#### О. Ю. Смолянкина, К. Н. Югай

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского пр. Мира, 55а, Омск, 644077, Россия E-mail: smolyankina@omsu.ru; yugay@omsu.ru

# ЭЛЕКТРОННЫЙ ТРАНСПОРТ ЧЕРЕЗ СВЕРХПРОВОДЯЩУЮ НАНОЧАСТИЦУ С УЧЕТОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ СОСТОЯНИЙ \*

В статье рассмотрены модели свободной сверхпроводящей наночастицы и сверхпроводящей наночастицы, включенной в электрическую цепь. Исследовано влияние поверхностных состояний наночастицы на ее сверхпроводящие и транспортные свойства в случаях, когда наночастица заключена между нормальными и между сверхпроводящими электродами. Показано, что благодаря наличию поверхностных состояний сверхпроводящие и транспортные свойства наночастицы отличаются от свойств макроскопического образца.

Ключевые слова: квазичастичный транспорт, наночастица, поверхностные состояния, сверхпроводимость.

#### Введение

Предпосылкой к исследованию данного вопроса послужили следующие экспериментальные результаты [1-4]:

- 1) в туннельном спектре металлических наночастиц размером порядка  $10^0 \div 10^2$  нм при температурах ниже критических наблюдается значительная щель, по величине превышающая междууровневое расстояние;
- 2) в экспериментах с малыми частицами обнаружено значительное увеличение плотности поверхностных состояний по сравнению с объемными состояниями.

Первый результат свидетельствует о наличии сверхпроводимости в наноразмерных частицах, второй — о том, что поверхностные состояния определяют физические свойства наночастиц, в том числе и сверхпроводящие, т. е. сверхпроводящее состояние наночастицы отличается от сверхпроводящего состояния объемного образца. Последнее утверждение является предметом исследования данной статьи.

# Исследование модели свободной сверхпроводящей наночастицы

Первоначально для определения вкладов от объемных и поверхностных электронных состояний в сверхпроводимость была исследована модель свободной сверхпрово-

дящей наночастицы. Объемными называются электронные состояния, образованные структурой макроскопического образца, поверхностными — дополнительные состояния, возникающие в спектре образца под действием поверхностного потенциала, когда размер самого образца становится достаточно малым.

В общем случае зоны Бриллюэна объемных и поверхностных состояний могут пересекаться, давая возможность электронам в поверхностных и объемных состояниях взаимодействовать, образуя куперовские пары.

Гамильтониан такой системы:

$$H = T + V = T_b + T_s + V_{bb} + V_{bs} + V_{ss},$$
 (1)

где T — оператор кинетической энергии поверхностных (s) и объемных (b) электронов, V — оператор потенциальной энергии, равный сумме вкладов от всех возможных вариантов взаимодействия электронов: объемных (bb), поверхностных (ss) и объемных электронов с поверхностными (bs).

Будем основываться на теории сверхпроводимости Бардина — Купера — Шриффера (БКШ). Тогда волновую функцию основного состояния свободной сверхпроводящей наночастицы представим в виде:

$$\Phi = \prod_{k_b k_s} \Phi_{k_b} \Phi_{k_s}, \qquad (2)$$

ISSN 1818-7994. Вестник НГУ. Серия: Физика. 2009. Том 4, выпуск 1 © О. Ю. Смолянкина, К. Н. Югай, 2009

<sup>\*</sup> Работа была доложена на VI Сибирском семинаре по сверхпроводимости и смежным проблемам ОКНО (16–17 сентября 2008, Омск).

где

$$\Phi_{k_b} = \left(u_{k_b} + v_{k_b} a_{k_b \sigma}^+ a_{-k_b - \sigma}^+\right) \Phi_{0k_b};$$

$$\Phi_{k_c} = \left(u_{k_c} + v_{k_c} a_{k_c \sigma}^+ a_{-k_c - \sigma}^+\right) \Phi_{0k_c};$$

 $\Phi_{0k_b}$  и  $\Phi_{0k_s}$  – волновые функции ваку- умных состояний  $k_b$  и  $k_s$  .

Состояние (2) удовлетворяет условию нормировки  $\langle \Phi | \Phi \rangle = 1$ . Запишем гамильтониан (1) в виде

$$\begin{split} \mathbf{H} &= \sum_{\substack{k_b \\ \sigma = \uparrow, \downarrow}} \mathbf{\hat{e}}_{k_b} a_{k_b \sigma}^+ a_{k_b \sigma} + \sum_{\substack{k_s \\ \sigma = \uparrow, \downarrow}} \mathbf{\hat{e}}_{k_s} a_{k_s \sigma}^+ a_{k_s \sigma} - \\ -V_b \Bigg( \sum_{\substack{k_b k_b' \\ k_b k_b'}} \mathbf{\hat{a}}_{k_b' \sigma}^+ a_{-k_b' - \sigma}^+ a_{-k_b - \sigma} a_{k_b \sigma} + \sum_{\substack{k_s' k_b \\ k_s' k_s}} \mathbf{\hat{a}}_{k_s' \sigma}^+ a_{-k_s' - \sigma}^+ a_{-k_b - \sigma} a_{k_b \sigma} \Bigg) - \\ -V_s \Bigg( \sum_{\substack{k_b' k_s \\ k_b' k_s}} \mathbf{\hat{a}}_{k_b' \sigma}^+ a_{-k_b' - \sigma}^+ a_{-k_s - \sigma} a_{k_s \sigma} + \sum_{\substack{k_s' k_s \\ k_s' k_s}} \mathbf{\hat{a}}_{k_s' \sigma}^+ a_{-k_s' - \sigma}^+ a_{-k_s - \sigma} a_{k_s \sigma} \Bigg). \end{split}$$

$$(3)$$

Здесь  $\varepsilon_k = \overline{\varepsilon}_k - \varepsilon_F$  — средняя кинетическая энергия электрона в состоянии k;  $V_b$  и  $V_s$  — величины потенциалов взаимодействия объемных и поверхностных электронов, соответственно. Диагонализируя гамильтониан (3), найдем полную среднюю энергию сверхпроводящей наночастицы:

$$\begin{split} \overline{E} &= 2\sum_{k_{b}} \left[ \varepsilon_{k_{b}} v_{k_{b}}^{2} + 2\sum_{k_{s}} \left[ \varepsilon_{k_{s}} v_{k_{s}}^{2} - \right. \right. \\ &\left. - V_{b} \left( \sum_{k_{b}k'_{b}} \left[ u_{k_{b}} v_{k'_{b}} u_{k'_{b}} v_{k_{b}} + \sum_{k'_{s}k'_{b}} \left[ u_{k_{b}} v_{k'_{s}} u_{k'_{s}} v_{k_{b}} \right. \right] - \right. \\ &\left. - V_{s} \left( \sum_{k'_{s}k'_{b}} \left[ u_{k_{s}} v_{k'_{b}} u_{k'_{b}} v_{k_{s}} + \sum_{k'_{s}k'_{b}} \left[ u_{k_{s}} v_{k'_{s}} u_{k'_{s}} v_{k_{s}} \right] \right] \right] . \end{split}$$
 (4)

Введем два коллективных параметра спаривания: для объемных электронных состояний и электронных состояний, обусловленных поверхностью:

$$\Delta_{0\text{bulk}} = V_b \sum_{k_b'} u_{k_b'} v_{k_b'}$$

И

$$\Delta_{0\text{surf}} = V_s \sum_{k'_s} u_{k'_s} v_{k'_s} .$$

Для объемного и поверхностного параметров спаривания вычисления дают:

$$\begin{split} & \Delta_{0\text{bulk}} = \rho_0^{\text{bulk}} V_b^2 \Bigg( \frac{\Delta_{0\text{bulk}}}{V_b} + \frac{\Delta_{0\text{surf}}}{V_s} \Bigg) \times \\ & \times \text{arcsh} \Bigg( \frac{\hbar \omega_D}{V_b \Big( \frac{\Delta_{0\text{bulk}}}{V_b} + \frac{\Delta_{0\text{surf}}}{V_s} \Big)} \Bigg) \,, \end{split}$$

$$\Delta_{0\text{surf}} = \rho_0^{\text{surf}} V_s^2 \left( \frac{\Delta_{0\text{bulk}}}{V_b} + \frac{\Delta_{0\text{surf}}}{V_s} \right) \times$$

$$\times \operatorname{arcsh} \left( \frac{\hbar \omega_D}{V_s \left( \frac{\Delta_{0\text{bulk}}}{V_b} + \frac{\Delta_{0\text{surf}}}{V_s} \right)} \right).$$
(5)

Здесь  $ho_0^{bulk}$  и  $ho_0^{surf}$  – плотности объемных и поверхностных состояний вблизи  $\varepsilon_{F}$  соответственно. В микроскопическом пределе  $ho_0^{\text{surf}} >> 
ho_0^{\text{bulk}}$  , поэтому в спектре элементарных возбуждений наноразмерного сверхпроводника наблюдается щель, соответствующая поверхностному параметру спаривания  $\Delta_{0surf}$  . В макроскопическом пределе, когда влиянием поверхностных состояний можно пренебречь, второе выражение из (5) асимптотически стремится к нулю, а первое асимптотически стремится к известному выражению теории БКШ:

$$\Delta_{0\text{bulk}} \approx 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{V_b \rho_0^{\text{bulk}}}\right),$$

где  $\omega_D$  — частота Дебая. В этом случае сверхпроводящие свойства образца определяются только объемным параметром спаривания  $\Delta_{0\text{bulk}}$ , и в спектре элементарных возбуждений макроскопического сверхпроводника наблюдается щель, соответствующая этому параметру.

Исходя из (4), была определена минимальная потенциальная энергия сверхпроводящей наночастицы, которая действительно зависит от обоих параметров спаривания:

$$E_{\rm pot}^{\rm nano} = - \left( \frac{\Delta_{\rm 0bulk}}{V_b} + \frac{\Delta_{\rm 0surf}}{V_s} \right) \left( \Delta_{\rm 0bulk} + \Delta_{\rm 0surf} \right).$$

В случае объемного сверхпроводника полученное выражение, как это и предполагалось, асимптотически стремится к известному в теории БКШ выражению для макроскопического образца:

$$E_{\rm pot}^{\rm macro} = -\frac{\Delta_{\rm 0bulk}^2}{V_b} \, . \label{eq:energy_pot}$$

Энергия основного состояния сверхпроводящей наночастицы

$$E = \overline{E} - E_n = -\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta_{0\text{bulk}}}{V_b} + \frac{\Delta_{0\text{surf}}}{V_s} \right)^2 \times \left\{ \rho_0^{\text{bulk}} V_b + \rho_0^{\text{surf}} V_s \right\}$$

где 
$$E_n = 2\sum_{k_b < k_F} \mathbf{e}_{k_b} + 2\sum_{k_s < k_F} \mathbf{e}_{k_s}$$
 — энергия основ-

ного состояния нормальной наночастицы, также определяется объемным и поверхностным параметрами спаривания, а в макроскопическом пределе асимптотически стремится к известному выражению для объемного сверхпроводника:

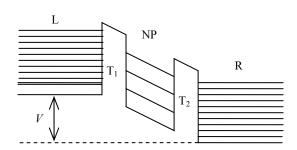
$$E^{\rm macro} = -\frac{\Delta_{\rm 0bulk}^2 \rho_{\rm 0}^{\rm bulk}}{2} \, . \label{eq:Emacro}$$

Из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

- 1) в одночастичном спектре наноразмерного сверхпроводника имеются объемные и поверхностные состояния, вклад тех и других в сверхпроводимость данной частицы различен;
- 2) поверхностные состояния наноразмерной системы влияют на ее сверхпроводящие свойства;
- 3) в спектре элементарных возбуждений наноразмерной системы можно наблюдать щель, отличную по величине от щели, наблюдаемой в спектре макроскопического образца.

# Исследование модели сверхпроводящей наночастицы, включенной в электрическую цепь

Исследуется система, состоящая из двух электродов (L, R) с заключенной между ними сверхпроводящей металлической наночастицей (NP):



Между электродами создана разность потенциалов V. Наночастица контактирует с берегами через изолирующий слой оксида металла. Слой изолятора формирует два узких потенциальных барьера  $(T_1, T_2)$ , сквозь которые электроны могут туннелировать от одного электрода к другому через электронные состояния наночастицы.

Как было показано ранее, существенную роль в формировании сверхпроводимости в

наноразмерных частицах играют поверхностные электронные состояния. Поэтому следует различать туннельный ток электронов через объемные и поверхностные состояния, или, иными словами, через объемные и поверхностные каналы туннелирования. Поскольку в сверхпроводящей наночастице объемные и поверхностные состояния образуют разные по величине энергетические щели в спектре и имеют отличные друг от друга плотности, прохождение электронов через объемные либо поверхностные каналы туннелирования будут иметь особенности. Эти особенности являются предметом исследования данного раздела.

Рассматриваются два случая, известные из экспериментальных исследований [5]:

- 1) сверхпроводящая наночастица заключена между нормальными электродами, в которых сверхпроводимость подавляется магнитным полем с особым образом подобранной конфигурацией;
- 2) и электроды, и наночастица находятся в сверхпроводящем состоянии.

Очевидно, что в обоих случаях для сохранения сверхпроводящего состояния наночастицы необходимо выполнение условия ее зарядовой нейтральности, т. е. нескомпенсированный электрический заряд  $Q_{ex}=0$ . Физически это условие легко соблюдается, поскольку время релаксации сверхпроводящего взаимодействия превышает время действия кулоновских сил, и при наличии тока в системе туннелирование электрона из левого электрода (L) в наночастицу (NP) сопровождается одновременным туннелированием электрона из наночастицы на правый электрод (R).

Полный гамильтониан системы:

$$\widehat{\mathbf{H}} = \widehat{\mathbf{H}}_{L} + \widehat{\mathbf{H}}_{R} + \widehat{\mathbf{H}}_{NP} + \widehat{\mathbf{H}}_{T_{1}} + \widehat{\mathbf{H}}_{T_{2}}.$$

Здесь

$$\hat{\mathbf{H}}_{\mathrm{L}} = \sum_{i} \mathbf{\epsilon}_{i} a_{i}^{\scriptscriptstyle +} a_{i}$$
 и  $\hat{\mathbf{H}}_{\mathrm{R}} = \sum_{j} \mathbf{\epsilon}_{j} c_{j}^{\scriptscriptstyle +} c_{j}^{\scriptscriptstyle -}$  – гамиль-

тонианы соответственно левого и правого электродов;

$$\hat{\mathbf{H}}_{NP} = \sum_{k_b} \varepsilon_{k_b} d_{k_b}^+ d_{k_b} + \sum_{k_s} \varepsilon_{k_s} d_{k_s}^+ d_{k_s} + \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} W_{k_1 k_2 k_3 k_4} d_{k_1}^+ d_{k_2}^+ d_{k_3} d_{k_4} + \hat{U} - \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} W_{k_1 k_2 k_3 k_4} d_{k_1}^+ d_{k_2}^+ d_{k_3} d_{k_4} + \hat{U}$$

гамильтониан сверхпроводящего островка;

$$(k_1, k_2, k_3, k_4) = (k_b, k_s), k_b$$
 и  $k_s$  – объемные и поверхностные электронные состояния соответственно;

 $\widehat{U} = E_{C} \widehat{N}_{ex}^{2} - \overline{e} \, V \widehat{N}_{ex} = 0 \quad - \quad \text{кулоновская}$  энергия  $N_{ex}$  нескомпенсированных зарядов островка при разности потенциалов V , приложенной между электродами;

 $W_{k_1k_2k_3k_4}$  — матричный элемент взаимодействия двух электронов при их переходе из состояний  $(k_3, -\sigma)$  и  $(k_4, \sigma)$  в состояния  $(k_1, \sigma)$  и  $(k_2, -\sigma)$ .

$$\begin{split} \widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{T}_{1}} &= \sum_{k_{b}i} \left( T_{k_{b}i} d_{k_{b}}^{+} a_{i} + T_{k_{b}i}^{*} a_{i}^{+} d_{k_{b}} \right) + \\ &+ \sum_{k_{s}i} \left( T_{k_{s}i} d_{k_{s}}^{+} a_{i} + T_{k_{s}i}^{*} a_{i}^{+} d_{k_{s}} \right) \,, \\ \widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{T}_{2}} &= \sum_{jk_{b}} \left( t_{jk_{b}} c_{j}^{+} d_{k_{b}} + t_{jk_{b}}^{*} d_{k_{b}}^{+} c_{j} \right) + \\ &+ \sum_{jk_{s}} \left( t_{jk_{s}} c_{j}^{+} d_{k_{s}} + t_{jk_{s}}^{*} d_{k_{s}}^{+} c_{j} \right) \quad - \end{split}$$

туннельные гамильтонианы левого и правого барьеров соответственно.

Найдем туннельный ток через первый барьер. Для этого запишем скорость изменения заряда наночастицы, используя уравнение движения в представлении Гейзенберга:

$$\begin{split} \widehat{I}_{\rm tun} &= \dot{\widehat{Q}}_{\rm NP} = i \Big[ \widehat{\mathbf{H}}_{\rm L} + \widehat{\mathbf{H}}_{\rm NP} + \widehat{\mathbf{H}}_{\rm T_l} \ , \ \widehat{Q}_{\rm NP} \, \Big], \qquad (6) \\ \text{где} \ \ \widehat{Q}_{\rm NP} &= \overline{e} \sum_{k_b} d_{k_b}^+ d_{k_b} + \overline{e} \sum_{k_s} d_{k_s}^+ d_{k_s} \, - \, \text{заряд на-} \end{split}$$

ночастицы. Ненулевой вклад в (6) дает только  $H_{\scriptscriptstyle T}$  :

$$\begin{split} \widehat{I}_{\text{tun}} &= \widehat{I}_{\text{tun}}^{b} + \widehat{I}_{\text{tun}}^{s} = -2\overline{e}i\sum_{k_{b}i} \left(T_{k_{b}i}d_{k_{b}}^{+}a_{i} - T_{k_{b}i}^{*}a_{i}^{+}d_{k_{b}}\right) - \\ &- 2\overline{e}i\sum_{k_{b}i} \left(T_{k_{s}i}d_{k_{s}}^{+}a_{i} - T_{k_{s}i}^{*}a_{i}^{+}d_{k_{s}}\right). \end{split}$$

Для нахождения среднего по времени туннельного тока необходимо усреднить оператор  $I_{\rm tun}$  по неравновесному состоянию, что весьма сложно. И чтобы перейти к эквивалентной задаче, в которой можно будет усреднять по равновесному состоянию, введем калибровочное преобразование, включающее оператор эволюции:

$$\tilde{d}=de^{\frac{ieVt}{2}},\ \tilde{d}^+=d^+e^{-\frac{ieVt}{2}},\ \tilde{a}=a,\ \tilde{a}^+=a^+.$$

Тогда туннельный ток будет определяться выражением

$$\begin{split} \widehat{I}_{\text{tun}} &= -2\overline{e}i \times \\ &\times \left( \widehat{X}_b e^{\frac{i\overline{e}Vt}{2}} - \widehat{X}_b^+ e^{-\frac{i\overline{e}Vt}{2}} + \widehat{X}_s e^{\frac{i\overline{e}Vt}{2}} - \widehat{X}_s^+ e^{-\frac{i\overline{e}Vt}{2}} \right), \end{split}$$

(7)

где 
$$\hat{X}_b = \sum_{ik_b} T_{k_b i} \tilde{d}^+_{k_b} \tilde{a}^{}_i \ , \ \hat{X}^+_b = \sum_{k_b i} T^*_{k_b i} \tilde{a}^+_i \tilde{d}^{}_{k_b} \ ,$$
 
$$\hat{X}_s = \sum_{k_i i} T_{k_s i} \tilde{d}^+_{k_s} \tilde{a}^{}_i \ , \ \hat{X}^+_s = \sum_{k_i i} T^*_{k_s i} \tilde{a}^+_i \tilde{d}^{}_{k_s} \, .$$

Таким образом, получено зависящее от времени возмущение, действующее на равновесное состояние, и формально задача о вычислении туннельного тока сводится к вычислению отклика оператора туннельного тока (7) на внешнее поле.

Легко показать, что туннельный ток определяется динамической восприимчивостью к переменному внешнему полю:

$$I(V) = 2 \operatorname{Re} \chi(\omega) \Big|_{\omega = -eV/2}$$
,

т. е. является линейным откликом системы на внешнее поле, в качестве которого в данном случае выступают операторы  $\widehat{X}$ . Для конечных температур воспользуемся температурной техникой Мацубары. Здесь можно выделить составляющие восприимчивости, соответствующие объемным и поверхностным электронным состояниям (в общем виде):

$$\begin{split} &\chi_{M}^{b}\left(i\Omega_{n}\right) = \\ &= -\overline{e}i\int_{-\beta}^{\beta}\sum_{k_{b}ik_{b}i}T_{k_{b}i}\left\langle T_{\tau}\tilde{d}_{k_{b}}^{+}\left(\tau\right)\tilde{a}_{i}\left(\tau\right)\times\right. \\ &\left.\times\left(T_{k_{b}i}\tilde{d}_{k_{b}}^{+}\left(0\right)\tilde{a}_{i}^{+}\left(0\right)-T_{k_{b}i}^{*}\tilde{a}_{i}^{+}\left(0\right)\tilde{d}_{k_{b}}^{+}\left(0\right)\right)\right\rangle e^{i\Omega_{n}\tau}d\tau, \\ &\chi_{M}^{s}\left(i\Omega_{n}\right) = \\ &= -\overline{e}i\int_{-\beta}^{\beta}\sum_{k_{s}ik_{s}i}T_{k_{s}i}\left\langle T_{\tau}\tilde{d}_{k_{s}}^{+}\left(\tau\right)\tilde{a}_{i}\left(\tau\right)\times\right. \\ &\left.\times\left(T_{k_{s}i}\tilde{d}_{k_{s}}^{+}\left(0\right)\tilde{a}_{i}^{+}\left(0\right)-T_{k_{s}i}^{*}\tilde{a}_{i}^{+}\left(0\right)\tilde{d}_{k_{s}}^{+}\left(0\right)\right)\right\rangle e^{i\Omega_{n}\tau}d\tau. \end{split}$$

Случай 1. Сверхпроводящая наночастица заключена между нормальными электродами

Первое слагаемое в каждом из выражений (8) для мацубаровской восприимчивости содержит средние вида  $\langle \tilde{a}_i(\tau) \tilde{a}_{i'}(0) \rangle$ . В нормальном металле электрода они равны нулю, поэтому мацубаровская восприимчивость объемных и поверхностных состояний в этом случае содержит только второе слагаемое:

$$\begin{split} \chi_{M}^{b}\left(i\Omega_{n}\right) &= -2eiT\sum_{\omega_{m}}\sum_{k_{b}l}\left|T_{k_{b}l}\right|^{2}G_{d}\left(i\omega_{m}+i\Omega_{n},k_{b}\right)G_{a}\left(i\omega_{m},l\right)\,,\\ \chi_{M}^{s}\left(i\Omega_{n}\right) &= -2eiT\sum_{\omega_{m}}\sum_{k,l}\left|T_{k_{l}l}\right|^{2}G_{d}\left(i\omega_{m}+i\Omega_{n},k_{s}\right)G_{a}\left(i\omega_{m},l\right)\,. \end{split}$$

Здесь

$$\begin{split} G_d\left(i\omega_{\scriptscriptstyle m}+i\Omega_{\scriptscriptstyle n},k\right) &= \frac{i\omega_{\scriptscriptstyle m}+i\Omega_{\scriptscriptstyle n}+\varepsilon_{\scriptscriptstyle k}}{\left(\omega_{\scriptscriptstyle m}+\Omega_{\scriptscriptstyle n}\right)^2+\varepsilon_{\scriptscriptstyle k_{\scriptscriptstyle b}}^2+\Delta^2}\,, \\ \text{где} \qquad k &= \left(k_{\scriptscriptstyle b},k_{\scriptscriptstyle s}\right), \qquad \Delta = \left(\Delta_{\scriptscriptstyle \text{bulk}},\Delta_{\scriptscriptstyle \text{surf}}\right) \quad \text{и} \\ G_a\left(i\omega_{\scriptscriptstyle m},l\right) &= \frac{i\omega_{\scriptscriptstyle m}-\varepsilon_{\scriptscriptstyle l}}{\omega_{\scriptscriptstyle m}^2+\varepsilon_{\scriptscriptstyle l}^2+\Delta_{\scriptscriptstyle \text{bulk}}^2} \quad - \text{ мацубаровские} \end{split}$$

функции Грина соответственно наночастицы и электрода в частотном представлении. Данные функции Грина определяют одночастичный ток нормальных электронов, сверхтока в такой системе (сверхпроводящая наночастица между нормальными электродами) нет, это подтверждается экспериментальными результатами. Понять этот феномен можно как результат действия эффекта близости: характерный размер куперовской пары становится больше размера области внутри наночастицы, где сверхпроводит к полному разрушению сверхпроводимости внутри нее.

Используя интегральное представление мацубаровской функции Грина, известное тождество для мацубаровской суммы и проводя аналитическое продолжение на вещественные частоты, получено выражение для объемной и поверхностной составляющих туннельного тока:

$$I_{b}(V) = \frac{4\overline{e}}{\pi} \sum_{k_{b}l} |T_{k_{b}l}|^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Im} G_{d}^{R} (\varepsilon + eV/2, k_{b}) \times \operatorname{Im} G_{a}^{R} (\varepsilon, l) (n_{F_{a}}(\varepsilon) - n_{F_{d}}(\varepsilon + eV/2)) d\varepsilon,$$

$$I_{s}(V) = \frac{4\overline{e}}{\pi} \sum_{k_{s}l} \left| T_{k_{s}l} \right|^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Im} G_{d}^{R} \left( \varepsilon + eV/2, k_{s} \right) \times \operatorname{Im} G_{a}^{R} \left( \varepsilon, l \right) \left( n_{Fa} \left( \varepsilon \right) - n_{Fd} \left( \varepsilon + eV/2 \right) \right) d\varepsilon.$$

$$(9)$$

Здесь  $n_{E}(\varepsilon)$  – функция распределения Ферми;  $G^R$  – запаздывающая функция Грина. Суммирование здесь ведется по свободным состояниям наночастицы, интегрирование по энергетическим уровням электрода. Картина этих уровней представляет собой непрерывный спектр, в данной модели электроды являются бесконечными резервуарами электронов. Спектр наночастицы дискретен, туннелирование происходит, согласно принципу Паули, через ограниченное число разрешенных уровней в случае, если они не заняты электронами. Таким образом, особенности электронного транспорта в исследуемой системе обусловлены лишь спектром наночастицы, плотностью поверхностных и объемных уровней наночастицы, а также вероятностью туннелирования через поверхность и объем.

При температуре выше критической выражения (9) асимптотически стремятся к линейной омической зависимости:

$$I_{b}(V) = 2\pi e^{2} V \rho_{0a} \rho_{0d}^{\text{bulk}} ,$$

$$I_{s}(V) = 2\pi e^{2} V \rho_{0a} \rho_{0d}^{\text{surf}} .$$
(10)

Здесь  $\rho_{0a}$  и  $\rho_{0d}$  – плотности электронных состояний вблизи поверхности Ферми электрода и островка, соответственно.

Случай 2. Сверхпроводящая наночастица заключена между сверхпроводящими электродами Мацубаровская восприимчивость объемных и поверхностных состояний:

$$\begin{split} \chi_{\scriptscriptstyle M}^b \left( i\Omega_n \right) &= -2\overline{e}iT \sum_{\omega_m} \sum_{k_b l} \left| T_{k_b l} \right|^2 \left( F_d^+ \left( i\omega_m + i\Omega_n, k_b \right) F_a \left( i\omega_m, l \right) + G_d \left( i\omega_m + i\Omega_n, k_b \right) G_a \left( i\omega_m, l \right) \right) \,, \\ \chi_{\scriptscriptstyle M}^s \left( i\Omega_n \right) &= -2\overline{e}iT \sum_{\omega_m} \sum_{k_s l} \left| T_{k_s l} \right|^2 \left( F_d^+ \left( i\omega_m + i\Omega_n, k_s \right) F_a \left( i\omega_m, l \right) + G_d \left( i\omega_m + i\Omega_n, k_s \right) G_a \left( i\omega_m, l \right) \right) \,. \end{split}$$
 есь 
$$F_d^+ \left( i\omega_m + i\Omega_n, k \right) &= \frac{\Delta^+}{\left( \omega_m + i\Omega_n, k \right)^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \,, \quad \text{где} \qquad k = \left( k_b, k_s \right), \quad \Delta = \left( \Delta_{\text{bulk}}, \Delta_{\text{surf}} \right) \quad \text{м.} \end{split}$$

$$F_a(i\omega_m,l) = \frac{\Delta_{\text{bulk}}}{\omega_m^2 + \varepsilon_l^2 + \Delta_{\text{bulk}}^2}$$
 — аномальные функции Грина соответственно островка и электро-

да в частотном представлении, описывающие туннелирование куперовских пар. Таким образом, в данном случае будут иметь место две составляющие тока – нормальный ток электронов и туннелирование куперовских пар (джозефсоновский ток):

$$I_{b}(V) = \frac{4e}{\pi} \sum_{k_{b}l} \left| T_{k_{b}l} \right|^{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_{0d}^{R} \left( -\varepsilon - eV/2, k_{b} \right) G_{0a}^{R} \left( -\varepsilon, k_{b} \right) \times \left| \Delta_{b} \right|^{2} \times \\ \times \operatorname{Im} G_{d}^{R} \left( \varepsilon + eV/2, k_{b} \right) \operatorname{Im} G_{a}^{R} \left( \varepsilon, l \right) \left( n_{Fa} \left( \varepsilon \right) - n_{Fd} \left( \varepsilon + eV/2 \right) \right) d\varepsilon + \\ + \frac{4e}{\pi} \sum_{k_{b}l} \left| T_{k_{b}l} \right|^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Im} G_{d}^{R} \left( \varepsilon + eV/2, k_{b} \right) \operatorname{Im} G_{a}^{R} \left( \varepsilon, l \right) \left( n_{Fa} \left( \varepsilon \right) - n_{Fd} \left( \varepsilon + eV/2 \right) \right) d\varepsilon ,$$

$$I_{s}(V) = \frac{4e}{\pi} \sum_{k_{b}l} \left| T_{k_{s}l} \right|^{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_{0d}^{R} \left( -\varepsilon - eV/2, k_{s} \right) G_{0a}^{R} \left( -\varepsilon, k_{s} \right) \times \left| \Delta_{s} \right|^{2} \times \\ \times \operatorname{Im} G_{d}^{R} \left( \varepsilon + eV/2, k_{s} \right) \operatorname{Im} G_{a}^{R} \left( \varepsilon, l \right) \left( n_{Fa} \left( \varepsilon \right) - n_{Fd} \left( \varepsilon + eV/2 \right) \right) d\varepsilon + \\ + \frac{4e}{\pi} \sum_{k_{b}l} \left| T_{k_{s}l} \right|^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Im} G_{d}^{R} \left( \varepsilon + eV/2, k_{s} \right) \operatorname{Im} G_{a}^{R} \left( \varepsilon, l \right) \left( n_{Fa} \left( \varepsilon \right) - n_{Fd} \left( \varepsilon + eV/2 \right) \right) d\varepsilon . \tag{11}$$

При температуре выше критической выражения (11), так же как и (9), асимптотически стремятся к линейной омической зависимости (10).

#### Заключение

Из всего вышеизложенного можно сделать следующий вывод. В обоих рассмотренных случаях удается выделить две составляющие тока: объемную и поверхностную. Они зависят от плотности объемных и поверхностных электронных состояний, величины щели в спектре элементарных возбуждений, а также от вероятности туннелирования через поверхностное состояние. Опираясь на это, можно утверждать, что благодаря наличию указанных состояний сверхпроводящие и транспортные свойства наночастицы существенно отличаются от аналогичных свойств макроскопического образца.

### Список литературы

1. Black C. T., Ralph D. C., Tinkham M. Spectroscopy of the Superconducting Gap in

Individual Nanometer-Scale Aluminum Particles // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. No. 4. P. 688–691.

- 2. Ralph D. C., Black C. T., Tinkham M. Gate-Voltage Studies of Discrete Electronic States in Aluminum Nanoparticles // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. No. 21. P. 4087–4090.
- 3. Servedio V. D. P., Drechsler S.-L., Mishonov T. Surface states and their possible role in the superconductivity of MgB<sub>2</sub> // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 66. No. 14.
- 4. Welp R. U., Hiller J. M., Koshelev A. E., Kwok W. K., Crabtree G. W. Surface contribution to the superconducting properties of MgB<sub>2</sub> single crystals // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 68. No. 17.
- 5. *Delft J. von, Ralph D. C.* Spectroscopy of discrete energy levels in ultrasmall metallic grains // Cond-mat/0101019. 2001.

Материал поступил в редколлегию 26.10.2008

#### O. Yu. Smolyankina, K. N. Yugay

# ELECTRON TRANSPORT THROUGH SUPERCONDUCTING NANOPARTICLE IN CONSIDERATION OF SURFACE STATES

We consider two models: a free superconducting nanoparticle and a superconducting nanoparticle with electron transport. We investigate how surface states influence on superconductivity and transport in nanoparticle when it is placed between normal metallic electrodes and when it is placed between superconducting electrodes. We show that superconducting properties and transport of a nanoparticle are different from those of a macroscopic sample owing to surface states.

Keywords: nanoparticle, quasi-particle transport, superconductivity, surface states.