

Ю. Г. Ермолаев<sup>1</sup>, А. Д. Косинов<sup>1,2</sup>, Н. В. Семенов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН  
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия

<sup>2</sup> Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: yermol@itam.nsc.ru

## ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СЛАБОНЕЛИНЕЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ \*

Представлены результаты экспериментального исследования механизмов нелинейного взаимодействия волн неустойчивости в пограничном слое плоской пластины при числе Маха  $M = 2$ . В экспериментах изучалось развитие контролируемых возмущений малой амплитуды вниз по потоку. Определены волновые характеристики бегущих возмущений. Установлено, что возмущения основной частоты развиваются вниз по потоку согласно линейной теории гидродинамической устойчивости. Подтверждено, что усиление сильнонаклонных субгармонических возмущений происходит вследствие субгармонического резонанса, который реализуется на несимметричном волновом триплете. В области слабонелинейного взаимодействия роль высокочастотных возмущений незначительна. Начальная стадия параметрического резонанса характеризуется появлением стоячей волны, скачками фазы на  $180^\circ$  на частоте субгармоники в поперечном направлении, а также асимметрией в амплитудных  $\beta$ -спектрах.

*Ключевые слова:* сверхзвуковой пограничный слой, неустойчивость, волновые пакеты, нелинейность, ламинарно-турбулентный переход.

### Введение

Теоретические и экспериментальные исследования процесса возникновения турбулентности при сверхзвуковых скоростях набегающего потока активно ведутся последние три десятилетия. Достаточно полный обзор ранних работ посвященных этим исследованиям приведен в [1; 2]. Начальная (линейная) стадия развития возмущений в сверхзвуковом пограничном слое хорошо изучена, и на данное время основные положения линейной теории гидродинамической устойчивости сжимаемого пограничного слоя подтверждены экспериментально [1–8].

Принципиальные трудности при моделировании ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях начинаются на нелинейной стадии разрушения ламинарного течения. Они связаны с нелинейностью самого процесса, а также с многообразием факторов, влияющих на развитие и усиление возмущений. Первые теоретические исследования нелинейного

развития возмущений в сверхзвуковом пограничном слое [9; 10] были выполнены в рамках слабонелинейного подхода [11; 12], разработанного для дозвуковых скоростей.

В [13–15] с помощью прямого численного моделирования выполнены исследования нелинейных волновых явлений в сжимаемых пограничных слоях. В основном, результаты, полученные в этих работах, подтверждают, что при сверхзвуковых скоростях характер нелинейного взаимодействия волн в пограничном слое аналогичен механизмам взаимодействия в несжимаемом пограничном слое. Результаты расчетов [9; 10; 13–15] до сих пор не подтверждены экспериментально.

Первые экспериментальные исследования нелинейной стадии перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое [16; 17] показали существование параметрического (субгармонического) резонансного взаимодействия несимметричной триады волн неустойчивости при сверхзвуковых скоростях. Эксперименты были выполнены в условиях

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-01-00345).

слабонелинейного развития возмущений, когда вводимые контролируемые возмущения не влияли на положение перехода.

Экспериментальные работы [16; 17] стимулировали проведение теоретических исследований, близких к условиям эксперимента [18–21]. В [18–20] получены теоретические результаты по субгармонической неустойчивости сверхзвукового пограничного слоя, в которых обнаружен аналогичный с экспериментами [16; 17] механизм взаимодействия волн неустойчивости. В этих работах использовался подход, обобщающий метод осреднения, применяемый обычно для несжимаемого двумерного пограничного слоя [12]. Численное исследование субгармонического перехода на основе линейной теории устойчивости и прямого численного моделирования выполнено в работе [21]. Отмечается, что подобные механизмы субгармонического резонанса наблюдаются как в эксперименте, так и при численном моделировании.

Целью данных экспериментов было получить подробную информацию о нелинейном развитии контролируемых возмущений малой амплитуды вниз по потоку (амплитуда, направление волнового вектора наиболее неустойчивых возмущений и их фазовую скорость относительно набегающего потока) для последующего сравнения с результатами расчетов и экспериментальными данными по развитию естественных пульсаций в сверхзвуковом пограничном слое.

### Оборудование и условия экспериментов

Эксперименты выполнены в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ СО РАН при числе Маха  $M = 2,0$  и единичном числе Рейнольдса  $Re_1 = (U/\nu) = (6,76 \pm 0,1) \times 10^6 \text{ м}^{-1}$ . В качестве модели использовалась плоская стальная пластина длиной 450 мм, шириной 200 мм, толщиной 10 мм. Угол скоса передней кромки  $14^\circ 30'$ , а ее толщина 0,02 мм. Пластина устанавливалась в центральной плоскости рабочей части аэродинамической трубы под нулевым углом атаки. Для введения в пограничный слой контролируемых пульсаций использовался генератор локализованных искусственных возмущений, конструкция которого основана на искровом разряде

в камере и описана в [8]. Контролируемые пульсации вводились в пограничный слой через отверстие в рабочей поверхности модели диаметром 0,42 мм, частота зажигания разряда 20 кГц, что соответствует частоте основных возмущений. Источник контролируемых возмущений располагался на расстоянии  $x = 38 \pm 0,25$  мм от передней кромки модели,  $z = 0$  соответствует центральной линии симметрии модели.

Возмущения в потоке регистрировались термоанемометром постоянного сопротивления с соотношением плеч моста 1 : 5 и частотным диапазоном до 200 кГц. Датчики термоанемометра изготавливались из вольфрамовой нити диаметром 5 мкм и длиной 0,95 мм. Измерения проводились в слое максимального значения пульсаций поперек пограничного слоя (при  $y/\delta \approx 0,6$ , где  $\delta$  – толщина пограничного слоя). С помощью координатника датчик перемещался по координатам  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Точность определения положения датчика по координатам  $x$ ,  $z$  составляла 0,1 мм, а по  $y$  – 0,01 мм. При перемещении датчика по координате  $x$  напряжение в диагонали моста термоанемометра поддерживалось постоянным за счет перемещения датчика по нормали  $y$ , что соответствовало измерениям при  $\rho u = \text{const}$  ( $\rho u$  – массовый расход) и  $y/\delta = \text{const}$ . При перемещении датчика по трансверсальной координате измерения проводились при  $x = \text{const}$  и  $y = \text{const}$ . Величина перегрева нити датчика устанавливалась 0,8, а измеренные возмущения соответствовали пульсациям массового расхода.

Пульсационное (в полосе частот до 200 кГц) и среднее напряжение с термоанемометра записывалось ЭВМ десятиразрядным АЦП с дискретизацией по времени 1 мкс. Запуск АЦП производился синхронно с генератором, задающим частоту вводимых возмущений. Для увеличения отношения сигнал / шум осуществлялось синхронное суммирование сигнала по 500 реализациям. Длина реализаций составляла 400 мкс. Частотные гармоники определялись с помощью дискретного Фурье-преобразования (ДПФ) по осредненным осциллограммам. В ходе эксперимента контролировалась амплитуда осредненных осциллограмм пульсационного сигнала, что позволило достаточно точно определить границы

введенного волнового пакета по поперечной координате.

Для определения частотно-волновых спектров возмущений использовалось ДПФ в виде

$$e'_{\beta}(x, y) = \frac{2}{T} \sum_{j,k} e'(x, z_j, y, t_k) \exp[-i(\beta z_j - \omega t_k)],$$

где  $e'(x, z_j, y, t_k)$  – пульсационный сигнал с термоанемометра, осредненный по реализациям;  $T$  – длина реализации по времени. Амплитуда и фаза возмущений находились после ДПФ по формулам

$$A_{\beta}(x, y) = |e'_{\beta}(x, y)|,$$

$$\Phi_{\beta}(x, y) = \arctg\{\text{Im}[e'_{\beta}(x, y)] / \text{Re}[e'_{\beta}(x, y)]\}.$$

Определение абсолютных значений пульсаций массового расхода  $(\rho u)'$  проводилось по методу, описанному в [22].

### Результаты и их анализ

Устойчивость течения относительно малых возмущений наглядно представляется кривыми нейтральной устойчивости. Нейтральные кривые для пограничного слоя при числе Маха  $M = 2$  с углами наклона волн  $\chi = 0, 30, 45, 60$  и  $70^\circ$  рассчитаны Б. В. Смородским.

Как следует из кривых нейтральной устойчивости, наибольшая область неустойчивых возмущений – для трехмерных волн с углами наклона от  $30$  до  $45^\circ$ . Однако с увеличением  $\chi$  область неустойчивости уменьшается. Верхняя ветвь кривой нейтральной устойчивости более чувствительна к углу наклона волн, чем нижняя. Вниз по потоку от источника могут нарастать только возмущения с частотой до  $50$  кГц. С увеличением числа Рейнольдса высокочастотные возмущения переходят в область устойчивости, где быстро затухают.

Диапазон выполненных измерений по числам Рейнольдса составил от  $500$  до  $1400$ . Поэтому, в соответствии с линейной теорией гидродинамической устойчивости, субгармонические возмущения ( $f = 10$  кГц) с  $Re > 600$  находятся в области усиления. Пульсации на основной частоте ( $f = 20$  кГц) от источника контролируемых возмущений до  $Re \approx 900$  находятся в области усиления, в границах  $900 < Re < 1000$  они нейтральны (являются не нарастающими), а при  $Re > 1000$  переходят

в зону устойчивости. Отметим, что для условий данных экспериментов положение источника контролируемых возмущений соответствует  $Re \approx 500$ .

Кривые нарастания интегральных пульсаций массового расхода в сверхзвуковом пограничном слое приведены на рис. 1 для случая естественных и контролируемых возмущений. Измерения проводились вдоль центральной линии модели при  $y \approx 0,2$  мм и  $Re_1 = 6,8 \times 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Переход к турбулентности в естественных условиях наблюдается при  $Re \approx 1360$ , а для контролируемых возмущений при  $Re \approx 1300$ . Другими словами, в сверхзвуковом пограничном слое вводились возмущения достаточно малой амплитуды, при которых область перехода не значительно (на  $4\%$ ) сдвигалась вверх по потоку.

Измерения искусственно введенных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое проводились по трансверсальной координате при  $x = 60, 100, 110, 120$  и  $130$  мм ( $Re = 636, 822, 864, 900$  и  $938$  соответственно). Средний массовый расход в сверхзвуковом пограничном слое, при котором выполнялись измерения, равен  $(\rho U)_{\text{п.с.}} / (\rho U)_{\infty} = 0,56 \pm 0,03$ . При этом локализованный источник возмущений не вносил заметных искажений в среднее течение по поперечной координате.

Развитие пульсаций во времени и по пространству показано на рис. 2, где приведены линии равной амплитуды возмущений в поперечном направлении в зависимости от времени  $t$  для разных значений продольной координаты: а)  $x = 60$  мм; б)  $x = 100$  мм; в)  $x = 130$  мм. Сплошной линией нанесены положительные значения осциллограмм, пре-

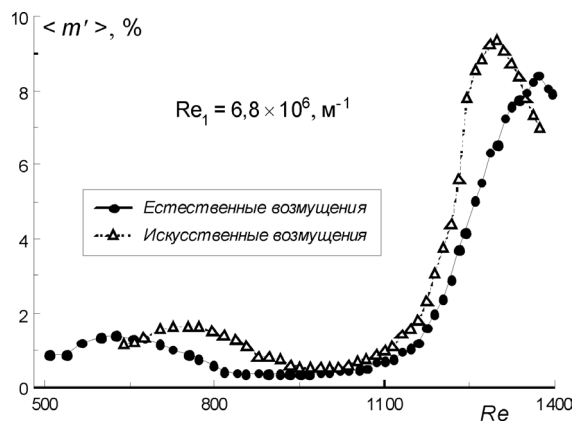


Рис. 1. Переход к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое

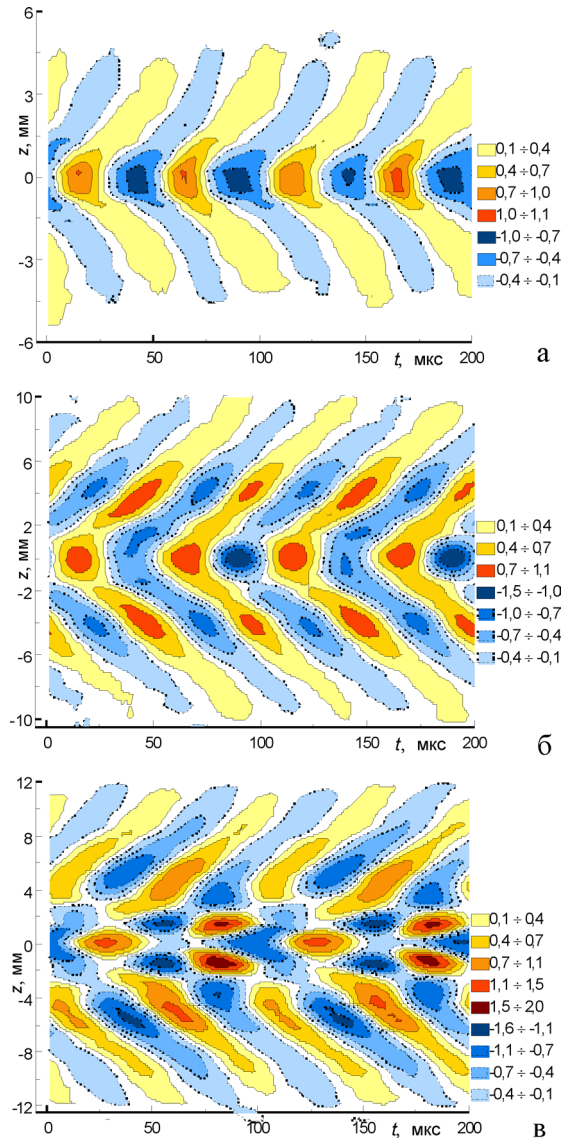


Рис. 2. Изолинии осредненных осциллограмм

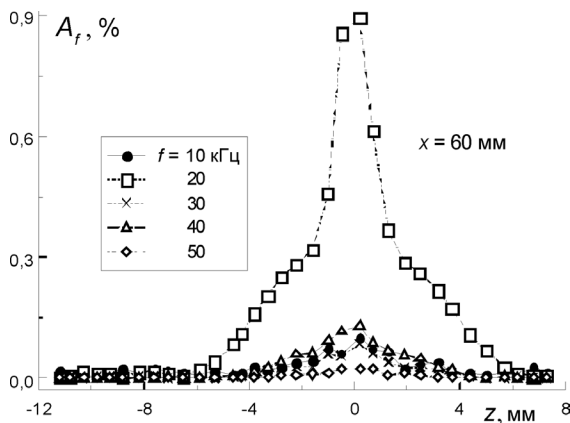


Рис. 3. Амплитудные распределения в трансверсальном направлении при  $x = 60$  мм

рывистой – отрицательные амплитуды. На границе волнового пакета для представленных сечений амплитуда колебаний близка к

нулю. Это говорит о том, что естественные пульсации, которые случайны по своей природе, при синхронном суммировании отфильтровывались от исходного сигнала, и границы введенного пакета волн определялись с хорошей точностью.

В начальном сечении (рис. 2, а) осциллограммы пульсаций имеют практически синусоидальный вид. Это видно из рисунка, где максимум и минимум амплитуды в плоскости  $(z, t)$  подобны друг другу и картина изолиний повторяется через каждые 50 мкс (период основной волны). Начальные возмущения сконцентрированы в области  $z \approx \pm 2$  мм.

С увеличением координаты  $x$  до 100 мм (рис. 2, б) наблюдается модуляция сигнала на удвоенном периоде основной волны. Период 100 мкс соответствует субгармонической частоте. В сечении  $x = 130$  мм, представленном на рис. 2, в, волновой пакет расширяется до значений  $z = \pm 8$  мм. Здесь в осциллограммах пульсационного сигнала наблюдается более выраженная модуляция с периодичностью 100 мкс. В плоскости  $(z, t)$  можно видеть четкую упорядоченность максимумов и минимумов. Характер модуляций усложняется, однако наиболее энергонесущие возмущения сосредоточены вблизи  $z = 0$  мм.

Распределения амплитуды возмущений в трансверсальном направлении при  $x = 60$  мм для частот  $f = 10, 20, 30, 40$  и  $50$  кГц приведены на рис. 3. Начальные возмущения основной частоты не превышают 1 % от среднего течения и на порядок больше пульсаций  $f = 10, 30, 40$  кГц. Спектральный анализ показал, что вниз по потоку существенны только возмущения на  $f = 10, 20$  кГц. Поэтому ниже будем рассматривать развитие возмущений только этих частот.

Результаты исследования эволюции вниз по потоку волновых поездов приведены на рис. 4, где представлены амплитудные распределения возмущений по трансверсальной координате  $z$  для субгармонической ( $f = 10$  кГц) и основной ( $f = 20$  кГц) частот соответственно. В сечении  $x = 60$  мм на основной частоте наблюдается один максимум, что характерно для возмущений вблизи точечного источника. Более сложный вид возмущений наблюдается при  $x \geq 100$  мм. Относительно возмущений на частоте субгармоники, их эволюция вниз по потоку отличается от развития основной вол-

ны. В начальном сечении их амплитуда минимальна – не более 0,1 % от среднего течения. Вниз по потоку наблюдается как рост амплитуды возмущений, так и увеличение числа амплитудных экстремумов по трансверсальной координате.

Для корректного определения характера изменения фазы возмущений по  $z$  рассмотрим фазовые траектории, поскольку фаза определяется через обратный тангенс отношения мнимой и реальной частей гармоники. Следовательно, фаза гармоники определяется с точностью до  $\pi$ . На рис. 5 приведены фазовые траектории возмущений на частотах  $f = 10, 20$  кГц. На этих графиках по оси ординат отложена мнимая, а по оси абсцисс – реальная часть гармоники. Стрелками на графиках указано направление увеличения по модулю значения поперечной координаты от  $z = 0$  мм. Вначале рассмотрим фазовые траектории, принадлежащие возмущениям основной частоты (рис. 5,  $z-e$ ). Мысленно проведем вектор, начало которого расположено в точке отсчета координат  $(0, 0)$ , а конец вектора будет проходить по фазовой траектории от  $z = 0$  мм до, например, максимального значения трансверсальной координаты. Этот вектор будет перемещаться в направлении против часовой стрелки. Такой же результат будет и для отрицательных значений  $z$ . Иначе говоря, фаза возмущений на частоте 20 кГц от  $z = 0$  мм на-

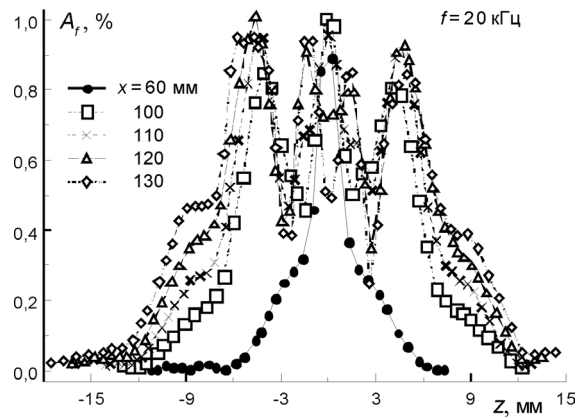
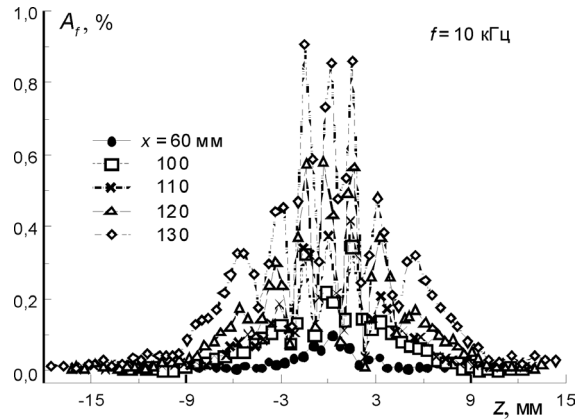


Рис. 4. Амплитудные распределения возмущений по  $z$  на субгармонической и основной частотах

растает при увеличении по модулю значений поперечной координаты. Так же, по фазовым траекториям, можно оценить набег фазы по

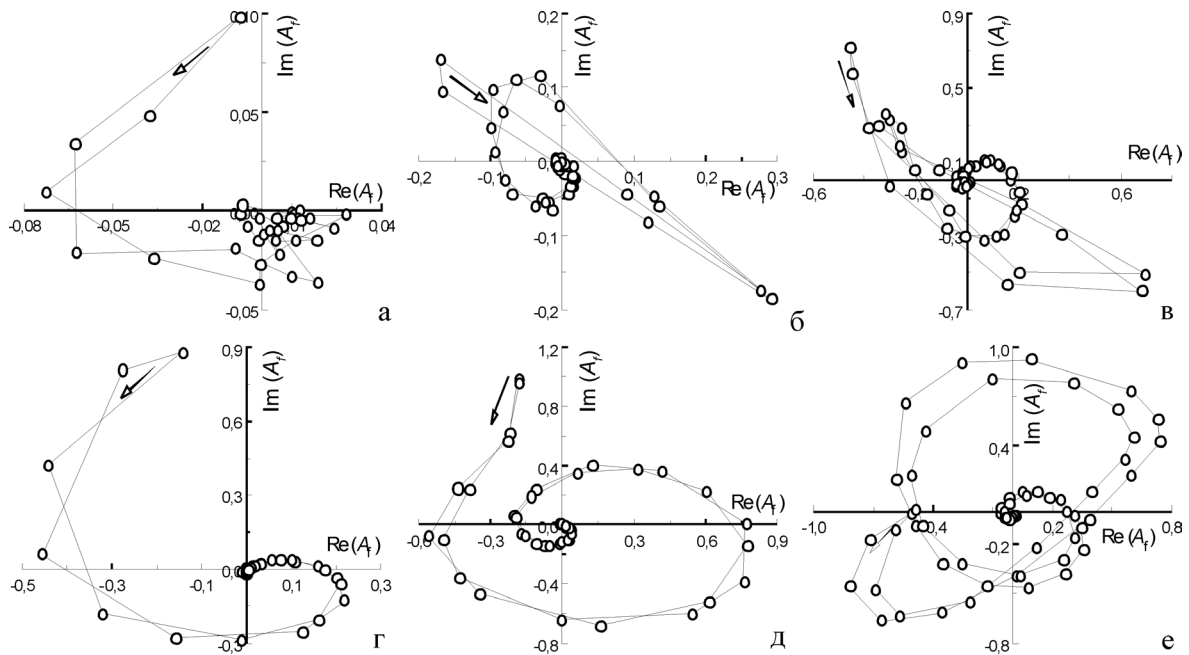


Рис. 5. Фазовые траектории возмущений на субгармонической ( $a, б, в$ ) и основной ( $г, д, e$ ) частотах по трансверсальной координате:  $x = 60$  мм ( $a, г$ );  $x = 100$  мм ( $б, д$ );  $x = 130$  мм ( $в, e$ )

продольной координате, например, наблюдая за положением в области  $z \approx 0$ .

Фазовые траектории основной частоты вниз по потоку закручиваются в одну сторону и типичны при линейном распространении волн. С точностью проводимых измерений фазовые траектории для положительных и отрицательных значений  $z$  совпадают (рис. 5,  $z, d$ ).

Однако при  $x = 130$  мм положительная и отрицательная ветви фазовой траектории расходятся. Этот факт указывает на асимметрию в амплитудном распределении возмущений основной частоты относительно  $z = 0$  мм и как следствие на отклонение их от линейного развития.

Подобную фазовую траекторию можно видеть и на частоте субгармоники (рис. 5,  $a$ ) при  $x = 60$  мм. Однако вниз по потоку субгармонические возмущения имеют развитие, отличное от линейного характера распространения волн неустойчивости. Отличия заключаются в характерном резком изменении фазовой траектории с прохождением ее через область начала координат (рис. 5,  $b, в$ ). Иначе говоря, фаза возмущений скачком изменяется на  $180^\circ$ . Такое характерное изменение фазы от пика к пику в центре волнового пакета указывает на наличие стоячих волн. Отметим, что подобное поведение фазы и появление стоячей волны напрямую связано с возникновением субгармонического резонанса [23].

Наглядно стоячая волна показана на рис. 6, где приведены распределения мгновенных значений амплитуды по трансверсальной координате для возмущений  $f = 10, 20$  кГц при  $x = 60, 100, 130$  мм. На каждом графике показаны 12 мгновенных распределений амплитуды. В начальном сечении (рис. 6,  $a, z$ ) волновой пакет не содержит стоячих волн. При  $x = 100$  мм на частоте субгармоники отчетливо выделяется сильно осциллирующая по поперечной координате стоячая волна (рис. 6,  $b$ ). Так, от  $x = 100$  мм и далее вниз по потоку четко видны пучности и узлы стоячей волны при  $f = 10$  кГц. На частоте основных возмущений ( $f = 20$  кГц) стоячая волна не наблюдается.

Распределения фазы возмущений в поперечном направлении на основной и субгармонической частоте представлены на рис. 7. Фаза возмущений обеих частот нарастает с увеличением продольной координаты. В поперечном направлении фаза основных возмущений монотонно возрастает от  $z = 0$ . На частоте субгармоники наблюдается скачкообразное изменение фазы возмущений на  $180^\circ$  в области  $z \approx \pm 3$  мм.

Как следует из рис. 4–7, результатом развития вниз по потоку введенных контролируемых пульсаций является быстрый рост субгармонических возмущений, причем на этой частоте образуется сильно осциллирующая по  $z$  стоячая волна. Рост субгармони-

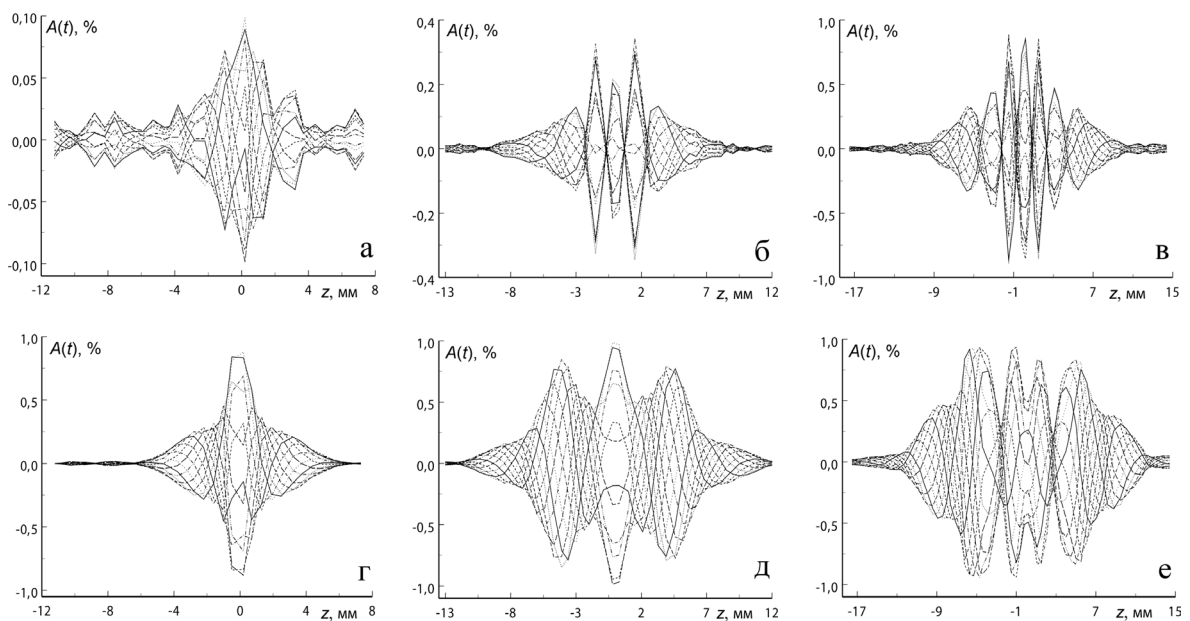


Рис. 6. Мгновенные распределения амплитуды возмущений на субгармонической ( $a, б, в$ ) и основной ( $г, д, e$ ) частотах по  $z$ :  $x = 60$  мм ( $a, z$ );  $x = 100$  мм ( $б, д$ );  $x = 130$  мм ( $в, e$ )

ческих возмущений происходит вследствие нелинейного параметрического усиления. Возмущения с частотой  $f = 20$  кГц развиваются вниз по потоку согласно линейной теории устойчивости.

На рис. 8 представлена спектральная плотность по поперечному волновому числу  $\beta$ , полученная после ДФП по  $z$  рассмотренных выше данных. Амплитуда возмущений отложена по оси ординат в размерном виде [% мм]. Приведенные здесь амплитудные спектры возмущений на основной частоте подобны волновым спектрам линейно развивающихся волн Толлмина – Шлихтинга (Т–Ш) в сверхзвуковом пограничном слое, которые на частоте 20 кГц имеют максимум при  $\beta \approx \pm 0,16$  мм<sup>-1</sup>. Амплитудные спектры на основной частоте симметричны относительно  $\beta = 0$  мм<sup>-1</sup>. Вниз по потоку основной максимум при  $\beta \approx \pm 0,16$  мм<sup>-1</sup> сдвигается в сторону меньших чисел  $\beta$ , что согласуется с линейной теорией. Однако на большом расстоянии от передней кромки,  $x = 130$  мм, наблюдается некоторое отклонение от линейного развития, которое проявляется в асимметрии относительно  $\beta = 0$  мм<sup>-1</sup>. Отметим, что асимметрия в амплитудных спектрах на основной частоте наблюдалась неоднократно в многочисленных экспериментах, например [16; 17; 24].

Начальный спектр возмущений на частоте 10 кГц, как видно из рис. 8, не имеет сильно выраженных пиков по амплитуде, и уровень амплитуды сравним с естественными пульсациями. Вниз по потоку наблюдается бурный рост на частоте субгармоники. Амплитудные спектры имеют множество максимумов, которые превышают погрешность измерений. Максимальные амплитуды в спектрах наблюдаются при больших числах  $\beta \approx \pm 0,28$  мм<sup>-1</sup> и соответствуют стоячей волне. Другие пики в амплитудных спектрах находятся при  $|\beta| \approx 0,13 \div 0,15$  мм<sup>-1</sup>, а также при  $\beta \approx \pm 0,08$  мм<sup>-1</sup> и  $\beta = 0$  мм<sup>-1</sup>. Отметим, что на частоте 10 кГц максимум в области  $|\beta| \approx 0,08 \div 0,09$  мм<sup>-1</sup> обычно имеют собственные волны сверхзвукового пограничного слоя (Т–Ш). Появление в спектрах растущих субгармонических возмущений с волновыми числами  $\beta \geq 0,16$  мм<sup>-1</sup>, которое не предсказывается линейной теорией устойчивости, указывает на нелинейное взаимодействие волн неустойчивости.

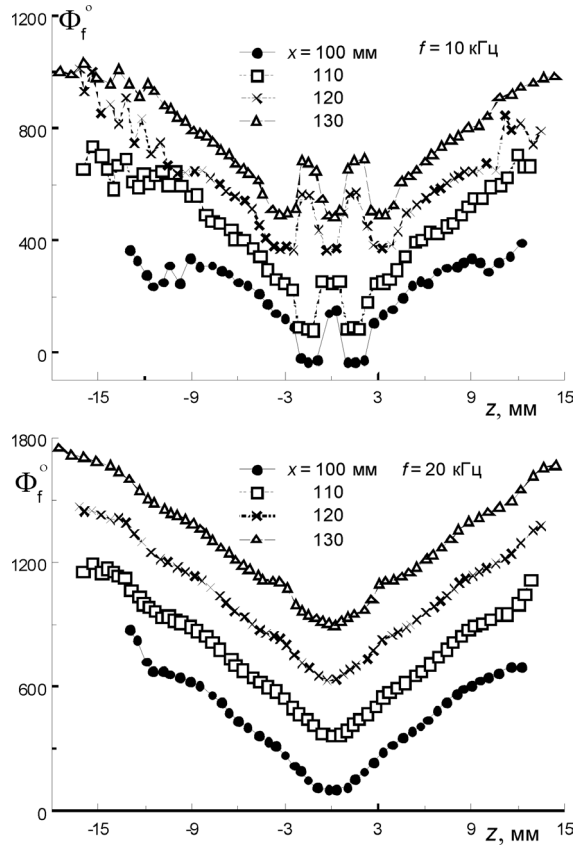


Рис. 7. Распределения фазы возмущений в трансверсальном направлении для  $f = 10, 20$  кГц

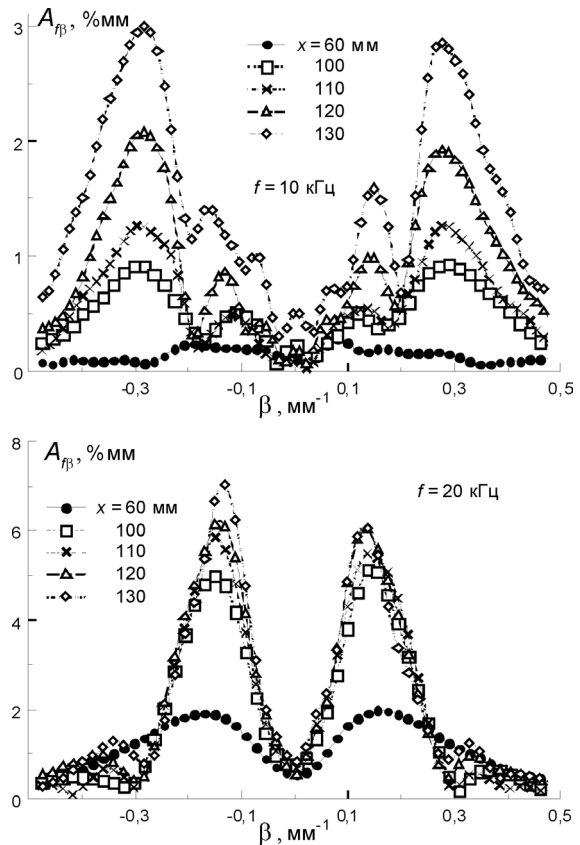


Рис. 8. Амплитудные  $\beta$ -спектры возмущений при  $f = 10$  и  $20$  кГц

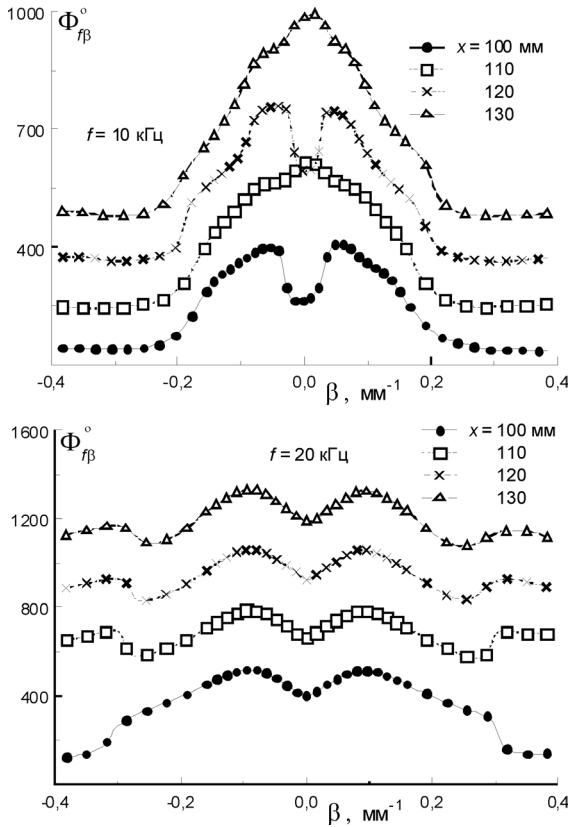


Рис. 9. Развитие вниз по потоку фазовых спектров по  $\beta$  на основной и субгармонической частотах

На рис. 9 представлены фазовые спектры по  $\beta$  для  $f=10, 20$  кГц соответственно. Фазовые спектры основной частоты при  $|\beta| \geq 0,32$  мм $^{-1}$  не показаны на рисунке, поскольку амплитуда этих возмущений мала. Фазовые спектры получены с использованием анализа фазовых траекторий, который описан выше (см. рис. 5).

Вид фазовых спектров возмущений при  $f=20$  кГц соответствует собственным волнам сверхзвукового пограничного слоя [8], кото-

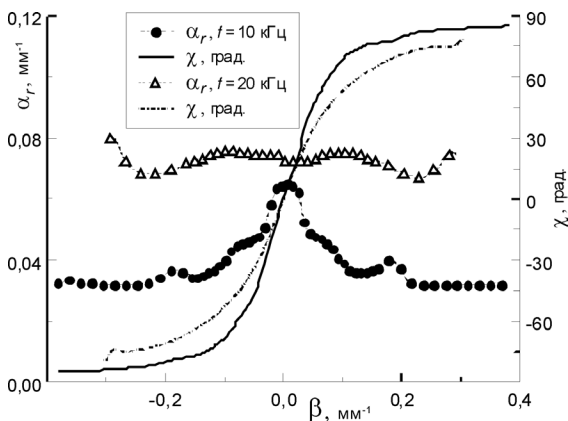


Рис. 10. Дисперсионные зависимости:  $\alpha_r(\beta), \chi(\beta)$  для возмущений на основной и субгармонической частотах

рые развиваются вниз по потоку согласно линейной теории. Фазовые спектры на частоте субгармоники в области малых чисел  $\beta$  трудно анализировать, поскольку амплитуда возмущений близка к нулю. Интересующий нас диапазон волновых чисел находится в границах:  $0,22 \leq |\beta| \leq 0,4$  мм $^{-1}$ , где субгармонические возмущения максимальны. В этих границах фаза субгармоники постоянна, и, следовательно, можно сделать простые оценки фазовой скорости наиболее неустойчивых субгармонических возмущений. При постоянном значении фазы возмущения имеют практически нулевую групповую скорость в поперечном направлении.

В результате спектральной обработки с использованием преобразования Фурье по продольной координате получены оценки продольных волновых чисел  $\alpha_r$  и угла наклона волнового вектора относительно направления набегающего потока  $\chi$ :  $\chi = \text{arctg}(\beta / \alpha_r)$ . В качестве спектрального окна применялось окно Хэмминга. Поскольку ДПФ в продольном направлении выполнялось по четырем измеренным сечениям, то в спектре по  $\alpha_r$  выделялся только один максимум. Результаты оценок  $\alpha_r$  и  $\chi$  приведены на рис. 10 для возмущений на основной частоте и субгармоники. Оценки продольного волнового числа на частоте 20 кГц подобны полученным в экспериментах [8; 24]. На частоте субгармоники в области наиболее неустойчивых возмущений дисперсионная зависимость  $\alpha_r(\beta)$  имеет практически постоянное значение  $\alpha_r \approx 0,034$  мм $^{-1}$ . Вблизи  $\beta = 0$  значения  $\alpha_r$  возрастают почти в два раза.

С помощью комплексных значений  $x$ -компоненты групповой скорости волнового пакета  $-\omega_{\alpha}$  и соответственно  $z$ -компоненты  $-\omega_{\beta}$ , оценим угол расплывания наиболее неустойчивых возмущений по поперечной координате  $z$ :

$$\Theta = 2\text{arctg}(z/x); \quad (\omega_{\alpha}/\omega_{\beta})_r = z/x; \\ \partial\alpha_r/\partial\beta = -(\omega_{\alpha}/\omega_{\beta})_r.$$

Взяв производную дисперсионной зависимости (см. рис. 10) в области максимума амплитудно-волнового спектра возмущений, получим, что на основной частоте наиболее неустойчивые возмущения расплываются в поперечном направлении с углом  $\Theta \approx 8^{\circ}$ . В области максимальных амплитуд на субгармонической частоте значения  $\alpha_r$  имеют одну и ту же величину. Следовательно, пакет волн на частоте суб-



гармоники не расплывается в  $z$ -направлении, что характерно для стоячей волны.

Как видно из дисперсионных зависимостей, максимум на основной частоте ( $\beta \approx \pm 0,16 \text{ мм}^{-1}$ , см. рис. 8) соответствует углу наклона к потоку  $\chi \approx \pm 60^\circ$ , что согласуется с расчетами по линейной теории гидродинамической устойчивости. Наиболее неустойчивые возмущения на частоте субгармоники ( $\beta \approx \pm 0,28 \text{ мм}^{-1}$ , см. рис. 8) имеют углы наклона  $\chi \approx \pm 83^\circ$ .

По данным, представленным на рис. 8, 10, построены возможные волновые триады (рис. 11), удовлетворяющие условиям субгармонического резонанса:

$$f_1 = f_2 + f_3; \alpha_1 = \alpha_2 + \alpha_3; \beta_1 = \beta_2 + \beta_3;$$

где  $f_1$  – частота основных возмущений, а  $f_2 = f_3$  – субгармоника. На графике по левой оси ординат отложены значения  $\alpha_r(\beta)$ , а по правой – амплитудные  $\beta$ -спектры. Кривыми линиями на графике обозначены амплитудные  $\beta$ -спектры для возмущений на основной и субгармонической частотах.

Как следует из рис. 11, условия субгармонического резонанса выполняются для несимметричной триады волн. Волны выбирались в соответствии с максимумами в амплитудных спектрах по  $\beta$ . Этот выбор не случаен, поскольку, согласно представлениям слабонелинейной теории устойчивости, волны, имеющие максимальные инкременты роста в линейной области, скорее всего, первыми начинают участвовать в нелинейном взаимодействии. Стрелками на графике показан пример субгармонического резонанса триады волн, вследствие которого происходит нелинейное усиление сильнонаклонных возмущений на субгармонической частоте. Безусловно, имеется неоднозначность в выборе триады волн в силу слабой зависимости  $\alpha_r(\beta)$  в области максимальных возмущений. Ниже приведены триады волн, удовлетворяющие условиям субгармонического резонанса:

$n$	$f$ , кГц	$\beta$ , $\text{мм}^{-1}$	$\alpha_r$ , $\text{мм}^{-1}$	$\chi^\circ$
1	20	-0,166	0,071	-66,6
2	10	-0,267	0,032	-83,2
3	10	0,102	0,039	69,1
1	20	-0,156	0,072	-65,1
2	10	-0,248	0,032	-82,7
3	10	0,092	0,040	66,3
1	20	0,166	0,071	66,6
2	10	0,267	0,032	83,2
3	10	-0,102	0,039	-69,1

Зависимости фазовой скорости  $C$  от  $\chi$  приведены на рис. 12. Также на рисунке показаны результаты расчетов фазовой скорости по линейной теории устойчивости [8]. Результаты расчетов на графике нанесены сплошной кривой. Прерывистая жирная кривая на графике разделяет область акустических волн от области вихревых возмущений. Фазовая скорость основных возмущений подобна волнам Толлмина – Шлихтинга. Значения фазовой скорости отличаются от полученных при линейном развитии возмущений [25; 26] только в области малых углов, где амплитуда возмущений мала. Экспериментальные значения фазовой скорости волн на основной частоте близки к теоретическим. Полученные оценки фазовой скорости на частоте субгармоники в диапазоне углов  $|\chi| < 40^\circ$  не рассматриваются, поскольку амплитуда этих возмущений близка к нулю и

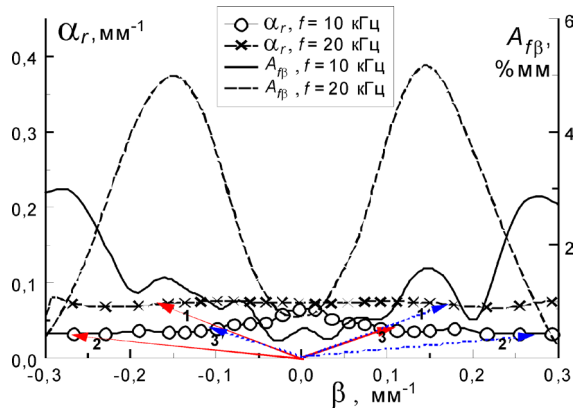


Рис. 11. Пример резонансной волновой триады: 1 (1') – основная волна,  $f = 20$  кГц; 2 (2') и 3 (3') – субгармонические волны,  $f = 10$  кГц

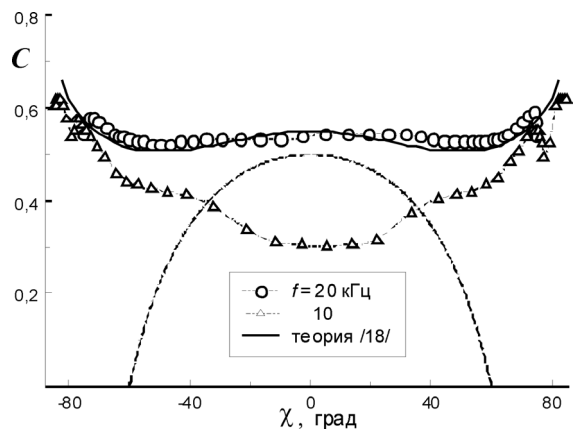


Рис. 12. Фазовая скорость возмущений на частоте  $f = 10$  и  $20$  кГц

погрешность оценок высока. Конечно, на частоте субгармоники при малых углах наклона кроме акустической моды будут присутствовать и вихревые возмущения. Однако из-за недостаточного количества данных их трудно выделить. Интересующие нас наиболее неустойчивые волны соответствуют углам наклона  $|\chi| > 80^\circ$ . Их фазовая скорость близка к 0,6, что соответствует вихревой моде. Таким образом, получено, что наиболее неустойчивые возмущения как для основной, так и для субгармонической частоты, принадлежат вихревой моде и имеют одинаковую фазовую скорость.

### Заключение

Результаты эволюции контролируемых возмущений, описанные нами, подтверждают закономерности, наблюдаемые при естественном ламинарно-турбулентном переходе сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине [27]. На начальной нелинейной стадии ламинарно-турбулентного перехода в обоих случаях происходит усиление низкочастотных возмущений. Полученные результаты позволяют сделать некоторые выводы об основных закономерностях эволюции возмущений в сверхзвуковом пограничном слое плоской пластины на стадии слабонелинейного взаимодействия волн.

Экспериментально установлено, что возмущения основной частоты развиваются вниз по потоку согласно линейной теории гидродинамической устойчивости. Подтверждено, что усиление сильнонаклонных субгармонических возмущений ( $\chi \geq 80^\circ$ ) происходит вследствие субгармонического резонанса, который реализуется на несимметричном волновом триplete. В области слабонелинейного взаимодействия роль высокочастотных возмущений,  $f > 30$  кГц, незначительна. Начальная стадия параметрического резонанса характеризуется появлением стоячей волны, скачками фазы на  $180^\circ$  на частоте субгармоники в поперечном направлении, а также асимметрией в амплитудных  $\beta$ -спектрах относительно  $\beta = 0$  мм<sup>-1</sup>. Подобное развитие возмущений основной и субгармонической частот соответствует предсказаниям теории устойчивости с учетом слабонелинейного взаимодействия.

### Список литературы

1. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
2. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности. Новосибирск: Наука, 1987. 282 с.
3. Mack L. M. Boundary-layer linear stability theory. AGARD Report 709. Advisory Group for Aerospace Research and Development, 1984.
4. Решотко Э. Устойчивость ламинарного пограничного слоя и его переход в турбулентный // Вихревые движения жидкости. М.: Мир, 1979. С. 11–57.
5. Balakumar P., Malik M. R. Discrete modes and continuous spectra in supersonic boundary layers // J. Fluid Mech. 1992. Vol. 239. P. 631–656.
6. Laufer J., Vrebalovich T. Stability and transition of a laminar boundary layer on an insulated flat plate // J. Fluid Mech. 1960. Vol. 9. P. 257–299.
7. Kendall J. M. Wind tunnel experiments relating to supersonic and hypersonic boundary-layer transition // AIAA J. 1975. Vol. 13. No. 3. P. 290–299.
8. Kosinov A. D., Maslov A. A., Shevelkov S. G. Experiments on the stability of supersonic laminar boundary layers // J. Fluid Mech. 1990. Vol. 219. P. 621–633.
9. Eilebacher G., Hussaini M. Y. Numerical experiments in supersonic boundary-layer stability // Phys. Fluids. 1990. Vol. 2. P. 94–103.
10. Thumm A., Wolz W., Fasel H. Numerical simulation of spatially growing three-dimensional disturbance waves in compressible boundary layers // Laminar-Turbulent Transition. Heidelberg: Springer-Verlag, 1990. P. 303–310.
11. Craik A. D. Non-linear resonant instability in boundary layers // J. Fluid Mech. Vol. 50. 1971. P. 393–413.
12. Зельман М. Б., Масленникова И. И. О резонансном взаимодействии пространственных возмущений в пограничном слое // ПМТФ. 1985. № 3. С. 86–90.
13. Eissler W., Bestek H. Spatial numerical simulations of nonlinear transition phenomena in supersonic boundary layers // Proc. Symp. on Transitional and Turbulent Compressible Flows. Washington, 1993.
14. Adams N. A., Kleiser L. Subharmonic transition to turbulence in a flat plate boundary

layer at Mach number 4.5 // *J. Fluid Mech.* 1996. Vol. 317. P. 301–335.

15. Sandham N. D., Adams N. A., Kleiser L. Direct simulation of breakdown to turbulence following oblique instability waves in a supersonic boundary layer // *Applied Scientific Research*. 1995. Vol. 54. P. 223–234.

16. Kosinov A. D., Semionov N. V., Shevelkov S. G., Zinin O. I. Experiments on the nonlinear instability of supersonic boundary layers // *Nonlinear Instability of Nonparallel Flows*. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1994. P. 196–205.

17. Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Семенов Н. В., Шевельков С. Г. Экспериментальное исследование нелинейных волновых процессов в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине // Математическое моделирование, аэродинамика и физическая газодинамика. Новосибирск, 1995. С. 97–106.

18. Kosinov A. D., Tumin A. Resonance interaction of wave trains in supersonic boundary layer // *Nonlinear Instability and Transition in Three-Dimensional Boundary Layers*. Kluwer: Academic Publishers, 1996. P. 379–388.

19. Гапонов С. А., Масленникова И. И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 10–17.

20. Tumin A. Nonlinear interaction of wave trains in a supersonic boundary layer // *J. Phys. Fluids*. 1996. Vol. 8. No. 9. P. 2552–2554.

21. Mayer C., Fasel H. F. Investigation of asymmetric subharmonic resonance in a supersonic boundary layer at mach 2 using DNS. AIAA-paper № 2008-0591. 2008.

22. Kosinov A. D., Semionov N. V., Yermolaev Yu. G. Disturbances in test section of T-325 supersonic wind tunnel ITAM SB RAS. Новосибирск, 1999. (Препр. / Ин-т теорет. и прикл. механики СО РАН; № 6–99).

23. Kachanov Y. S. Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1994. Vol. 26. P. 411–482.

24. Ermolaev Yu. G., Kosinov A. D., Semionov N. V. Experimental investigation of laminar-turbulent transition process in supersonic boundary layer using controlled disturbances // *Nonlinear Instability and Transition in Three-Dimensional Boundary Layers*. Kluwer: Academic Publishers, 1996. P. 17–26.

25. Косинов А. Д., Маслов А. А. Развитие искусственно вызванных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 37–42.

26. Косинов А. Д., Маслов А. А., Шевельков С. Г. Экспериментальное исследование волновой структуры сверхзвукового пограничного слоя // Журн. прикл. мех. и техн. физ. 1986. № 5. С. 107–112.

27. Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Семенов Н. В. Экспериментальное исследование ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом пограничном слое при естественных возмущениях // V Междунар. семинара по устойчивости гомогенных и гетерогенных жидкостей (Новосибирск, 22–24 апреля 1998 г.). Новосибирск, 1998. Ч. 2. С. 184–190.

Материал поступил в редколлегию 10.04.2008

Yu. G. Yermolaev, A. D. Kosinov, N. V. Semionov

#### CHARACTERISTICS OF WEAKLY NONLINEAR INTERACTION OF THE INSTABILITY WAVES IN A SUPERSONIC BOUNDARY LAYER

The results of an experimental study of weakly nonlinear interaction mechanisms of the instability waves in a supersonic boundary layer on flat plate at Mach number  $M = 2$  are presented in the paper. The downstream evolution of artificial disturbances of small amplitude was studied experimentally. The wave characteristics of traveling disturbances were determined. Obtained, that disturbances evolution at basic frequency was happen in according to the linear theory of hydrodynamical stability. Confirmed, that subharmonic resonance on asymmetrical wave triplet was the reason of amplification of the high inclined subharmonic pulsations. The role of high-frequency disturbances was not significant in the region of weakly nonlinear interactions. The initial stage of a parametrical resonance was characterized by appearance of a stationary wave, jumps of a phase on  $180^\circ$  on frequency of a subharmonic in a cross-section direction, and also not symmetry in amplitude  $\beta$ -spectra.

*Keywords:* supersonic boundary layer, instability, wave train, nonlinear, laminar-turbulent transition.