быть рассчитана, например, путем численного дифференцирования модуля поля по сетке и пересчитана в локальную систему координат. Формула для вычисления градиентного дрейфа имеет вид

$$\vec{v}_{\nabla} = c \cdot \frac{\gamma mc^2}{2e} \cdot v_{\perp}^2 \cdot \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}B}{B^3} =$$

$$= c \cdot \frac{\gamma mc^2}{2eB^2} \cdot v_{\perp}^2 \cdot \left( -(\vec{\nabla}B)_{y'}, +(\vec{\nabla}B)_{x'}, 0 \right).$$

В выражение для центробежного же дрейфа входит кривизна силовой линии магнитного поля  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial s}$ . Для вычисления этой величины можно воспользоваться следующей формулой:

$$\frac{\partial B_i}{\partial s} = \frac{\vec{B}}{B} \cdot \vec{\nabla} \frac{B_i}{B}, \quad i = x, y, z.$$

Центробежный дрейф записывается при этом следующим образом:

$$\vec{v}_c = c \cdot \frac{\gamma mc^2}{e} \cdot v_z^2 \cdot \frac{\vec{B} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial s}}{B^2} =$$

$$= c \cdot \frac{\gamma mc^2}{2eB} \cdot v_z^2 \cdot \left( -\left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial s} \right)_{y'}, +\left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial s} \right)_{x'}, 0 \right).$$

Рассчитав полную скорость дрейфа по формуле (2), из (1) можно найти скорость ларморовского вращения. Адиабатический инвариант удобнее представлять в виде отношения энергии ларморовского вращения к магнитному полю, помноженному на некоторое нормировочное магнитное поле:

$$Inv = \frac{(\gamma m \vec{v}_L)^2}{2m} \cdot \frac{B_0}{B}.$$

При этом результат сразу имеет размерность энергии и правильно зависит от полной энергии частицы.

### Пример расчета адиабатического инварианта

При расчете адиабатического инварианта для интенсивных пучков необходимо найти точки пересечения отдельных траекторий

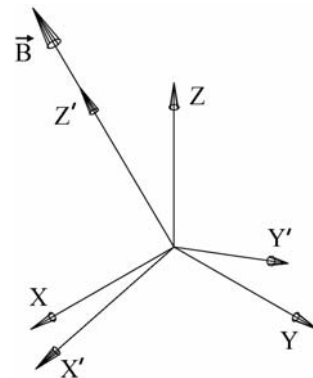


Рис. 1. Ориентация осей локальной системы координат

пучка с сечением (в аксиально-симметричном случае, задаваемом плоскостью  $Z = \text{Const}$ ), для каждой траектории в соответствующей точке вычислить значение адиабатического инварианта и усреднить по пучку с весом, равным току, переносимому этой траекторией.

В качестве примера был рассмотрен расчет адиабатического инварианта для замагниченного пучка с током 1 А в аксиально-симметричной ускоряющей секции, в которой энергия пучка увеличивается с 50 до 500 кэВ. В этой системе можно наблюдать как адиабатическое движение частиц, так и зоны неадиабатичности. Рассматривались два варианта: с однородным магнитным полем величиной 700 Гс (рис. 2) и с увеличением магнитного поля в конце ускоряющей секции до 2 750 Гс (рис. 3). На обоих рисунках представлены траектории частиц пучка, распределения вдоль оси  $Z$  электрического и

магнитного полей, а также усредненного адиабатического инварианта пучка, выраженного в электрон-вольтах. Нормировочное магнитное поле  $B_0 = 1$  кГс. Расчеты проводились при помощи комплекса программ UltraSAM [2].

Из рис. 2 видно, что ускорение электронного пучка в однородном электрическом поле не изменяет адиабатический инвариант, в то время как вход в ускоряющую секцию является сильной электростатической линзой, при проходе через которую увеличивается поперечная энергия пучка. Аналогично, и выход из ускоряющей секции в этом варианте также ведет к росту адиабатического инварианта.

Один из путей предотвращения роста поперечной энергии электронов на выходе из ускоряющей секции – локальное увеличение магнитного поля. В более сильном поле пространственный шаг ларморовской спирали

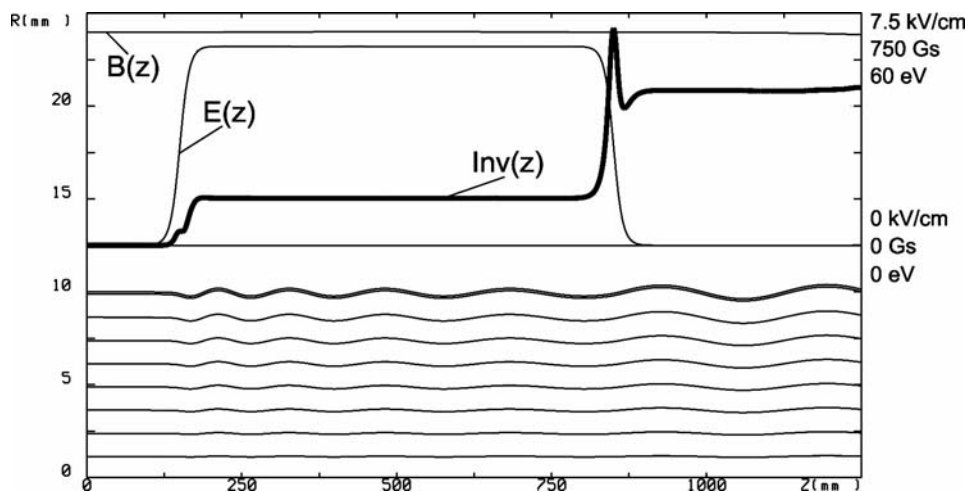


Рис. 2. Ускоряющая секция с однородным магнитным полем

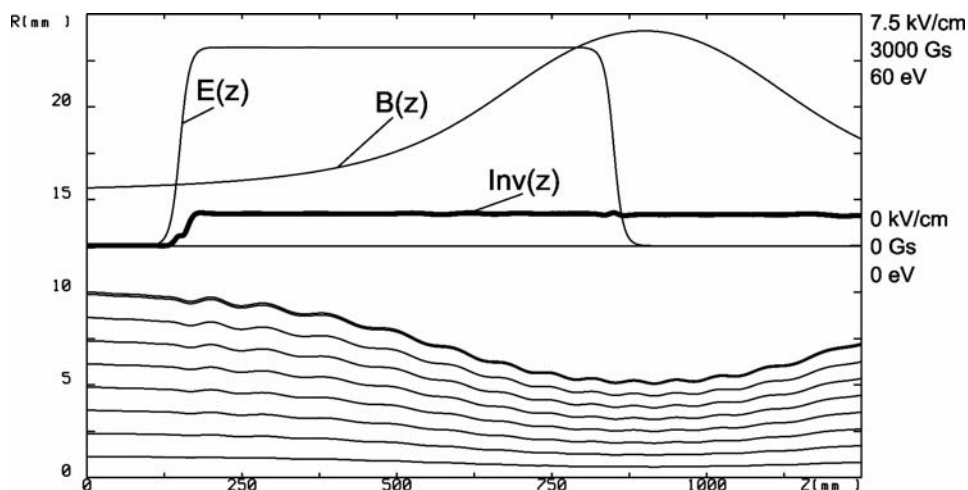


Рис. 3. Ускоряющая секция с усилением магнитного поля на выходе

уменьшается и может стать сравнимым с характерной длиной изменения электрического поля. При этом начинает выполняться условие адиабатичности, что приводит к сохранению значения адиабатического инварианта. Результаты расчета варианта с усилением поля представлены на рис. 3. Магнитное поле в этом варианте немного увеличивается и на входе в ускоряющую секцию, что также уменьшает рост поперечной энергии электронов при влете в нее.

### Заключение

Была разработана методика расчета адиабатического инварианта в сечении замагниченного интенсивного релятивистского пучка. В ней учтено наличие дрейфового движения ведущих центров частиц пучка, приведены формулы для расчета центростремительного и градиентного дрейфов. Приведен

пример использования адиабатического инварианта при расчете динамики замагниченного пучка в аксиально-симметричной ускоряющей секции. При помощи адиабатического инварианта отслежен рост поперечной энергии частиц пучка на входе в ускоряющую секцию и на выходе из нее, показано подавление этого роста путем локального увеличения магнитного поля.

### Список литературы

1. Сивухин Д. В. Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1963. Вып. 1
2. Ivanov A. V., Tiunov M. A. ULTRASAM-2D Code for Simulation of Electron Guns with Ultra High Precision // Proc. EPAC2002. P., 2002, P. 1634–1636.

*Материал поступил в редколлегию 12.10.2007*

**A. V. Ivanov, M. A. Tiunov**

#### **Calculation of the Adiabatic Invariant for Magnetized Intensive Relativistic Beams**

The technique of adiabatic invariant calculation in cross-section of magnetized intensive relativistic beam with consideration of drift motion of beam particles centers of rotation is suggested.

Example of adiabatic invariant calculation of electrons of intensive beam in electrostatic accelerating system with longitudinal magnetic field is presented. It was shown that in strong enough magnetic field transverse energy of electrons preserves even at abrupt alteration of electric field.

*Keywords:* adiabatic invariant.