

УДК 534.222

О. В. Шарыпов^{1,2}, И. С. Ануфриев¹

¹ Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия

² Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: sharypov@itp.nsc.ru

ЭВОЛЮЦИЯ СЛАБОНЕЛИНЕЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ГАЗОВЗВЕСИ С ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИЕЙ*

Теоретически исследована динамика слабых возмущений конечной амплитуды в двухфазной гомогенной среде (газ и твердые частицы) с неравновесной химической реакцией в газовой фазе. С помощью асимптотического подхода обоснована слабонелинейная модель эволюции одномерных возмущений, учитывающая кинетико-волновое взаимодействие и диссипативные свойства, включая межфазный обмен теплом и импульсом. Проанализированы условия потери устойчивости однородного состояния системы. Выведено нелинейное эволюционное уравнение для возмущений при слабой дисперсии и диссипации. Численно получены решения эволюционного уравнения в виде установившихся автоколебаний, параметры которых определяются действием нелинейности и соотношением между диссипативными свойствами двухфазной среды и заданными модельными характеристиками кинетики реакции.

Ключевые слова: нелинейные возмущения, кинетико-волновое взаимодействие, эволюционное уравнение, численное моделирование.

Введение

Исследование динамики волновых возмущений в химически реагирующих многофазных системах имеет важное значение для теплоэнергетики, в том числе для решения задач повышения безопасности технологий сжигания различных видов топлива. Известный эффект усиления длинноволновых возмущений в зоне реакции [1–4] может приводить к нежелательным последствиям вплоть до возникновения взрывных режимов.

Настоящая работа посвящена описанию динамики слабых плоских волновых возмущений в газовзвеси (газ + твердые частицы)

с неравновесной химической реакцией в газовой фазе. Ставится задача разработки нелинейной математической модели с учетом кинетико-волнового взаимодействия, диссипативных эффектов в газе и межфазного обмена теплом и импульсом. В работе [5] получено нелинейное эволюционное уравнение, описывающее взаимное влияние газодинамических и кинетических характеристик при распространении волн малой, но конечной амплитуды в однофазной газовой среде с неравновесным процессом (в частности, с химической реакцией). Созданная модель позволила получить решения в форме самоподдерживающихся уединенных волн, самопроизвольно возникающих в ак-

* Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы», проекты № 2.2.1.1/9877, № 2.1.2/12311), РФФИ (проекты № 10-08-90032-Бел_а, № 10-08-01093-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры Инновационной России» на 2009–2013 годы. Результаты могут быть использованы в научно-образовательной деятельности при выполнении учебно-научных и научно-исследовательских работ студентами и аспирантами, в том числе – проходящими подготовку на базе НОЦ «Энергетика».

тивно-диссипативных системах. В согласии с известными результатами [6] в пределе длинных волн модель приводила к эволюционному уравнению типа уравнения Бюргера с «отрицательной вязкостью», которая физически соответствовала усилению возмущений за счет энерговыделения при химическом превращении. По сравнению с результатами [5] в настоящей работе дополнительно учтен межфазный обмен в системе при наличии химически инертных твердых частиц. В отсутствие химической реакции данный механизм был рассмотрен в работе [7] на основе аналитического подхода, аналогичного работам [8; 9; 5]. Излагаемый далее материал опирается на результаты предыдущих работ [9; 5; 7] и обобщает их.

Исходная система уравнений

Рассмотрим распространение плоских возмущений в неограниченном объеме газовой смеси, содержащей в единице объема m химически инертных твердых частиц с одинаковым радиусом $r_1 = \text{const}$ и плотностью $\rho_1 = \text{const}$. В отсутствие возмущений скорость каждой из фаз равна нулю. Относительный объем конденсированной фазы мал ($\bar{V}_1 = 4\pi r_1^3 m/3 = O(\varepsilon)$), что позволяет пренебрегать взаимодействием частиц (ε – малый параметр). Будем предполагать, что длина волны возмущения намного превосходит среднее расстояние между частицами, и использовать однородную модель двухкомпонентной неравновесной смеси (учитывая различия скоростей и температур фаз). При этом массовая скорость u , плотность ρ , давление p , температура T и удельная энтропия S газа являются величинами, осредненными по объему, содержащему достаточно большое количество частиц.

Ограничим рассмотрение общей задачи случаем возмущений, имеющих малую, но конечную амплитуду:

$$|\delta u|, |\delta \rho|, |\delta p|, |\delta T| = O(\varepsilon),$$

где δr , $\delta \rho$, δT , δu – безразмерные возмущения величин:

$$\begin{aligned} \delta u &= u/C_{f0}, \quad \delta \rho = \rho/\rho_0 - 1, \\ \delta p &= p/p_0 - 1, \quad \delta T = T/T_0 - 1. \end{aligned}$$

Индекс 0 обозначает невозмущенное состояние среды, $C_f = \left[(p_\rho)_{S,Y} \right]^{1/2}$ – адиабатическая

скорость звука в газе, Y – массовая доля продуктов реакции. Запись $(p_\rho)_{S,Y}$ обозначает частную производную от давления по плотности, вычисляемую при условиях $S = \text{const}$, $Y = \text{const}$, индекс f указывает на то, что значение переменной вычисляется при условии $Y = \text{const}$ (т. е. для высокочастотных возмущений, относительно которых реакция «заморожена»).

Примем предположение, что все воздействия на динамику возмущений в газе, связанные с химической реакцией, межфазным обменом и эффектами вязкости и теплопроводности газа, являются слабыми и могут быть представлены в уравнениях членами второго (и выше) порядка малости.

Уравнения неразрывности для газовой фазы и для облака не взаимодействующих частиц:

$$\begin{aligned} \rho_t + u\rho_x + \rho u_x &= 0, \\ m_t + u_1 m_x + m u_{1x} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь u_1 означает возмущение скорости облака частиц, $|u_1|/C_{f0} = O(\varepsilon)$; нижние индексы t , x всюду обозначают частные производные по времени и по координате.

Уравнения сохранения импульса (без учета гравитации) для каждой из компонент [10; 11]:

$$\rho(1 - \bar{V}_1)(u_t + uu_x) + p_x - \nu \rho u_{xx} + f = 0, \quad (2)$$

$$\rho_1 \bar{V}_1 (u_{1t} + u_1 u_{1x}) - f = 0, \quad (3)$$

где ν – кинематическая вязкость газа, $\rho_1 \bar{V}_1$ – плотность облака частиц, f – сила сопротивления облака частиц в единице объема.

Вследствие предположения о том, что $\bar{V}_1 = O(\varepsilon)$ и твердые частицы не взаимодействуют, давление в газовой фазе совпадает с давлением в двухфазной среде, а поправка к вязкости газа и вязкость облака частиц – пренебрежимо малы.

Известно выражение для силы сопротивления \hat{f} , действующей на шар с радиусом r_1 , движущийся в среде со скоростью $w(t, x)$ (см.: [12, § 24]):

$$\hat{f} = -6\pi r_1^3 \left(\frac{vw}{r_1^2} + \frac{w_t}{9} + \sqrt{\frac{v}{r_1^2}} \int_{t_0}^t \frac{w_\zeta d\zeta}{\sqrt{t-\zeta}} \right).$$

При достаточно малом r_1 характерное время изменения w существенно превосходит величину r_1^2/v . Это означает, что первое сла-

гаемое (сила Стокса) является определяющим в выражении для \hat{f} . При этом эффектами нестационарности (вторым слагаемым) и силой Бассэ (третьим слагаемым) можно пренебречь [13, гл. 3]. Действие силы сопротивления, определяемой законом Стокса, приводит к изменению скорости частицы с характерным временем

$$\tau_v = \frac{2\rho_1 r_1^2}{9\rho v} \gg \frac{r_1^2}{v}.$$

Ограничивая рассмотрение случаем низкочастотных возмущений скорости газа (характерное время которых превышает величину τ_v), используем в уравнениях (2) и (3) следующее выражение:

$$f = -m\hat{f} = \frac{9}{2}\bar{V}_1 \frac{\rho v}{r_1^2} (u - u_1) = O(\varepsilon^2).$$

Для относительной скорости движения фаз из уравнения (3) получим с точностью до членов первого порядка малости:

$$u - u_1 = \tau_v u_{1t} + o(\varepsilon). \quad (4)$$

Неравновесная химическая реакция в газовой фазе (реагенты предварительно перемешаны) характеризуется объемной скоростью образования продуктов реакции ω и удельным тепловыделением Q . Представим реакцию в виде одноступенчатого превращения «реагенты \rightarrow продукты реакции» с кинетической зависимостью общего вида

$$\omega(p, S, Y) = \rho(p, S, Y) dY/dt. \quad (5)$$

Закон сохранения энергии с учетом термодинамических соотношений позволяет записать уравнение для производства энтропии:

$$\rho T \frac{dS}{dt} = Q\omega - q + \rho c_p \chi T_{xx} + (u - u_1) f + \sigma, \quad (6)$$

где σ учитывает производство энтропии за счет вязкости, оно пропорционально величине $v(u_x)^2$, c_p – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, χ – теплопроводность газа, $q = 4\pi r_1^2 m q_1$ – тепловая мощность, отводимая от газа к облаку частиц в единице объема, при этом поток тепла на поверхности отдельной частицы $q_1 = \rho_1 c_1 \chi_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=r_1}$ определяется из решения задачи о центрально-симметричном распре-

делении температуры $T_1(t, r)$ в шаре с радиусом r_1 , плотностью ρ_1 , температуропроводностью χ_1 и удельной теплоемкостью c_1 при начальном условии $T_1(0, r) = T_0$ [14].

Температура поверхности частицы $T_1(t, r_1)$ равна температуре окружающего газа. Поскольку применимость гомогенной модели ограничена в области коротковолновых возмущений, то правомерно предположить, что характерное время изменения температуры газа намного превосходит величину r_1^2/χ_1 (характерное время температурной релаксации частицы). Для этого случая в работе [7] получено следующее выражение для q :

$$q = \bar{V}_1 \rho_1 c_1 \left(T_t - \frac{r_1^2}{\chi_1} \frac{T_{tt}}{15} \right) = O(\varepsilon^2).$$

Поскольку диссипативные эффекты являются слабыми, то температуропроводность и кинематическую вязкость газа будем считать постоянными величинами первого порядка малости:

$$\bar{v} = \left(v / \tau C_f^2 \right)_0 = O(\varepsilon),$$

$$\bar{\chi} = \left(\chi / \tau C_f^2 \right)_0 = O(\varepsilon).$$

Это позволяет заметить, что в уравнении (6) слагаемые, связанные с теплопроводностью газа и межфазным теплообменом, имеют второй порядок малости, а последними двумя слагаемыми, которые пропорциональны квадрату амплитуды возмущений скорости и имеют третий порядок малости, следует пренебречь.

Уравнение состояния газовой фазы при наличии химической реакции задается в общей форме $\rho = \rho(p, S, Y)$ или

$$\frac{d\rho}{dt} = (\rho_p)_{S,Y} \frac{dp}{dt} + (\rho_S)_{p,Y} \frac{dS}{dt} + (\rho_Y)_{p,S} \frac{dY}{dt}.$$

Используя уравнения (5) и (6), преобразуем уравнение состояния аналогично [15; 16; 6; 5], отбрасывая члены $\sim o(\varepsilon^2)$:

$$C_f^{-2} \frac{dp}{dt} - \frac{d\rho}{dt} + B = A, \quad (7)$$

где $\frac{B}{\beta} = \left(\frac{q}{c_p} - \rho \chi T_{xx} \right) = O(\varepsilon^2)$, $\beta = \frac{(V_T)_{p,Y}}{V}$ – «замороженный» температурный коэффициент изобарического расширения газа, V –

удельный объем газа, $\frac{A}{\omega} = \frac{\beta Q}{c_p} - \frac{(\rho_Y)_{p,S}}{\rho}$,

$\beta Q/c_p$ – безразмерное тепловыделение, слагаемое $(\rho_Y)_{p,S}/(-\rho)$ характеризует относительное изменение удельного объема газа вследствие изменения молекулярного веса при химическом превращении. Вся информация о химической реакции содержится в правой части уравнения состояния (7), причем в отсутствие реакции $A=0$, поскольку $\omega=0$. В случае равновесной химической реакции A тоже равно нулю, так как $\beta Q/c_p - (\rho_Y)_{p,S} = 0$ (согласно выводам [16, гл. 4] при равенстве молекулярного веса реагентов и продуктов реакции). Учет слабого отклонения от химического равновесия означает $A = O(\varepsilon)$.

Используя уравнения (5)–(7), можно преобразовать тождество

$$\frac{dA}{dt} = (A_p)_{s,Y} \frac{dp}{dt} + (A_s)_{p,Y} \frac{dS}{dt} + (A_Y)_{p,S} \frac{dY}{dt}$$

к виду

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{(1+L)} \frac{d}{dt} \left[C_f^{-2} \frac{dp}{dt} - \frac{d\rho}{dt} + B \right] = \\ = -C^{-2} \frac{dp}{dt} + \frac{d\rho}{dt} - B + o(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$C^2/C_f^2 = (1-D)^{-1} = 1 + D + O(\varepsilon^2),$$

$$N = (1+L)(1-D) = 1 + L - D + O(\varepsilon^2),$$

$$L = Q(A_s)_{p,Y} \left[T(A_Y)_{p,S} \right]^{-1} = O(\varepsilon),$$

$$D = \frac{\tau C_f^2 (A_p)_{s,Y}}{(L+1)} = \tau C_f^2 (A_p)_{s,Y} + O(\varepsilon^2),$$

$$\tau = \frac{-\rho}{(A_Y)_{p,S}} \left(\frac{\beta_{pf} Q}{c_p} - \frac{(\rho_Y)_{p,S}}{\rho} \right).$$

Здесь $|\tau|$ играет роль характерного времени реакции, параметр D определяет дисперсию скорости возмущений, связанную с неравновесной химической реакцией, C – скорость распространения низкочастотных возмущений.

Уравнение (8) является динамическим дифференциальным уравнением состояния газа. Его правая часть описывает распространение низкочастотных возмущений (от-

носительно характерного времени реакции), а выражение в квадратных скобках соответствует предельному случаю высокочастотных возмущений, для которых реакция «заморожена».

Если преобразовать уравнение (8) к следующему виду:

$$\left(1 + \frac{\tau C_f^2}{N} \frac{d}{dt} \right) \left[\frac{1}{C_f^2} \frac{dp}{dt} - \frac{d\rho}{dt} + B \right] - D \frac{d\rho}{dt} = o(\varepsilon^2),$$

то можно заметить, что $\frac{dp}{dt} = C_f^2 \frac{d\rho}{dt} + o(\varepsilon)$,

т. е. в первом порядке малости процесс распространения возмущений можно считать адиабатическим – химическая реакция, диссипативные процессы и межфазный обмен не оказывают влияния на динамику возмущений. Соответственно в слагаемых высокого порядка малости можно производить замены, используя следующие соотношения между величинами, записанные с точностью до членов первого порядка малости. В частности, можно использовать уравнение (4), а также связи между параметрами идеального газа [12, § 64; 17, § 11]:

$$\delta T = (1 - \gamma_0^{-1}) \delta p = (\gamma_0 - 1) \delta \rho = (\gamma_0 - 1) \delta u,$$

где γ – отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме.

Полученные соотношения позволяют перейти к одному уравнению, описывающему эволюцию слабых возмущений конечной амплитуды в двухфазной реагирующей среде.

Эволюционное уравнение для слабых конечных возмущений

Приведя все величины в уравнениях (1), (2), (4) и (8) к безразмерной форме с помощью параметров $\tau_0, C_{f0}, \rho_0, T_0$, получим:

$$\rho'_t + u' \rho'_x + u'_x + \rho' u'_x = o(\varepsilon^2), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} u'_t + \rho' u'_t - \bar{v}_1 u'_t + u' u'_x + p'_x - \\ - \bar{v} u'_{xx} + K(u' - u_1') = o(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad (10)$$

$$u' - u_1' = \bar{\tau}_v (u_1')_t + o(\varepsilon), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\bar{\tau}}{N} \frac{d}{dt} \right) \left[p'_t - \rho'_t - \frac{(\gamma_0 - 1)}{2} \rho' p'_t + \right. \\ \left. + u' p'_x - u' \rho'_x + \bar{B} \right] - \\ - D_0 \rho'_t = o(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}\rho' &= \delta\rho, \\ p' &= \gamma_0^{-1}\delta p, \\ T' &= \delta T, \\ u' &= \delta u, \\ u_1' &= u_1/C_{f0}, \\ \bar{\tau}_v &= \tau_v/\tau_0, \\ \bar{\tau} &= \tau/\tau_0 = 1 + O(\varepsilon), \\ \bar{\beta} &= (\beta T)_0 = 1 + O(\varepsilon),\end{aligned}$$

$$\frac{\bar{B}}{\bar{\beta}(\gamma_0 - 1)} = \bar{V}_1 \left(\frac{c_1 \rho_1}{c_p \rho} \right)_0 \left(\rho'_{,t} - \frac{r_1^2}{15\chi_1 \tau_0} \rho'_{,tt} \right) - \bar{\chi} \rho'_{,xx} + o(\varepsilon^2),$$

$$K = 6\pi r_1 m \bar{v} \tau_0^2 C_{f0}^2 = O(\varepsilon).$$

В уравнении (12) учтена зависимость адиабатической скорости звука от амплитуды слабых, но конечных возмущений:

$$C_f^2/C_{f0}^2 = 1 + \rho'(\gamma_0 - 1)/2 + O(\varepsilon^2).$$

Рассмотрим возмущения, распространяющиеся в одну сторону. В силу сделанных предположений профиль этих возмущений в системе координат, движущейся со скоростью C_{f0} , должен изменяться во времени очень медленно. Введем координату и время в движущейся системе координат: $y = x - t$,

$z = t$. Тогда $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y}$, причем

$$\frac{\partial}{\partial z} = O(\varepsilon).$$

В движущейся системе координат уравнения (9)-(12) примут вид

$$(u' - \rho')_y + \rho'_z + (u' \rho')_y = o(\varepsilon^2),$$

$$\begin{aligned}p'_y - u'_y + u'_z - \rho' u'_y + \bar{V}_1 u'_y + u' u'_y - \\ - \bar{v} u'_{yy} + K(u' - u_1') = o(\varepsilon^2),\end{aligned}\quad (13)$$

$$\bar{\tau}_v (u_1')_y - u_1' = -u' + o(\varepsilon),\quad (14)$$

$$\left(1 - \frac{\bar{\tau}}{N} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} + u' \frac{\partial}{\partial y} \right) [\rho'_y - p'_y] +$$

$$+ \left(1 - \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\rho'_z - \rho'_z + (\gamma_0 - 1)}{2} \rho' p'_y + \right. \\ \left. + u' p'_y - u' \rho'_y + \bar{B} \right) +$$

$$+ D_0 \rho'_y = o(\varepsilon^2),$$

где

$$\frac{\bar{B}}{\bar{\beta}(\gamma_0 - 1)} = \bar{V}_1 \left(\frac{c_1 \rho_1}{c_p \rho} \right)_0 \left(-\rho'_{,y} - \frac{r_1^2}{15\chi_1 \tau_0} \rho'_{,yy} \right) - \bar{\chi} \rho'_{,yy} + o(\varepsilon^2).$$

Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения (14) можно искать в форме суммы гармоник, представив правую часть уравнения в виде

$$u' = \sum_{j=0}^{\infty} u'_j = \sum_{j=0}^{\infty} \hat{u}_j(z) \exp(ik_j y).$$

Тогда получим общее решение

$$u_1' = U(z, y) + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{u'_j}{(1 - i\kappa_j \bar{\tau}_v)},$$

где решение однородного уравнения $U(z, y) = \hat{U}(z) \exp(y/\bar{\tau}_v)$ не зависит от u' .

Поскольку в отсутствие газодинамических возмущений скорость частиц должна быть равна нулю, т. е. $u_1' = 0$ при $u'(z, y) = 0$, то $\hat{U}(z) = 0$ (строго говоря, $\hat{U}(z) = O(\varepsilon^2)$).

При $\kappa_j^2 \bar{\tau}_v^2 \ll 1$ полученное решение можно записать в форме

$$u_1' = \sum_{j=0}^{\infty} u'_j \exp(ik_j \bar{\tau}_v).$$

Это означает, что из-за инерции бесконечно малые (линейные) колебания скорости облака частиц сдвинуты по фазе на величину $\kappa_j \bar{\tau}_v$ относительно длинноволновых колебаний скорости газа.

Выражение для относительной скорости

$$u' - u_1' = \sum_{j=0}^{\infty} \hat{u}_j(z) \exp(ik_j y) \frac{-i\kappa_j \bar{\tau}_v + \kappa_j^2 \bar{\tau}_v^2}{1 + \kappa_j^2 \bar{\tau}_v^2}$$

можно упростить в случае низкочастотных возмущений ($\kappa_j^2 \bar{\tau}_v^2 \ll 1$):

$$u' - u_1' = -\bar{\tau}_v (u'_y + \bar{\tau}_v u'_{yy}) + o(\varepsilon)$$

и в такой форме использовать в уравнении (13), поскольку $K \bar{\tau}_v = \bar{V}_1 \rho_1 / \rho_0 = O(\varepsilon)$. Тогда с принятой точностью можем записать эволюционное уравнение:

$$\begin{aligned}\left[1 - \frac{\partial}{\partial y} \right] (h_z - M_1 h_y - M_2 h_{yy} - M_3 h h_y) + \\ + M_4 h_y = o(\varepsilon^2),\end{aligned}\quad (15)$$

где h пропорционально возмущению скорости, плотности, давления или температуры газа,

$$M_1 = \frac{\bar{V}_{10}\rho_1}{2\rho_0} \left(1 + (\gamma_0 - 1) \frac{c_1}{c_{p0}} - \frac{\rho_0}{\rho_1} \right),$$

$$M_2 = \left(\frac{\gamma - 1}{30} \left(15\bar{\chi} + \bar{V}_1 \frac{c_1\rho_1}{c_{p\rho}} \frac{r_1^2}{\chi_1\tau} \right) + \frac{\bar{v} + K\bar{\tau}_v^2}{2} \right)_0,$$

$$M_3 = -(3 + \gamma_0)/4,$$

$$M_4 = D_0/2.$$

Линейный анализ

Решение уравнения (15) для случая бесконечно малых возмущений можно представить в виде суперпозиции гармоник:

$$h_j(z, y) = \sum_{j=0}^{\infty} \tilde{h}_j \exp(\Omega_j z + i\kappa_j y).$$

Подставив данное решение в линеаризованное уравнение (15) с постоянными коэффициентами, получим дисперсионное соотношение, связывающее инкремент возмущения Ω с волновым числом κ :

$$\Omega = \kappa^2 \left(\frac{M_4}{1 + \kappa^2} - M_2 \right) + i\kappa \left(M_1 - \frac{M_4}{1 + \kappa^2} \right). \quad (16)$$

Действительная часть инкремента Ω описывает изменение амплитуды возмущения во времени. При $\text{Re}(\Omega_j) > 0$ возмущения с длиной волны $\lambda_j = 2\pi/\kappa_j$ являются неустойчивыми. Мнимая часть инкремента определяет дисперсию скорости звука в среде.

При $\kappa^2 = O(\varepsilon^{-1})$, т. е. для высокочастотных (по сравнению с характерным временем реакции τ_0) возмущений, получим:

$$\Omega = -M_2\kappa^2 + i\kappa M_1, \quad (17)$$

Дисперсионное соотношение (17) описывает затухание коротковолновых возмущений благодаря потерям энергии за счет диссипативных свойств двухфазной среды. Химическая реакция в этом предельном случае не оказывает влияния на динамику возмущений. Скорость распространения бесконечно малых возмущений в двухфазной среде отличается от значения адиабатической скоро-

сти звука в газе $C_e = C_{f0}(1 - M_1)$, дисперсия отсутствует. С принятой точностью получим при $\frac{\rho}{\rho_1} \ll 1$:

$$\frac{C_e^2}{C_{f0}^2} = 1 - \frac{\bar{V}_{10}\rho_1}{\rho_0} \left(1 + \frac{(\gamma_0 - 1)c_1}{c_{p0}} \right),$$

что совпадает с известным результатом для адиабатической скорости звука в равновесной (по температуре и скорости фаз) смеси идеального газа и несжимаемых частиц при малой объемной концентрации [13, гл. 1].

В случае низкочастотных возмущений ($\kappa^2 = O(\varepsilon)$) дисперсионное соотношение учитывает эффекты, связанные с химической реакцией

$$\Omega = (M_4 - M_2)\kappa^2 + i\kappa(M_1 - M_4). \quad (18)$$

В выражении (18) коэффициенты при степенях волнового числа могут изменять знаки в зависимости от соотношения различных механизмов. При выполнении критерия $M_4 - M_2 > 0$ бесконечно малые возмущения будут нарастать за счет тепловыделения реакции ($Q > 0$), превышающего диссипативные потери энергии. В случае эндотермической реакции ($Q < 0$) неустойчивость длинноволновых возмущений не имеет места, и реакция обеспечивает дополнительное затухание возмущений. Согласно (18), скорость распространения низкочастотных возмущений отличается от скорости звука в высокочастотном пределе на величину M_4 , которая определяется кинетикой реакции. При $M_4 > M_1$ возмущения будут распространяться со скоростью, превышающей C_{f0} .

Предельные соотношения (17) и (18) соответствуют линеаризованному уравнению Бюргерса с тем отличием, что для длинноволновых возмущений вместо диссипации энергии может иметь место накачка.

Характерный вид зависимости $\text{Re}(\Omega(\kappa))$ представлен на рис. 1 при определенном соотношении параметров диссипации (M_2) и накачки (M_4) энергии.

На основании соотношения (16) можно определить волновое число κ_* наиболее быстро нарастающего возмущения, а также

критическое волновое число κ_c , разделяющее устойчивые и неустойчивые гармоники:

$$\kappa_*^2 = \sqrt{M_4/M_2} - 1,$$

$$\kappa_c^2 = M_4/M_2 - 1.$$

Линейный анализ позволяет сделать следующие выводы о характере решений полученного эволюционного уравнения (15).

Зависимость $\text{Im}(\Omega)$ от волнового числа приводит к разбросу значений скорости распространения линейных возмущений в диапазоне от $C_e = C_{f0}(1 - M_1)$ до $C_e + C_{f0}M_4$, т. е. к «отставанию» высокочастотных гармоник от низкочастотных, скорость которых превышает скорость звука в химически инертной двухфазной среде.

В области с размером, превышающим величину $\lambda_c = 2\pi/\kappa_c$, при условии $M_4 > M_2$ должна наблюдаться неустойчивость слабых возмущений. Если в начальный момент времени в спектре нет выделенной по амплитуде гармоники, то неустойчивость приводит к появлению доминирующей гармоники с длиной волны $\lambda_* = 2\pi/\kappa_*$ (если размер области окажется в диапазоне от λ_c до λ_* , то наиболее быстро растущей гармонике будет соответствовать длина волны, равная размеру области). Характерное время нарастания амплитуды возмущения составляет $t_e = [\text{Re}(\Omega(\kappa_*))]^{-1} = (\sqrt{M_4} - \sqrt{M_2})^{-2}$.

По мере повышения амплитуды неустойчивых возмущений возрастает роль нелинейных слагаемых в эволюционном уравнении (15). Нелинейность способствует росту амплитуды высокочастотных гармоник, линейная часть уравнения, напротив, обеспечивает затухание возмущений из коротковолновой части спектра. Баланс этих механизмов достигается при установлении решения, т. е. при определенном значении амплитуды и формы волны. Установившийся спектр сигнала означает наличие своеобразного «динамического равновесия» в системе: накачка энергии длинноволновых возмущений (за счет тепловыделения реакции) компенсируется нелинейным механизмом передачи этой энергии в высокочастотную часть спектра и ее диссипацией (благодаря вязкости и теплопроводности газа, а также межфазному обмену энергией и импульсом). Наряду с этим нелинейность

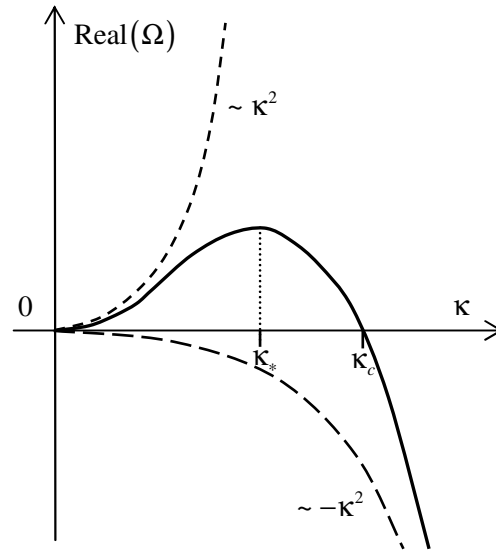


Рис. 1. Характер зависимости $\text{Re}(\Omega)$ от волнового числа при $M_4 - M_2 > 0$, согласно (16)

дает вклад в скорость (пропорциональный h), что приводит к характерной асимметрии формы волны: при $M_3 < 0$ передний фронт становится более крутым. Более подробное изучение нелинейной стадии эволюции возмущений возможно на основе численного моделирования.

Численное решение

Чтобы продемонстрировать возможность установления решения и проанализировать характерные особенности его структуры, проведена серия расчетов эволюции возмущений, описываемой уравнением (15).

К уравнению (15) применен оператор $[1 + \partial/\partial y]$, преобразованное уравнение аппроксимировано центральными конечными разностями по неявной двухслойной схеме с периодическими граничными условиями. Погрешность разностной аппроксимации характеризовалась вторым порядком по пространству и первым по времени:

$$O(\xi^2 + \hat{t}).$$

Применение к уравнению (15) оператора $[1 + \partial/\partial y]$ позволяет получить систему разностных уравнений с «почти трехдиагональной» симметрической матрицей коэф-

фициентов, что удобно с точки зрения построения алгоритма реализации схемы (алгоритм трехточечной циклической прогонки, условие устойчивости которого не накладывало ограничений на шаг по времени). При периодических граничных условиях гладкое решение аппроксимируемого уравнения совпадает с искомым решением уравнения (15).

В качестве начального условия использовался однородный по спектру слабый случайный сигнал («шум»), описываемый суперпозицией гармонических возмущений с одинаковой амплитудой $a=10^{-5}$ и случайными фазами $\varphi_j \in [-\pi; \pi]$:

$$H_k^0 = a \sum_{j=1}^{M/2} \cos(\kappa_j k \xi + \varphi_j),$$

где H_k^0 – сеточная функция, аппроксимирующая $h(z, y)$, ξ – шаг сетки по пространству, $k=0, 1, \dots, M-1$ – номер узла, $y=k\xi$, $\theta=0, 1, 2, \dots$ – номер шага по времени, \hat{t} – шаг по времени, $\theta\hat{t}=z$.

Анализ устойчивости линеаризованной разностной схемы показал, что в высокочастотном пределе ($\kappa_j \xi \rightarrow \pi$, $\xi^2 \ll 1$) схема устойчива при $\hat{t} \leq \xi^2 / 2M_2$, а при $\kappa_j^2 \ll 1$ условием устойчивости при $\hat{t} \ll 1$ служит неравенство $M_4 \leq (1 + \kappa_j^2) M_2$. Следовательно, если $\kappa_j^2 < \kappa_c^2$, то схема абсолютно неустойчива. Здесь $\kappa_j = 2\pi j / M\xi$ – волновое число гармоники, $j=0, 1, \dots, M/2$ – номер гармоники, $M=2^n$ – количество узлов сетки. Тем самым свойства разностной схемы в длинноволновом пределе в точности соответствуют свойствам аппроксимируемого линеаризованного уравнения (см. соотношение (16)). Данная неустойчивость не является дефектом схемы, но отвечает физическому механизму накачки энергии длинноволновых возмущений.

Расчеты соответствовали следующим значениям физических параметров двухфазной среды (воздух + частицы алюминия):

$$\begin{aligned} p_0 &= 10^5 \text{ Па}, \\ \rho_0 &= 1,3 \text{ кг/м}^3, \\ T_0 &= 300 \text{ К}, \\ C_{f0} &= 330 \text{ м/с}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 1,4, \\ c_{p0} &= 10^3 \text{ Дж/кг К}, \\ \chi_0 &= 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \\ v_0 &= 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \\ \beta_0 &= 1/T_0, \\ \rho_1 &= 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \\ \chi_1 &= 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \\ c_1 &= 880 \text{ Дж/кг К}, \\ r_1 &= 10^{-6} \text{ м}, \\ m_0 &= 10^{12} \text{ м}^{-3}. \end{aligned}$$

Использовались модельные значения параметров τ_0 , D_0 , связанных с кинетикой реакции. При $\tau_0 = 10^{-5}$ с и заданных значениях физических параметров получим:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{10} &= 4,2 \cdot 10^{-6}, \\ \bar{\tau}_v &= 3,6, \\ K\bar{\tau}_v &= 8,7 \cdot 10^{-3}, \\ \bar{v} &= 1,2 \cdot 10^{-5}, \\ \bar{\chi} &= 1,8 \cdot 10^{-5}, \\ M_1 &= 0,006, \\ M_2 &= 0,016, \\ M_3 &= -1,1, \\ M_4 &= D_0/2 = 0,05. \end{aligned}$$

Можно заметить, что при данных значениях удовлетворяются все физические предположения о соотношениях между параметрами, использованные при аналитических преобразованиях.

Точность расчетов контролировалась путем варьирования значений ξ и \hat{t} в диапазоне $0,1 \geq \xi \geq 0,0125$, $0,01 \geq \hat{t} \geq 0,0025$ при условии $\xi M = \text{const}$. С уменьшением ξ наблюдалось изменение характерных параметров установившегося решения: период увеличивался, амплитуда понижалась. Изменение решения практически прекращалось при $\xi \leq 0,025$: уменьшение шага вдвое приводило к различию по амплитуде менее 0,3 %, характерный период не изменялся (рис. 2). Было установлено, что решение не зависит от значения \hat{t} (при $\hat{t} \leq 0,01$): изменение \hat{t} в 4 раза (при фиксированном значении ξ) не оказывало влияния на решение. Тем самым выбор значений $\xi = 0,025$, $\hat{t} \leq 0,01$ обеспечивал удовлетворительную

точность решения и устойчивость алгоритма (при заданных значениях M_i). При выборе $\xi \leq 0,025$, $M = 2^{12}$ размер расчетной области соответствовал $\approx 33,8$ см с шагом дискретности 82,5 мкм. Поскольку среднее расстояние между частицами порядка 10^{-4} м, то уменьшение значения ξ лишено физического смысла.

Для указанных значений M_i выполняется критерий усиления низкочастотных возмущений $M_4 > M_2$. Максимальный инкремент имеет место при длине волны бесконечно малого возмущения $\lambda = \lambda_* \approx 7,2$ (что соответствует 2,4 см), характерное время нарастания амплитуды данной гармоники $t_e \approx 1$ мс. На рис. 3 представлено решение уравнения (15) в последовательные моменты времени: штриховая линия соответствует решению при времени $z_1 = 800$ (8 мс), сплошная линия – установившемуся решению при времени $z_2 = 10^5$ (1 с). В момент z_1 характерный период решения соответствует длине волны λ_* , которая определяется линейным решением (16). Дальнейшее повышение амплитуды волн приводит к проявлению нелинейных эффектов, характерный период решения увеличивается и в установившемся режиме достигает $1,6\lambda_*$. Решение изменяется в пределах $-0,03 < h < 0,09$, т. е. в системе возникают довольно сильные колебания параметров: по скорости – до 40 м/с, по температуре – до 36 К, по давлению и плотности – до 17 и 12 % соответственно (от уровня невозмущенных параметров).

В установившемся режиме волны распространяются со сверхзвуковой скоростью, превышающей «замороженную» скорость звука в газе на величину $0,05 \cdot C_{f0}$. Оценка фазовой скорости по соотношению (16) при $\lambda_j = 1,6\lambda_*$ дает $0,03 \cdot C_{f0}$ (групповая скорость совпадает с фазовой с точностью порядка 10 %). Отличие от результатов расчетов связано с нелинейными эффектами.

С уменьшением величины D_0 на 25 % (при прочих равных условиях $M_1 = 0,006$, $M_2 = 0,016$, $M_3 = -1,1$) значение λ_* изменяется слабо: $\lambda_* \approx 8,6$ (2,8 см), но время усиления возмущения в e раз увеличивается

более чем вдвое ($t_e \approx 2,2$ мс), что приводит к сглаживанию решения. Ослабление механизма накачки возмущений за счет тепловыделения реакции приводит не только к уменьшению амплитуды установившихся колебаний параметров (в 1,5 раза), но и к увеличению характерного периода решения (на 15 %) и понижению скорости распространения волн (на 30 %). На рис. 4 установившиеся решения уравнения (15) изображены на фазовой плоскости при $M_4 = 0,0375$ (линия 1) и $M_4 = 0,05$ (линия 2), линия 2 соответствует решению, представленному на рис. 3. Эти решения получены при одинаковых начальных условиях. Следует заметить, что изменение зна-

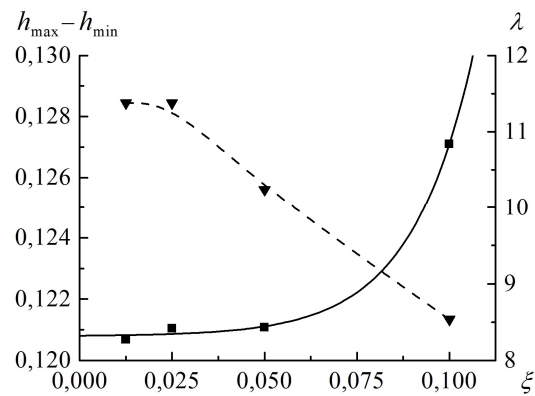


Рис. 2. Значения характерных параметров решения уравнения (15), полученного при различных ξ ($\hat{\tau} = 0,0025$): амплитуда (■) и период (▼) установившихся колебаний (аппроксимация с помощью показательной функции – сплошная линия, B-сплайн интерполяции – штриховая линия)

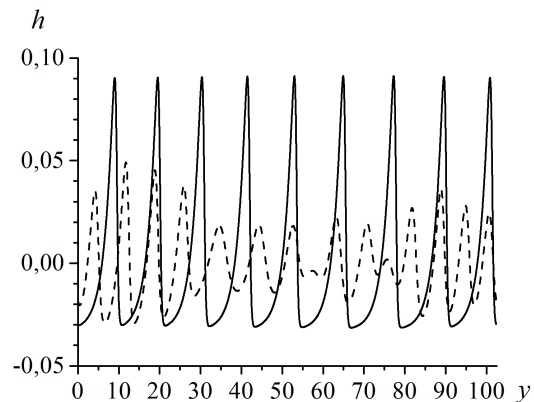


Рис. 3. Решение уравнения (15) в разные моменты времени при $M_1 = 0,006$, $M_2 = 0,016$, $M_3 = -1,1$, $M_4 = 0,05$

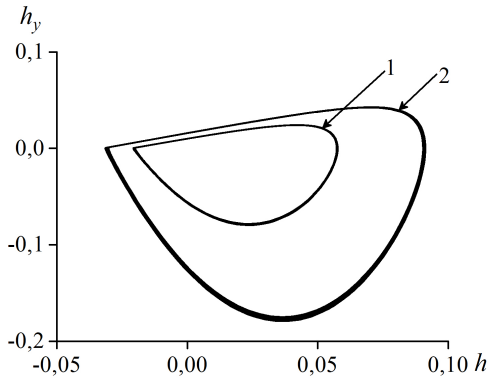


Рис. 4. Изображения на фазовой плоскости установившихся решений уравнения (15) при $M_1 = 0,006$, $M_2 = 0,016$, $M_3 = -1,1$, $M_4 = 0,0375$ (линия 1) и $M_4 = 0,05$ (линия 2)

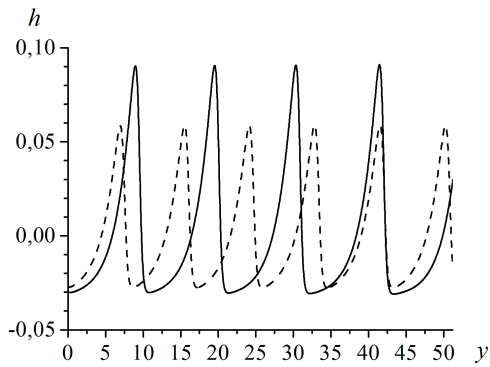


Рис. 5. Установившиеся решения уравнения (15): сплошная линия соответствует решению, представленному на рис. 3, штриховая линия – решению при $M_1 = 0,0045$, $M_2 = 0,012$, $M_3 = -1,1$, $M_4 = 0,0375$ (начальные условия совпадают)

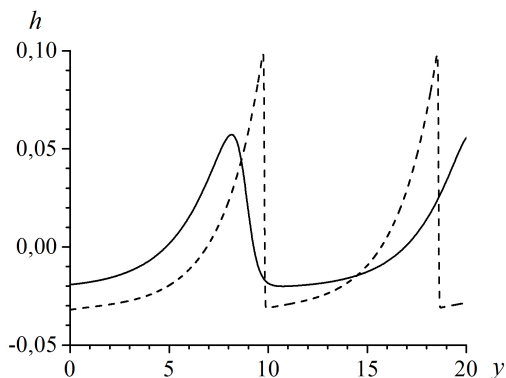


Рис. 6. Установившиеся решения уравнения (15): сплошная линия соответствует решению, представленному на рис. 4 (линия 1), штриховая линия – решению при $M_1 = 0$, $M_2 = 10^{-3}$, $M_3 = -1,1$, $M_4 = 0,0375$, $\hat{\tau} = 4 \cdot 10^{-4}$, $\hat{\xi} = 10^{-3}$, $M = 2^{13}$ в момент времени $z = 10^4$ (0,1 с)

чений ϕ_j не приводит к изменению профиля установившегося решения, т. е. система «забывает» начальные условия, что характерно для явлений самоорганизации.

Дальнейшее уменьшение D_0 приводит к резкому возрастанию значений λ_* и t_e ($\lambda_*, t_e \rightarrow \infty$ при $D_0 = 2M_2$) и последовательному уменьшению амплитуды установившегося решения до нуля, т. е. однородное решение устойчиво при $M_4 \leq M_2$.

Пропорционально изменяя значения коэффициентов линейной части уравнения (15) M_1, M_2, M_4 при постоянном значении M_3 , можно проанализировать влияние нелинейности. На рис. 5 представлены установившиеся решения при $M_1 = 0,006$, $M_2 = 0,016$, $M_3 = -1,1$, $M_4 = 0,05$ (сплошная линия) и при $M_1 = 0,0045$, $M_2 = 0,012$, $M_3 = -1,1$, $M_4 = 0,0375$ (штриховая линия). Относительное ослабление эффектов накачки и диссипации приводит к стабилизации решения при меньшей амплитуде колебаний, характерный период уменьшается в 1,3 раза, приближаясь к значению λ_* , определяемому линейной теорией.

Если твердые частицы отсутствуют ($m_0 = 0$), то коэффициенты M_1 и M_2 примут значения: $M_1 = 0$, $M_2 = 10^{-5}$. Соответственно при $M_4 = 0,0375$ из линейных соотношений получим: $\lambda_* \approx 0,8$ (2,7 мм), $t_e \approx 0,3$ мс. Уменьшение значений λ_* и t_e по сравнению со случаем $m_0 \neq 0$ связано с тем, что диссипативные эффекты в газе существенно слабее, чем потери энергии за счет межфазного обмена. При этом диапазон неустойчивых гармоник расширяется, и граница области устойчивости смещается в сторону высокочастотных гармоник. На основе модели, которая вообще не учитывает диссипацию энергии, можно получить формальный вывод о том, что длина волны наиболее неустойчивого возмущения равна нулю. Такой вывод противоречил бы наблюдениям и здравому смыслу. Как показывает анализ, диссипативные эффекты могут быть существенны уже на характерных масштабах реакции (τC_f), что не позволяет полностью ими пренебречь.

С уменьшением коэффициента M_2 , характеризующего эффекты диссипации, нарастают амплитуда и асимметрия установившегося решения: передний фронт возмущений становится более крутым (рис. 6). Это характерное изменение решения означает, что при низком значении M_2 в спектре представлены коротковолновые гармоники, которые подавляются при более высоком уровне диссипации.

Выводы

На основе асимптотического подхода [5–9] построена модель, описывающая динамику и структуру волн малой, но конечной амплитуды в гомогенной реагирующей двухфазной среде (газовзвеси). В отличие от работ [5; 6] модель учитывает наряду с диссипативными процессами в газе также и межфазный обмен теплом и импульсом в отсутствие теплового и динамического равновесия фаз. Выведено нелинейное эволюционное уравнение для возмущений, учитывающее конечное время неравновесной химической реакции в газовой фазе и обобщенные диссипативные потери энергии в двухфазной среде. Аналитически исследованы высокочастотный и низкочастотный предельные случаи общего дисперсионного соотношения. Получена зависимость скорости распространения линейных возмущений от длины волны.

Обоснован критерий усиления возмущений однородного состояния двухфазной среды. Показано, что эффект неустойчивости носит пороговый характер: звуковые возмущения из длинноволновой части спектра усиливаются, если тепловыделение реакции преобладает над диссипативными потерями энергии. Как следствие, однородный режим протекания реакции спонтанно изменяется: в системе возникают автоколебания газодинамических параметров. Полученные выводы качественно согласуются с известными результатами расчетов для двухфазных реагирующих систем, согласно которым «при больших величинах чисел Дамкеллера стационарные режимы могут не реализовываться, а происходит периодический колебательный процесс, обусловленный взаимосвязью механизмов диффузии и теплопроводности, с одной стороны, и протекания гомогенной химической реакции – с другой» [18]. Полученные аналитические результаты могут быть использованы для

оценки условий возникновения подобных колебательных режимов в реальных технических устройствах.

Проанализирована роль нелинейности в установлении спектра возмущений. В результате совместного действия неустойчивости, нелинейности и диссипации формируются самоподдерживающиеся слабые ударные волны.

Результаты численного моделирования эволюции возмущений в гомогенной слабонеравновесной двухфазной среде (газ + твердые частицы) с распределенной химической реакцией в газовой фазе демонстрируют формирование стабильной периодической структуры, характерный период, амплитуда и скорость которой определяются свойствами среды. Проанализировано изменение этих параметров в зависимости от соотношения между диссипативными свойствами среды и модельными кинетическими характеристиками неравновесной химической реакции. Возникающая установившаяся периодическая структура является примером самоорганизации в неравновесных системах.

Используемый аналитический подход применим для анализа условий устойчивости квазистационарных режимов протекания реакции в газовзвесах. Поскольку эффект усиления имеет место для низкочастотных возмущений (число Дамкеллера больше единицы), то распределенная газодвухфазная реакция должна закончиться в пределах одного периода колебаний параметров состояния газа. Чтобы этого не происходило, необходимо непрерывное поступление реагирующей смеси и удаление продуктов реакции. Подобная ситуация реализуется, в частности, за фронтом волны газовой детонации. В зоне химика, занятой ударно сжатым реагирующим газом, могут распространяться звуковые возмущения и слабые ударные волны, что, в частности, проявляется в формировании характерной ячеистой (многофронтной) структуры детонационной волны [19]. Предложенная модель (обобщенная на случай распространения возмущений в противоположных направлениях при отличной от нуля средней скорости течения) может быть применена для приближенного описания эволюции таких волн и оценки периода ячеистой структуры. При этом можно предварительно заметить, что учет в рамках данной модели

стационарного потока (имеющего скорость, намного меньшую, чем скорость звука) проявляется во втором порядке малости и выражается лишь в дополнительном постоянном сдвиге фазы возмущений.

Список литературы

1. Когарко С. М. Усиление волн сжатия при взаимодействии с фронтом пламени // Журнал технической физики. 1960. Т. 30, вып. 1. С. 110–120.

2. Когарко С. М., Рыжков Л. Д. Исследование усиления волн сжатия при горении // Журнал технической физики. 1961. Т. 31, вып. 2. С. 211–216.

3. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губин С. А. и др. Усиление слабых ударных волн в горячей двухфазной системе жидкость-газ // Прикладная механика и техническая физика. 1970. № 1. С. 168–173.

4. Гришин А. М., Ковалев Ю. М. Экспериментальное и теоретическое исследование воздействия взрыва на фронт верхового лесного пожара // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 6. С. 72–78.

5. Borisov A. A., Sharypov O. V. Self-Sustained Solitary Waves in Non-Equilibrium Media // J. Fluid Mech. 1993. Vol. 257. P. 451–461.

6. Накоряков В. Е., Борисов А. А. Распространение возмущений в среде с релаксацией или химической реакцией // Физика горения и взрыва. 1976. Т. 12, № 3. С. 414–422.

7. Борисов А. А., Вахгельт А. Ф. Волновые процессы в двухфазных средах с твердыми частицами // Волновые процессы в двухфазных средах: Сб. науч. тр. / Под ред. В. Е. Накорякова. Новосибирск, 1980. С. 114–124.

8. Солуян С. И., Хохлов Р. В. Распространение акустических волн конечной амплитуды в диссипативной среде // Вестн. Моск. ун-та. 1961. № 3. С. 52–61.

9. Борисов А. А. Распространение возмущений в двухфазных химически реагирующих смесях // Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах: Сб. науч. тр. / Под ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, 1977. С. 128–142.

10. Баренблатт Г. И. О движении взвешенных частиц в турбулентном потоке // Прикладная математика и механика. 1953. Т. 17, вып. 3. С. 261–274.

11. Marble F. E. Dynamics of Dusty Gases // Ann. Rev. Fluid Mech. 1970. Vol. 2. P. 397–446.

12. Ландау Л. Д., Lifshits E. M. Теоретическая физика: Учеб. пособие: В 10 т. 3-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. Т. 6: Гидродинамика. 736 с.

13. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. 336 с.

14. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1964. 487 с.

15. Kirkwood J. G., Wood W. W. Structure of a Steady-State Plane Detonation Wave with Finite Reaction Rate // J. Chem. Phys. 1954. Vol. 22. No. 11. P. 1915–1919.

16. Вильямс Ф. Теория горения. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. 615 с.

17. Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1972. 400 с.

18. Гришин А. М., Зинченко В. И. Решение некоторых задач о нестационарном тепло- и массообмене с учетом неравновесных гетерогенных и газофазных реакций // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, № 6. С. 775–786.

19. Войцеховский Б. В., Митрофанов В. В., Топчиян М. Е. Структура фронта детонации в газах. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1963.

Материал поступил в редколлегию 17.02.2011

O. V. Sharypov, I. S. Anufriev

EVOLUTION OF WEAKLY NON-LINEAR PERTURBATIONS IN GAS SUSPENSION WITH CHEMICAL REACTION

Dynamics of weak finite-amplitude perturbations in two-phase homogeneous medium (gas + solid particles) with non-equilibrium chemical reaction in gas is studied theoretically. Weakly non-linear model of plane perturbation evolution is substantiated by the instrumentality of asymptotic approach. The model takes into account wave-kinetic interaction and dissipation effects, including inter-phase heat and momentum transfer. Stability conditions for uniform state of the system are analyzed. Non-linear equation describing evolution of plane perturbations is derived under weak dispersion and dissipation effects. Solutions of evolution equation are obtained numerically in form of steady-state oscillations. Its parameters are determined by effect of nonlinearity and by relation between dissipative property of two-phase medium and given modeling characteristics of kinetics of reaction.

Keywords: non-linear perturbations, wave-kinetic interaction, evolution equation, numerical simulation.