УДК 535.211

В. И. Иванов, А. И. Ливашвили

Дальневосточный государственный университет путей сообщения
ул. Серышева, 47, Хабаровск, 680000, Россия
E-mail: ivanov@festu.khv.ru

ЭЛЕКТРОСТРИКЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЖИДКОСТИ С НАНОЧАСТИЦАМИ

Теоретически исследован электрострикционный механизм образования концентрационной линзы гауссовым пучком излучения в тонком слое дисперсной среды/

Ключевые слова: самовоздействие, электрострикция, дисперсная среда, наночастицы.

В микрогетерогенной среде с различными показателями преломления компонентов на микрочастицы в электромагнитном поле действуют электрострикционные силы, которые могут быть причиной возникновения концентрационных потоков. В зависимости от знака поляризуемости микрочастицы могут втягиваться (если показатель преломления вещества дисперсной фазы больше, чем дисперсионной среды) или выталкиваться (в обратном случае) из областей с большей напряженностью электрического поля электромагнитной волны. Данный тип концентрационной нелинейности использовался для записи динамических голограмм, а также для реализации оптической бистабильности [1]. Для суспензии латексных частиц ($a = 0{,}234$ мкм) с концентрацией $C \approx 10^{10}$ см$^{-3}$ в воде экспериментально получен коэффициент нелинейности среды $n_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ см^2/Вт [1].

Целью данной работы является теоретическое изучение самовоздействия гауссова пучка излучения за счет электрострикционного механизма нелинейности.

Рассмотрим среду, состоящую из наночастиц дисперсной фазы с концентрацией C и жидкофазной дисперсионной среды. Изменение концентрации дисперсных частиц находим, решая нестационарное уравнение диффузии.

Ниже рассмотрены два случая – ограниченной и неограниченной кюветы.

1. *Ограниченная кювета*. Уравнение, описывающее пространственно-временное изменение массовой концентрации наночастиц $C(r,t)$, можно записать в виде (рассматривается осесимметричный случай) [3]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r}\right) - \operatorname{div}\left(\gamma C \frac{\partial I}{\partial r}\right), \qquad (1)$$

$$0 \le r \le R,$$

где $C(r,t) = m_0 / m$ – массовая концентрация дисперсных частиц (m_0 – масса наночастиц; m – масса всей среды);

D – коэффициент диффузии;

R – радиус кюветы;

$\gamma = \dfrac{4\pi\beta D}{\ddot{c}nkT}$, β – поляризуемость частиц;

k – постоянная Больцмана;

T – температура среды;

$\ddot{c}$ – скорость света в вакууме;

n – эффективный показатель преломления среды;

$I = I_0 \exp\left(-r^2/r_0^2\right)$ – интенсивность светового пучка, а r_0 – его радиус.

Уравнение (1) после соответствующих преобразований с учетом начальных и граничных условий запишется в виде

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r}\right) + \delta\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)\exp(-\frac{r^2}{r_0^2})C, \qquad (2)$$

$$C(r,0) = C_0, \ \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=0} = 0,$$

$$\frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R} + \frac{\delta R}{2D}\exp(-\frac{R^2}{r_0^2}) = 0,$$

где $\delta = \dfrac{4I_0\gamma}{r_0^2}$, C_0 – начальная концентрация.

Первое граничное условие выражает факт конечности искомой функции на оси кюветы, а второе получено из условия обращения в ноль суммы потоков на ее границе $\left(j_D\left(R\right)+j_{\text{el}}\left(R\right)=0\right)$. Отметим, что при получении (2) слагаемым $\nabla C\nabla I$ пренебрегалось. Тем самым мы считаем справедливым неравенство: $\left|\nabla C\nabla I\right| << \left|C\nabla^2 I\right|$. В справедливости этого неравенства можно убедиться, подставив в него выражение для интенсивности $I(r)$.

Далее представим концентрацию в виде

$$C\left(r,t\right)=C_0+\Delta C\left(r,t\right)=C_0\left(1+C'\left(r,t\right)\right),\quad C'\left(r,t\right)=\frac{\Delta C}{C_0},\tag{3}$$

где $\Delta C\left(r,t\right)$ – возмущенная часть концентрации, причем $\left|\Delta C\right| << \left|C_0\right|$. Используя представление (3) и учитывая неравенство $C'\left(r,t\right)<1$, получим следующую задачу

$$\frac{\partial C'}{\partial t}=D\left(\frac{\partial^2 C'}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial C'}{\partial r}\right)+\delta\left(1-r^2/r_0^2\right)\exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right),\tag{4}$$

$$C'\left(r,0\right)=0,\quad \frac{\partial C'}{\partial r}\Big|_R=0,$$

$$\frac{\partial C'}{\partial r}\Big|_R+\frac{\delta R}{2D}\exp\left(-\frac{R^2}{r_0^2}\right)C'\Big|_R=-\frac{\delta R}{2D}\exp\left(-\frac{R^2}{r_0^2}\right).$$

Наличие быстро убывающего экспоненциального множителя во втором граничном условии $\left(\dfrac{R^2}{r_0^2}>>1\right)$ позволяет записать его в виде

$$\frac{\partial C'}{\partial r}\Big|_R+\frac{\delta R}{2D}\exp\left(-\frac{R^2}{r_9^2}\right)C'(R)=0.$$

При этих условиях функцией Грина будет служить выражение [4]

$$G\left(r,\rho,t\right)=\frac{2}{R^2}\times$$
$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\mu_n r/R\right)}{J_0^2\left(\mu_n\right)}\rho J_0\left(\mu_n\rho/R\right)\exp\left(-\mu_n^2\frac{D}{R^2}t\right),\tag{5}$$

где μ_n – табулированные корни характеристического уравнения $J_1\left(\mu\right)=0$ [2].

Проводя соответствующее интегрирование с использованием (5), можно получить решение в виде

$$C'\left(r,t\right)=\delta\frac{r_0^2}{4D}\left[\exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{r_0^2}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\mu_n r/R\right)}{J_0^2\left(\mu_n\right)}\exp\left(-\mu_n^2\frac{r_0^2}{4R^2}\right)\exp\left(-\mu_n^2\frac{D}{R^2}\right)t\right].\tag{6}$$

Отметим, что при получении выражения (5) было использовано разложение в ряд Бесселя – Дини [4]:

$$\exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right)=$$
$$=\left[-\frac{r_0^2}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\mu_n r/R\right)}{J_0^2\left(\mu_n\right)}\exp\left(-\mu_n^2\frac{r_0^2}{4R^2}\right)\right].$$

Из формулы (6) можно получить асимптотику при малых временах:

$$\tilde{C}\left(r,t\right)=\frac{\delta r_0^4}{4R^4}t\times$$
$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n^2 J_0\left(\mu_n r/R\right)}{J_0^2\left(\mu_n\right)}\exp\left(-\mu_n^2\frac{r_0^2}{4R^2}\right).\tag{7}$$

Если учесть, что для неоднородного члена в уравнении (4) разложение в ряд Бесселя – Дини имеет вид

$$\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{r_9^2}\right)=$$
$$=\frac{r_0^4}{4R^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\mu_n r/R\right)}{J_0^2\left(\mu_n\right)}\mu_n^2\exp\left(-\frac{r_0^2}{4R^2}\right)+$$
$$+O\left(\frac{r_0^6}{R^6}\right),$$

то для равенств (7) получим

$$\tilde{C}\left(r,t\right)=\delta\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)t\exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right).\tag{8}$$

2. *Неограниченная кювета*. В этом случае для уравнения (4) начальные и граничные условия запишутся в виде

$$C'(r,0)=0,$$
$$\frac{\partial C'}{\partial r}\Big|_{r=0},$$
$$0\le r<\infty.$$

Используя функцию Грина этой задачи [4],

$$G(r,\rho,t)=\frac{\rho}{2Dt}\exp\left(-\frac{r^2+\rho^2}{4Dt}\right)I_0\left(\frac{r\rho}{2Dt}\right),$$

где $I_0(z)$ – модифицированная функция Бесселя. Проводя соответствующие интегрирования, решение уравнения (4) можно записать в виде

$$C'(r,t) = \delta \frac{r_0^2}{4D} \times$$

$$\times \left[\exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) - \frac{r_0^2}{r_0^2 + 4Dt} \exp\left(\frac{r_0^2}{r_0^2 + 4Dt} \right) \right]. \qquad (9)$$

Из (9) легко получить выражение для $C'(r,t)$ в стационарном и переходном режимах:

$$C'_{\text{СТ}}(r) = \delta \frac{r_0^2}{4D} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2} \right), \qquad (10)$$

$$C'_{\text{П}}(r) = \delta \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) t.$$

Очевидно, что эти выражения полностью совпадают с аналогичными, полученными для ограниченной кюветы, – см. формулы (6) и (8).

Полученные результаты позволяют вычислить фокусное расстояние F линзы, сформированной в слое толщиной d [1]:

$$F = \left[-d \left(\frac{\partial n}{\partial C} \right) \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \right) \right]^{-1}_{r=0} \qquad (11)$$

Здесь $\dfrac{\partial n}{\partial C}$ – постоянная вещества.

Используя равенства (10) и (11), получаем выражение для фокуса концентрационной линзы в стационарном режиме:

$$F = \left(\frac{dn}{dC} \right)^{-1} \frac{r_0^2 \bar{c} nkT}{8\pi d I_0 \beta C_0}.$$

Самовоздействие лазерного пучка используется в качестве простого метода измерения нелинейных оптических характеристик различных веществ. Полученные формулы позволяют анализировать нелинейно-оптические эксперименты в дисперсных средах, а также определять кинетические коэффициенты таких сред [2; 3].

Список литературы

1. *Иванов В. И.* Термоиндуцированные механизмы записи динамических голограмм. Владивосток: Дальнаука, 2006. 143 с.

2. *Vicary L.* Pump-Probe Detection of Optical Nonlinearity in Water-in-Oil Microemulsion // Philosoph. Mag. B. 2002. Vol. 82. P. 447–452.

3. *Tabiryan N.*, *Luo W.* Soret Feedback in Thermal Diffusion of Suspensions // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. No. 4. P. 4431.

4. *Полянин А. Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М: Физматлит, 2000. 576 с.

Материал поступил в редколлегию 20.03.2009

V. I. Ivanov, A. I. Livashvili

THE ELECTROSTRICTIVE MECHANISM OF RADIATION SELF-ACTION IN LIQUID WITH NANOPARTICLES

The electrostrictive mechanism of concentration lens formation by Gaussian beam of radiation in thin film of dispersion medium is theoretically investigated

Keywords: self action, dispersion medium, strictionary mechanism, nanoparticlies.