

В. М. Дулин¹, Ю. С. Козорезов², Д. М. Маркович³

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: ¹ vmd@itp.nsc.ru; ² yuks@itp.nsc.ru; ³ dmark@itp.nsc.ru

ОЦЕНКА ДИССИПАЦИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СВОБОДНОЙ СТРУЕ МЕТОДОМ PIV*

В работе представлены результаты применения метода PIV (Particle Image Velocimetry) для измерения статистических характеристик турбулентности в переходной области течения свободной затопленной осесимметричной струи ($Re = 28\,000$). Для минимизации погрешности при калибровке системы и расчете полей мгновенной скорости использовались современные адаптивные алгоритмы. Выполнен анализ погрешности метода PIV, возникающей вследствие эффектов пространственного разрешения при измерении характеристик турбулентности. С использованием модельных спектров турбулентных пульсаций получены аналитические и численные оценки влияния размера расчетной ячейки и толщины лазерного ножа на величину измеряемых вторых статистических моментов градиента пульсаций скорости, а также диссипацию кинетической энергии турбулентности. Результаты оценок достаточно хорошо согласуются с данными проведенного эксперимента. В работе также рассмотрены возможные способы учета вклада в диссипацию кинетической энергии турбулентности мелкомасштабных пульсаций, не разрешаемых методом PIV. Показана эффективность использования модели турбулентной вязкости для учета мелкомасштабных пульсаций в свободном турбулентном течении.

Ключевые слова: осесимметричная затопленная струя, баланс кинетической энергии турбулентности, диссипация, particle image velocimetry, пространственное разрешение.

Введение

К настоящему времени метод Particle Image Velocimetry (PIV) стал стандартным методом измерения скорости в аэродинамическом эксперименте. Адаптивный кросскорреляционный алгоритм с итерационным смещением, дроблением и деформацией расчетных областей для определения двухкомпонентного поля скорости трассерных частиц [1] считается одним из наиболее оптимальных с точки зрения точности и скорости расчета. Использование метода подпиксельной интерполяции положения максимума кросскорреляционной функции и смещение расчетных областей на нецелое

значение (при использовании оптимальной схемы интерполяции изображения) позволяют добиться погрешности определения скорости не более 0,1 пикселя в реальном эксперименте, что составляет менее 2 % для смещения трассерных частиц, равного 8 пикселям (характерного для размера расчетной области 32×32 пикселя). На искусственно полученных изображениях может быть достигнута точность в 0,02 пикселя и выше при использовании изображений высокой разрядности [1]. Последовательное дробление и относительное смещение расчетных областей в итерационном алгоритме позволяют расширить динамический диапазон до $200 : 1$ [2]. При использовании мето-

* Работа выполнена при поддержке Правительства России: грант № 11.G34.31.0035 для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах; Федеральная целевая программа «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

да PIV в стереоскопической конфигурации (Stereo PIV) появляется возможность получать информацию обо всех трех компонентах поля скорости в измерительной плоскости. При этом дисторсия изображений, ориентированных под углом камер, учитывается автоматически посредством проведения предварительной калибровки и определения параметров модельного преобразования, соответствующего проецированию измерительного объема на плоскость матрицы камеры [1]. Использование трехмерной модели преобразования (при наличии информации о положении маркеров калибровочной мишени в трехмерном пространстве) позволяет определить как углы ориентации и поворота каждой камеры, так и нелинейные искажения изображения. Следует отметить, что для дальнейшего повышения точности калибровки возможное рассогласование плоскостей лазерного «ножа» и мишени может быть определено и скомпенсировано [3].

Главным достоинством метода PIV является то, что он позволяет измерять пространственные распределения мгновенной скорости и, следовательно, рассчитывать ее пространственные производные, компоненты тензоров завихренности и деформации и т. п. Однако хорошо известно, что для адекватного расчета таких дифференциальных характеристик на базе PIV-измерений в турбулентном потоке необходимо достичь очень высокого пространственного разрешения, а также применить ряд необходимых процедур обработки данных. В частности, в работе [4] было показано, что для расчета производных скорости необходимо использовать подходящую дифференциальную схему, для того чтобы эффективно разрешить полезный сигнал (обычно он является низкочастотным вследствие осреднения скорости по расчетной области), но при этом подавить высокочастотный шум, который усиливается при дифференцировании. В то же время, как было показано в ряде работ (см., например: [5; 6]), статистические характеристики турбулентности (такие, как вторые и третьи статистические моменты пульсаций скорости, скорость диссипации кинетической энергии), измеряемые методом PIV, могут быть существенно недооценены вследствие низкого пространственного разрешения. Однако аспекты влияния разрешения метода PIV на измеряемые харак-

теристики в турбулентных потоках с большими числами Рейнольдса (особенно старших статистических моментов и диссипации) в литературе детально не описаны. Только недавно часто используемые в термоанемометрии методы коррекции, основанные на анализе спектральных характеристик передаточной функции метода измерений, были применены к данным PIV-измерений турбулентного потока за сеткой в работе [7]. Авторы [7] провели прямое численное моделирование течения и использовали рассчитанную спектральную плотность турбулентных пульсаций для коррекции значения измеряемой методом PIV величины кинетической энергии турбулентности (КЭТ) и скорости ее диссипации. Авторы также указали, что измерения структурной функции третьего порядка в значительно большей степени подвержены влиянию пространственного разрешения, чем вторые моменты, однако способов решения данной проблемы предложено не было. В это же время С. В. Алексеенко и др. [5] экспериментально исследовали влияние пространственного разрешения метода PIV на величину измеряемых вторых, третьих статистических моментов пульсаций скорости, а также диссипации КЭТ в импактной затопленной струе. Полученные результаты сравнили с теоретическими расчетами, основанными на модельных спектрах пульсаций, в предположении, что пространственное разрешение PIV соответствует изотропному фильтру высоких частот (sharp cut-off filter).

В целом, теоретический анализ влияния пространственного разрешения в работах [5] и [7] подразумевает независимый расчет коэффициента коррекции в каждой экспериментальной точке, что является достаточно трудоемкой задачей при применении к ансамблю полей скорости, измеряемых методом PIV. Для нахождения более общего метода учета пространственного разрешения PIV было предпринято несколько попыток использования метода моделирования больших вихрей (Large Eddy Simulation, LES). Однако классическая модель Лилли – Смагоринского для PIV-данных требует подходящего соотношения между разрешаемыми масштабами и характерными масштабами турбулентных пульсаций, так как модель основана на предположении, что разрешаемая длина волны соответствует

инерционному интервалу турбулентных пульсаций, и, следовательно, большая часть диссипации КЭТ не разрешается напрямую. Однако, как было показано в работе [8], если значительная часть диссипации разрешается, то модель Лилли – Смагоринского будет давать существенную переоценку подсеточной диссипации. Это может приводить к неоправданно большим значениям турбулентной вязкости в областях потока, где локальное число Рейнольдса мало.

Цель данной работы – провести исследование погрешности метода PIV, обусловленной конечным пространственным разрешением метода, при измерении величины диссипации КЭТ на основе анализа ансамбля полей мгновенной скорости. Выполненный теоретический анализ направлен на определение эффективности возможных методов учета влияния пространственного разрешения метода PIV при измерении дифференциальных характеристик в свободных турбулентных потоках. В данном контексте свободная затопленная струя, являющаяся хорошо изученным турбулентным течением, – удобный объект для экспериментального исследования.

Схема эксперимента

Установка представляла собой замкнутый гидродинамический контур, состоящий из рабочего участка, термостата, системы подачи и контроля расхода рабочей жидкости на основе обратной связи, обеспечивающей постоянство расхода с высокой точностью. Рабочей жидкостью являлась дистиллированная вода при постоянной температуре $35 \pm 0,2$ °С, поддерживаемой термостатом. Измерения проводились в оргстеклянном измерительном объеме размером $200 \times 200 \times 400$ мм³. Затопленная свободная струя была организована при помощи расположенного в нижней части объема профилированного сопла с выходным диаметром d , равным 10 мм. Число Рейнольдса, рассчитанное на базе диаметра сопла и среднерасходной скорости $U_0 = 1,8$ м/с, составляло 28 000. Интенсивность турбулентных пульсаций на выходе из сопла – 3 % от U_0 .

Для измерений использовалась созданная в Институте теплофизики СО РАН система Stereo PIV ПОЛИС (рис. 1, а), которая состояла из программируемого синхронизи-

рующего процессора, двух ПЗС-камер ($1\,360 \times 1\,024$ pix², 8 bit), оснащенных двумя объективами Micro Nikkor 60 и объективом «Юпитер»; двойного импульсного Nd:YAG лазера NewWave Solo PIV (50 мДж в каждом импульсе длительностью 5 нс) с фокусирующей и цилиндрической линзами для создания лазерного ножа. Для позиционирования системы использовался моторизованный координатник с точностью позиционирования 6 мкм. Для засева потока использовались полиамидные частицы (средний диаметр 20 или 10 мкм) и полые стеклянные сферы, покрытые серебром (средний диаметр 5 мкм). Весовая плотность материала частиц ($1,03$ г/см³) была достаточно близкой к плотности воды. Управление PIV-системой, сбор, хранение и обработка изображений и полей скорости осуществлялась при помощи программного обеспечения «ActualFlow».

Для расчета полей мгновенной скорости к изображениям частиц применялся адаптивный кросскорреляционный алгоритм с итерационным нецелым смещением и дроблением расчетных областей [1]. Подпиксельная точность определения смещения частиц была обеспечена аппроксимацией максимума кросскорреляционной функции функцией Гаусса по трем точкам. Так как смещение являлось нецелым, для интерполяции изображения использовалась 4×4 B-spline схема третьего порядка. Конечный размер расчетных областей составлял 32×32 пикселя, при этом для увеличения разрешения использовалось 50 % перекрытие между соседними областями. После расчета полей мгновенной скорости для автоматического определения неверных векторов, появлявшихся вследствие ненулевой вероятности выбора неверного пика на кросскорреляционной плоскости, использовался критерий отношения сигнал-шум для первого и второго по величине максимумов $120 : 100$, а также адаптивный медианный фильтр [9]. После определения и удаления неверных векторов, значения скорости в пустых областях рассчитывались при помощи линейного 3×3 интерполяционного фильтра третьего порядка, и затем вычислялись пространственные производные скорости, с использованием центрально-разностной схемы второго порядка. Выбор такой дифференциальной схемы обусловлен тем, что ее передаточная функция совпадает

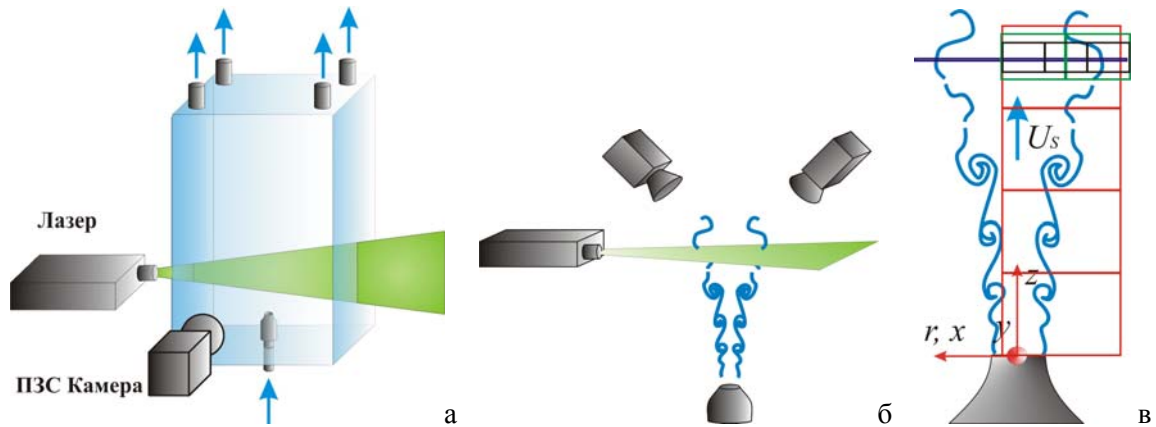


Рис. 1. Схемы измерительного объема и расположения PIV-системы (а), конфигурации Stereo PIV-эксперимента (б), струи и положения измерительных областей (в)

с передаточной функцией кросскорреляционного оператора в случае, когда используется 50 % перекрытие между расчетными областями [4]. Другими словами, данный дифференциальный фильтр эффективно подавляет высокочастотный шум, при этом в значительной степени не изменяя полезный низкочастотный сигнал.

Поля скорости измерялись в несколько этапов. На основном этапе измерения проводились в плоскости, проходящей через ось симметрии струи (рис. 1, в). Вся измерительная область была разбита на 4 зоны размером $67,5 \times 53,7 \text{ мм}^2$, в каждой из которых измерения проводились независимо. На втором этапе исследовалось влияние пространственного разрешения метода PIV на величину измеряемых дифференциальных характеристик турбулентных пульсаций. Аналогично основному этапу, измерения проводились в плоскости, проходящей через ось струи, но с последовательным увеличением пространственного разрешения, за счет использования разных объективов и изменения расстояния между камерой и измерительной плоскостью (максимальное разрешение соответствовало нескольким Колмогоровским масштабам на элементарную ячейку, при этом полный размер измерительной области составлял $10,3 \times 8,19 \text{ мм}^2$). Для каждого из режимов и каждой зоны было измерено по 3 000 двойных изображений и, следовательно, рассчитано по 3 000 полей мгновенной скорости. На третьем этапе

проводились Stereo PIV-измерения в плоскости, нормальной к оси струи (рис. 1, б). Плоскость располагалась на расстоянии $17d$ от среза сопла. Измерения методом Stereo PIV позволили получить все три компоненты мгновенной скорости и, следовательно, измерить все вторые и третьи смешанные статистические моменты пульсаций скорости, а также большую часть вторых моментов градиента скорости. Для калибровки Stereo PIV-системы использовалась плоская мишень размером $200 \times 200 \text{ мм}^2$, которая представляла собой белую поверхность с черными маркерами, расстояние между маркерами составляло 5 мм. Угол оптической оси каждой камеры к нормали плоскости лазерного ножа (а также калибровочной мишени) составлял 29° . На камеры были установлены специальные поворотные объективы, позволяющие сфокусировать наблюдающийся под углом относительно оси камеры объект на плоскость матрицы. Стереокалибровка проводилась при использовании преобразования полиномом третьей степени, кроме того, была использована процедура коррекции возможного рассогласования центральных плоскостей ножа и калибровочной мишени. Таким образом, дисторсия изображения вследствие поворота камеры определялась автоматически [3]. Размер измеряемой области составлял $54,2 \times 40,6 \text{ мм}^2$. Для каждой из камер Stereo PIV-эксперимента было измерено по 5 000 трехкомпонентных полей мгновенной скорости.

Модель влияния пространственного разрешения метода PIV

При измерении характеристик турбулентных пульсаций в потоках при больших числах Рейнольдса конечное пространственное разрешение измерительного метода, в том числе и PIV, влияет на величину измеряемых характеристик, и особенно дифференциальных (таких, как скорость диссипации КЭТ). В работах [6; 10] было показано, что величина измеряемой методом PIV диссипации экспоненциально уменьшается при увеличении физического размера расчетной области Δ (т. е. при уменьшении пространственного разрешения метода). Также важно отметить, что влияние разрешения и шума на величину измеряемой диссипации является противоположным: если ухудшение разрешения уменьшает измеряемую величину, то рост шума, наоборот, ее увеличивает. Это легко понять на примере ламинарного течения с постоянной скоростью, для которого отсутствуют пульсации и, следовательно, нет диссипации КЭТ. Измерения же полей скорости методом PIV будут содержать конечный шум, который неизбежно приведет к конечному значению пульсаций, их производных, и рассчитываемой скорости диссипации КЭТ. Таким образом, даже в турбулентном потоке при очень высоком пространственном разрешении PIV (скажем, для размера расчетной области меньше масштаба Колмогорова η , [11]) влияние шума будет сравнимо со значением фактической диссипации, и, как следствие, величина измеряемой диссипации будет существенно переоценена. Для соотношения размера расчетной ячейки и масштаба Колмогорова в диапазоне $0,2 < \Delta/\eta < 1$ (т. е. когда метод PIV позволяет измерить почти все мелкомасштабные пульсации скорости, определяющие диссипацию КЭТ) в работе [11] была предложена процедура минимизации вклада шума. Однако, к сожалению, такого высокого пространственного разрешения не удается достичь в большинстве экспериментов. Мы рассмотрим модель для учета влияния пространственного разрешения метода PIV на величину измеряемых характеристик турбулентности для более частного случая $\Delta/\eta \gg 1$, когда влияние шума мало (для дифференциальных характеристик предполагается, что он был мини-

мизирован выбором оптимальной дифференциальной схемы).

Анализ передаточной функции метода PIV. К настоящему времени в термоанемометрии спектральные передаточные характеристики различных конфигураций датчиков достаточно хорошо изучены. Например, в работе [12] приведен обзор методов учета пространственного разрешения датчиков и приведены соотношения для коррекции спектра скорости и температуры, интенсивности их пульсаций, а также их производных. Рассмотрим величину измеряемой методом PIV скорости в точке \mathbf{x} как результат использования фильтра высоких частот к действительному значению u_i^* :

$$u_i^{*M}(\mathbf{x}) = \int G(\mathbf{r}) u_i^*(\mathbf{x} + \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

где $\int G(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1$.

Обозначим в верхнем индексе знаком «звездочка» мгновенное значение, а буквой «М» – измеренные величины. При определении смещения трассеров в элементарной ячейке из рассчитываемой кросскорреляционной функции для пары изображений (если не применялось дополнительных фильтров), оператор G может быть рассмотрен как «top-hat» фильтр в плоскости лазерного ножа (x и z координаты). В нормальном направлении y к измерительной плоскости G можно представить в виде Гауссовой функции вследствие Гауссова распределения интенсивности $I(y)$ поперек ножа ($y = 0$ – это центральная плоскость). Тогда измеряемое значение скорости может быть записано в следующем виде (эффект временного разрешения не рассматривается):

$$u_i^{*M}(x, 0, z) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi\Delta_x\Delta_z}} \times \int_{-\infty-\Delta_z/2}^{\infty} \int_{-\Delta_x/2}^{\Delta_x/2} \int_{-\Delta_x/2}^{\Delta_x/2} u_i^*(x+x', y', z+z') e^{-y'^2/2\sigma_y^2} dx' dy' dz',$$

$$I(y) = I_0 e^{-y^2/4\sigma_y^2},$$

и

$$\Delta_y = 4\sigma_y \sqrt{\ln(2)}.$$

Здесь Δ_y – это полная ширина лазерного ножа на полувысоте. Следует отметить, что Δ_x и Δ_z – это размеры элементарной расчетной ячейки. Для однородной стационарной турбулентности второй статистический момент

пульсаций скорости может быть записан как трехмерный интеграл от тензора спектральной плотности:

$$\langle u_i u_j \rangle = \int F_{ij}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$$

и

$$\langle u_i^M u_j^M \rangle = \int G_k(\mathbf{k})^2 F_{ij}(\mathbf{k}) d\mathbf{k},$$

где F_{ij} – это преобразование Фурье от двухточечной пространственной корреляционной функции второго порядка

$$\langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle,$$

а $G_k(\mathbf{k})$ – это преобразование Фурье от G :

$$G_k(\mathbf{k}) = \frac{4}{k_x \Delta_x k_z \Delta_z} \sin\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right) \times \\ \times \sin\left(\frac{k_z \Delta_z}{2}\right) \exp\left(\frac{-k_y^2 \sigma_y^2}{2}\right).$$

Вторые статистические моменты пространственных производных флуктуаций скорости, определяющие тензор диссипации напряжений Рейнольдса и скорость диссипации КЭТ (2) (см. [13]), могут быть записаны следующим образом:

$$\left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle = \left\langle (u_{i,j})^2 \right\rangle = \int k_j^2 F_{ii}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad (1)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{v}{2} \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle = \\ = v \int (k_j^2 F_{ii}(\mathbf{k}) + k_i k_j F_{ji}(\mathbf{k})) d\mathbf{k}. \quad (2)$$

В данной записи предполагается суммирование по повторяющимся индексам. Тогда отношение измеряемой величины вторых моментов градиентов флуктуаций скорости к действительному значению можно представить в виде

$$C_{i,l,j,n} = \frac{\langle u_{i,l}^M u_{j,n}^M \rangle}{\langle u_{i,l} u_{j,n} \rangle} = \frac{\int G(\mathbf{k})^2 k_l k_n F_{ij}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}}{\int k_l k_n F_{ij}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}}. \quad (3)$$

Данное представление позволяет оценить (или скорректировать) значение измеряемой величины второго момента производных по отношению к действительному. Однако для этого должен быть известен вид тензора спектральной плотности. Используя предположения локальной изотропности турбулентности для несжимаемой жидкости, количество неизвестных в соотношениях (1)–(3) может быть значительно уменьшено. При таком допущении F_{ij} может быть представлен в следующем виде:

$$F_{ij}(\mathbf{k}) = F_{ij}(k) = \frac{E(k)}{4\pi k^2} \left(\delta_{ij} + \frac{k_i k_j}{k^2} \right),$$

где $k = |\mathbf{k}|$, и $E(k)$ – это трехмерный спектр КЭТ: $E(k) = 2\pi k^2 F_{ii}(k)$. В таком случае необходимо только распределение $E(k)$ для определения недооценки измеряемых вторых моментов градиентов флуктуаций скорости (3).

Следующее упрощение, которое было рассмотрено в данной работе, – это предположение, что эффект пространственного разрешения PIV является изотропным пространственным фильтром с резкой границей, обрезающим все частоты выше, чем $k_{\max} = \pi/\Delta$, где $\Delta_x = \Delta_z = \Delta$. Следовательно, соотношение между измеряемой и действительной величинами скорости диссипации КЭТ, может быть найдено из следующего простого соотношения:

$$f_\varepsilon = \langle \varepsilon \rangle^M / \langle \varepsilon \rangle = \\ = \int_0^{k_{\max}} 2vk'^2 E(k') dk' / \int_0^\infty 2vk'^2 E(k') dk'.$$

При оценке влияния пространственного разрешения будут рассмотрены две изотропные модели трехмерного спектра КЭТ: модель Пао (4) [14] и модель Поупа [15]. Мы приведем только спектр Пао:

$$E(k) = \alpha \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3} \exp\left(-\frac{3}{2} \alpha (k\eta)^{4/3}\right). \quad (4)$$

Здесь η – это Колмогоровский масштаб турбулентности, а значение параметра α обычно выбирается равным 1,6. Модель спектра Пао соответствует бесконечно большому числу Рейнольдса и может быть использована для оценки эффекта пространственного разрешения PIV-метода в высокочастотной области спектра. Данная модель приведена в работе, поскольку она приводит к простому соотношению (5), которое зависит только от Колмогоровского масштаба η , удобна в использовании и достаточно хорошо аппроксимирует экспериментальные данные:

$$f_\varepsilon^{\text{Paо}} = 1 - \exp\left(-\frac{3}{2} \alpha (k_{\max} \eta)^{4/3}\right) = \\ = 1 - \exp\left(-\frac{3}{2} \alpha (\pi\eta/\Delta)^{4/3}\right). \quad (5)$$

Использование турбулентной вязкости. Рассмотрим альтернативный подход учета ограниченного пространственного разреше-

ния метода PIV, основанный на использовании модели для турбулентной вязкости ν_τ . Этот подход аналогичен методу LES, широко используемому для численного расчета турбулентных потоков. Одна из попыток применить подходы LES для PIV описана в работе [16], где использовалась модель Смагоринского. Как уже упоминалось, классическая модель Смагоринского предполагает, что размер фильтра соответствует инерционному интервалу спектра турбулентных пульсаций, и поток КЭТ к отфильтрованным масштабам эквивалентен диссипации КЭТ. Иначе, как было показано в работе [8], классическая модель Лилли – Смагоринского переоценивает действительную диссипацию.

В данной работе мы проведем аналогию PIV с подходом LES, считая, что значение мгновенной скорости, измеренное методом PIV, подвержено влиянию пространственного разрешения аналогично фильтрации коротких волн в расчете LES (как и в предыдущем анализе, шум будет считаться пренебрежимо малым). Модель Смагоринского для турбулентной вязкости ν_τ имеет следующий вид:

$$\nu_\tau = C_S^2 \Delta^2 \left(2 \overline{S_{ij}^* S_{ij}^*} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Здесь S_{ij} – это тензор деформации поля скорости, верхнее подчеркивание означает надсеточную величину; Δ – ширина пространственного фильтра; C_S – «постоянная» Смагоринского. Из литературы известно, что формулу (6) можно упростить, используя осреднение по ансамблю для правой части, без значительного влияния на качество модели [15]. Более того, для развитых турбулентных потоков достаточно рассматривать пульсационную компоненту тензора деформации. В классической модели величина C_S может быть определена теоретически с использованием предположения бесконечно большого значения числа Рейнольдса и пренебрежимой малости молекулярной вязкости по сравнению с турбулентной, т. е. скорость диссипации КЭТ $\langle \varepsilon \rangle$ равняется потоку энергии к подсеточным масштабам и, как следствие, равняется подсеточной диссипации [8; 15]:

$$\langle \varepsilon \rangle = 2\nu \langle S_{ij} S_{ij} \rangle \approx 2\nu_\tau \langle \overline{S_{ij}^* S_{ij}^*} \rangle,$$

где $\nu_\tau \approx C_S^2 \Delta^2 \left(2 \overline{S_{ij}^* S_{ij}^*} \right)^{1/2}$.

Применяя обрезавший фильтр с шириной Δ к Колмогоровскому спектру КЭТ (спектр в виде инерционного интервала с наклоном « $-5/3$ »), можно определить теоретическое значение величины C_S , а также соотношение между подсеточной и полной диссипацией для потока с бесконечно большим числом Рейнольдса:

$$C_S = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2}{3C} \right)^{3/4} \approx 0,173, \\ f_\varepsilon^{\text{Kolm}} = \frac{\langle \varepsilon \rangle^M}{\langle \varepsilon \rangle} = \frac{3}{2} \pi^{4/3} C \left(\frac{\Delta}{\eta} \right)^{-4/3}. \quad (7)$$

Аналогично формуле (5) выражение (7) является аналитическим и может быть использовано для свободных турбулентных потоков при очень больших числах Рейнольдса в случае, когда длина волны обрезания фильтра соответствует инерционному интервалу.

В работе [8] был использован спектр Поупа для вывода соотношения между величиной $C_{S, Re}$ и значением локального числа Рейнольдса. Вообще говоря, оценка величины $C_{S, Re}$ является задачей, схожей с подходом коррекции, описанном выше, и в общем виде подразумевает наличие информации о тензоре спектральной плотности пульсаций скорости в каждой точке пространства и о свойствах пространственного фильтра. Однако в работе [8] для $L/\Delta \gg 1$ было получено явное выражение (8) для ν_τ^{MS} , не требующее такой информации в каждой точке. В итоге для учета диссипации, не разрешенной вследствие ограниченного пространственного разрешения метода PIV, в эксперименте можно сравнительно просто использовать следующее соотношение как для классической, так и для модифицированной модели турбулентной вязкости:

$$\langle \varepsilon \rangle = \nu_\tau \langle \varepsilon \rangle^M / \nu,$$

где $\nu_\tau = C_S^2 \Delta^2 \left(\langle \varepsilon \rangle^M / \nu \right)^{1/2}$, или

$$\nu_\tau^{\text{MS}} = \sqrt{\left(C_{S, \infty} \Delta / \gamma \right)^4 \left(2 \overline{S_{ij}^* S_{ij}^*} \right) + \nu^2} - \nu. \quad (8)$$

Как будет показано далее, это соотношение позволяет получить вполне приемлемые результаты.

Результаты

На рис. 2 представлены пространственные распределения нормированных средней продольной скорости потока и радиальной компоненты КЭТ в исследованной области затопленной струи. Данные получены на основном этапе измерений, никакого сглаживания экспериментальных точек не применялось. В целом, структура потока хорошо согласуется с известными литературными данными [17]. На выходе из профилированного сопла распределение продольной скорости было практически равномерно. Далее по потоку после выходного отверстия сопла формировалось ядро струи, в котором продольная скорость оставалась почти неизменной. Сразу после кромки сопла в сдвиговом слое, образованном ядром струи и окружающей жидкостью, в результате неустойчивости Кельвина – Гельмгольца наблюдался рост возмущений и последующее формирование вихревых структур, что от-

ражено на распределении радиальной компоненты КЭТ. В области $z/d \approx 4,5$ слои смешения смыкаются, и ядро струи заканчивается. В дальней области струи можно наблюдать линейное расширение течения и уменьшение аксиальной скорости U_s обратно пропорционально расстоянию от сопла (рис. 3, а), что хорошо согласуется с известными теоретическими и экспериментальными данными.

Далее представлены результаты измерений статистических характеристик турбулентных пульсаций в дальней области свободной струи, а также показано сравнение с численными и экспериментальными исследованиями, проведенными другими авторами, в том числе и расчетом LES, выполненным в работе [18] для струи той же конфигурации, что и в настоящей работе. Мы будем использовать следующие сокращения для численных расчетов: BB – [19; 20; 21], IK – [18], для экспериментальных данных NK – [23; 24], PL – [25], WL – [26].

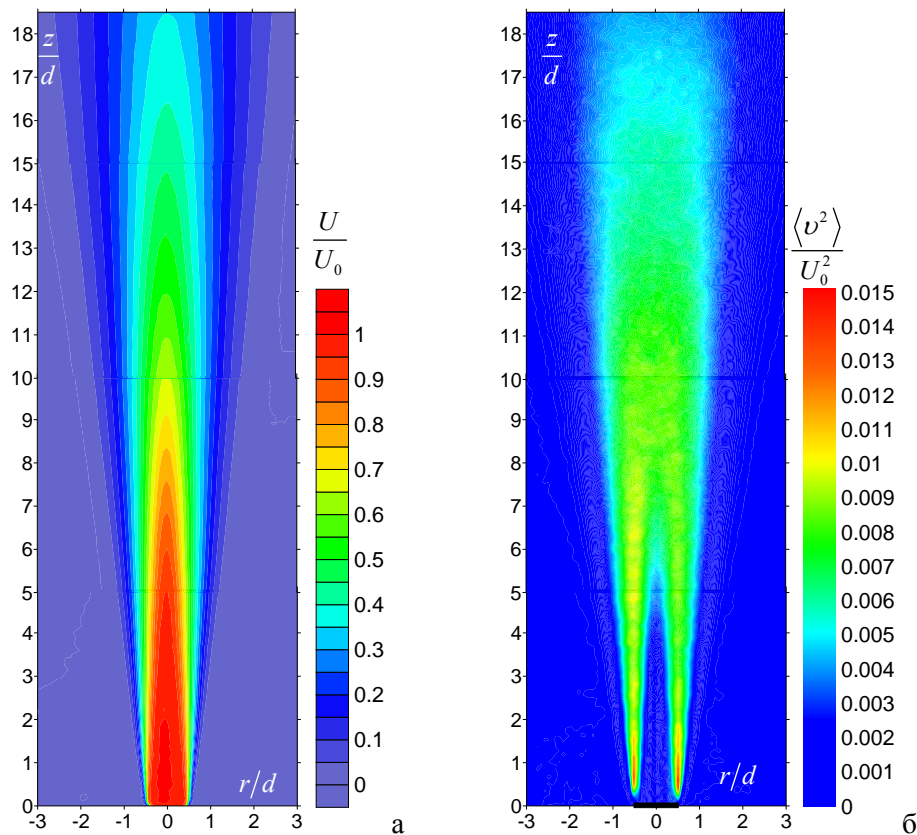


Рис. 2. Пространственные распределения средней аксиальной скорости (а) и радиальной компоненты КЭТ (б) в свободной струе при $Re = 28\,000$

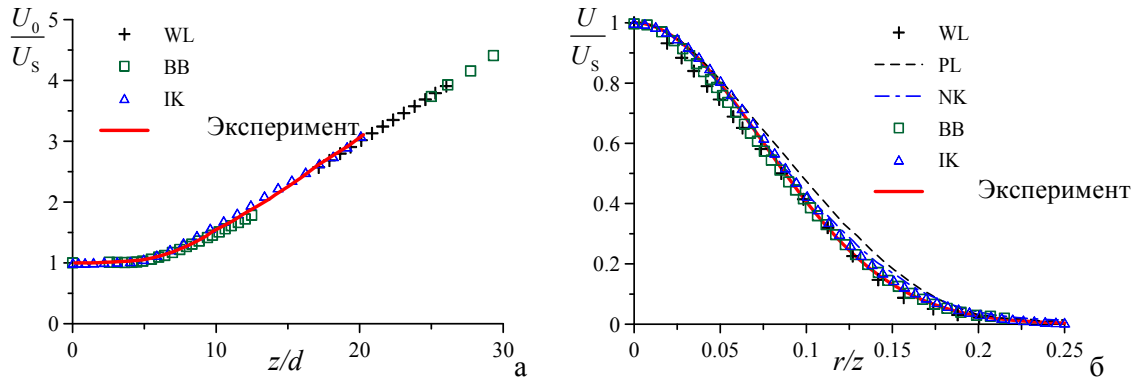


Рис. 3. Распределения средней аксиальной скорости вдоль оси (а) и поперек свободной струи (б)

Будем описывать осесимметричное течение в цилиндрической системе координат (r, θ, z) , в которой вектора (V, W, U) и (v, w, u) соответствуют средней и пульсационной составляющим скорости. Нормированное распределение осевой скорости U_s вдоль оси струи представлено на рис. 3, а. Прямое сравнение с данными PL и NK невозможно, поскольку в нашем случае показаны значения скорости для $z < 20d$, в то время как в указанных работах исследована только автомодельная область струи ($60d < z < 120d$). Рассматривая исследования ближней области потока (BB, WL и IK), наблюдается достаточно хорошее совпадение всех данных, учитывая пересечение измерительных областей в различных работах, можно видеть, что все данные хорошо согласуются с аналитической зависимостью для осевой скорости $U_s \sim z^{-1}$ в автомодельной области свободной струи. В частности, для данной работы это косвенно указывает на незначительное влияние стенок измерительного объема на свободную струю в рассматриваемой области.

Все представленные ниже радиальные распределения статистических характеристик, полученные в данном исследовании, соответствуют сечению $z = 17d$. Экспериментальные точки были аппроксимированы кривыми аналогично работе [22]. Приведенные данные соответствуют второму этапу измерений, на котором было достигнуто наивысшее пространственное разрешение, в частности, на оси струи соотношение между размером расчетной области и масштабом Колмогорова $\eta = (\nu^3/\langle \epsilon \rangle)^{1/4}$ равнялось $\Delta/\eta = 9,1$. Как будет показано далее, при таком разре-

шении около 90 % диссипации КЭТ рассчитывается из измеренных полей скорости (т. е. разрешается методом). Таким образом, величина измеряемых вторых и третьих моментов при этом почти не подвержена влиянию ограниченного пространственного разрешения.

На рис. 3, б показано распределение аксиальной средней скорости поперек струи. Измерения, выполненные в данной работе, представлены толстой сплошной линией и соответствуют аппроксимации функцией Гаусса, а именно: $U/U_s = \exp(-90(r/z)^2)$. Для сравнения приведены данные LES-моделирования работы IK, соответствующие тому же сечению, что и в данной работе (т. е. $z = 17d$), а также данные WL для сечения $z = 20d$. Помимо данных о переходной области свободной струи, приведены результаты исследований в автомодельной области потока из работ PL, NK и BB, полученные для $z/d > 60$. Несмотря на различие в областях измерений, все данные находятся в хорошем соответствии друг с другом, за исключением профиля PL, который слегка шире для $r/z > 0,05$, и профиля WL, который является более узким вблизи оси струи ($r/z < 0,1$). На рис. 4 представлены нормированные распределения ненулевых вторых статистических моментов пульсаций скорости. Все данные показывают наличие максимума в распределениях $\langle u^2 \rangle$ и $\langle w^2 \rangle$, который расположен не на оси струи. Профили напряжения Рейнольдса $\langle uv \rangle$ также очень близки во всех работах. Однако величина моментов, рассчитанных в IK, несколько ниже, чем в остальных работах, кроме того, в IK максимальные значения $\langle v^2 \rangle$ достига-

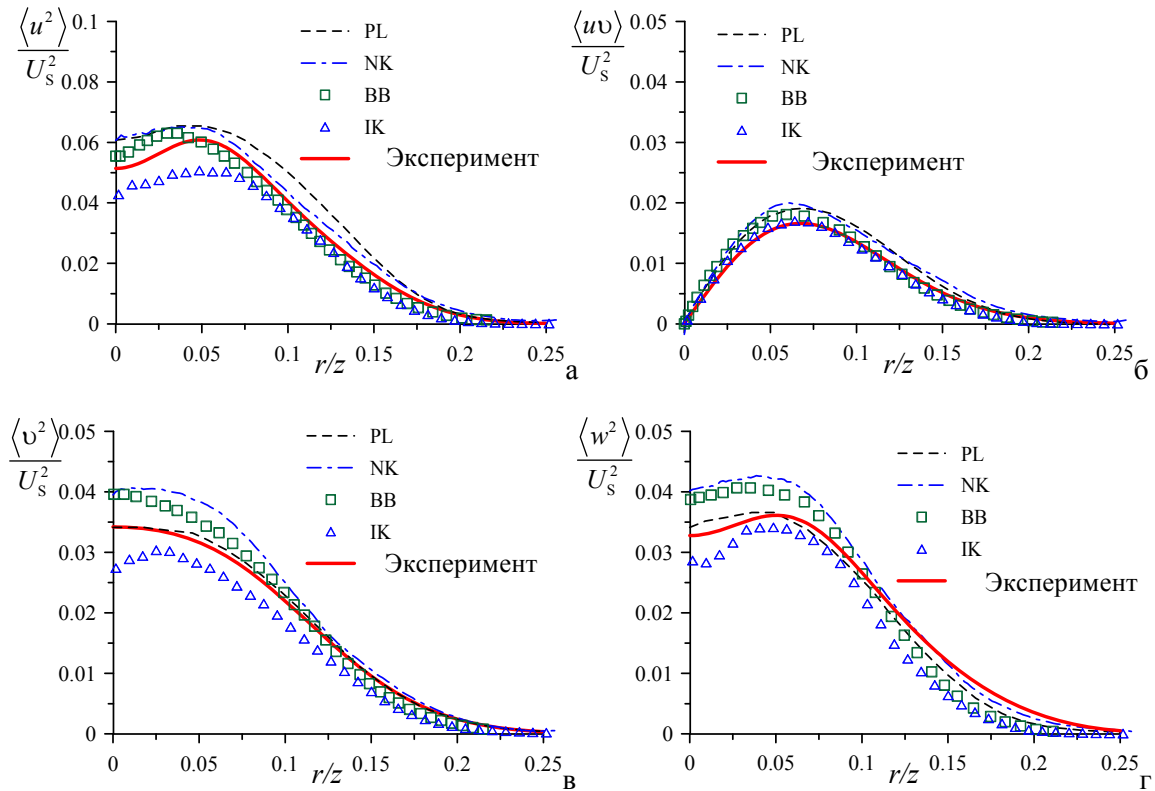


Рис. 4. Профили вторых статистических моментов в свободной струе

ются не на оси струи, чего не было зарегистрировано в остальных исследованиях. Профили $\langle u^2 \rangle$, полученные в данной работе и в работах PL, NK, BB, очень близки. В целом, единственное существенное отличие в распределениях вторых моментов наблюдается для $\langle v^2 \rangle$ и $\langle w^2 \rangle$, которые близки между собой для BB и NK, однако на 15 % больше, чем в PL и в данной работе. Расхождения в значениях вторых статистических моментов по сравнению с данными других авторов могут быть связаны с различиями в граничных условиях (распределения средней скорости, интенсивность и спектральный состав пульсаций на выходе из сопла), которые либо не контролируются в полном объеме, либо не описываются авторами. Кроме того, в различных работах данные получены разными методами и с разной погрешностью измерений. Достаточно полно существующие работы проанализированы в недавнем обзоре [27], однако сделать однозначный вывод о причине расхождений результатов не представляется возможным, особенно если речь идет о переходной об-

ласти течения ($x/d < 50$). Следует отметить, что нормированные на U_s значения $\langle v^2 \rangle$, измеренные термоанемометром на оси свободной струи на расстоянии до $20d$ в работе [28], хорошо совпадают со значениями данной работы.

Информация о распределениях третьих статистических моментов флуктуаций скорости для неоднородных турбулентных течений является важной, так как они определяют турбулентный перенос напряжений Рейнольдса. Однако в литературе представлено гораздо меньше экспериментальных и численных данных о третьих моментах по сравнению с моментами второго порядка. В данной работе были измерены все ненулевые третьи моменты, они представлены на рис. 5, в сравнении с другими численными (BB) и экспериментальными (NK, PL) исследованиями. Любопытно, что профили всех измеренных распределений, кроме $\langle u^2 v \rangle$, имеют положительный градиент вблизи оси струи. Это говорит о том, что только для $\langle u^2 \rangle$ турбулентный перенос в радиальном направлении стремится увеличить $\langle u^2 \rangle$

на оси струи. Наибольшее отличие в распределениях третьих моментов между данными настоящей работы в сравнении с PL и NK заключается в том, что распределение $\langle u^3 \rangle$, измеренное в данной работе, имеет отрицательное значение на оси струи, в то время как в данных PL и NK оно остается положительным. Данная особенность, судя по всему, связана с тем, что в настоящей работе исследовалась переходная область свободной струи, в отличие от PL и NK. Распределения $\langle u^2 v \rangle$, измеренные в NK и PL,

почти не отличаются друг от друга и от данных настоящей работы, кроме несколько больших значений в области $r/z > 0,12$. Для этой области также характерно, что профили $\langle u^3 \rangle$ и $\langle u^2 v \rangle$ из NK и PL и профили $\langle v^3 \rangle$, $\langle uv^2 \rangle$ из NK лежат выше, чем результаты данной работы. В целом же, третьи моменты из NK и данного исследования лежат ближе друг к другу по сравнению с распределениями из PL, что может быть объяснено влиянием использованного в PL контактного метода.

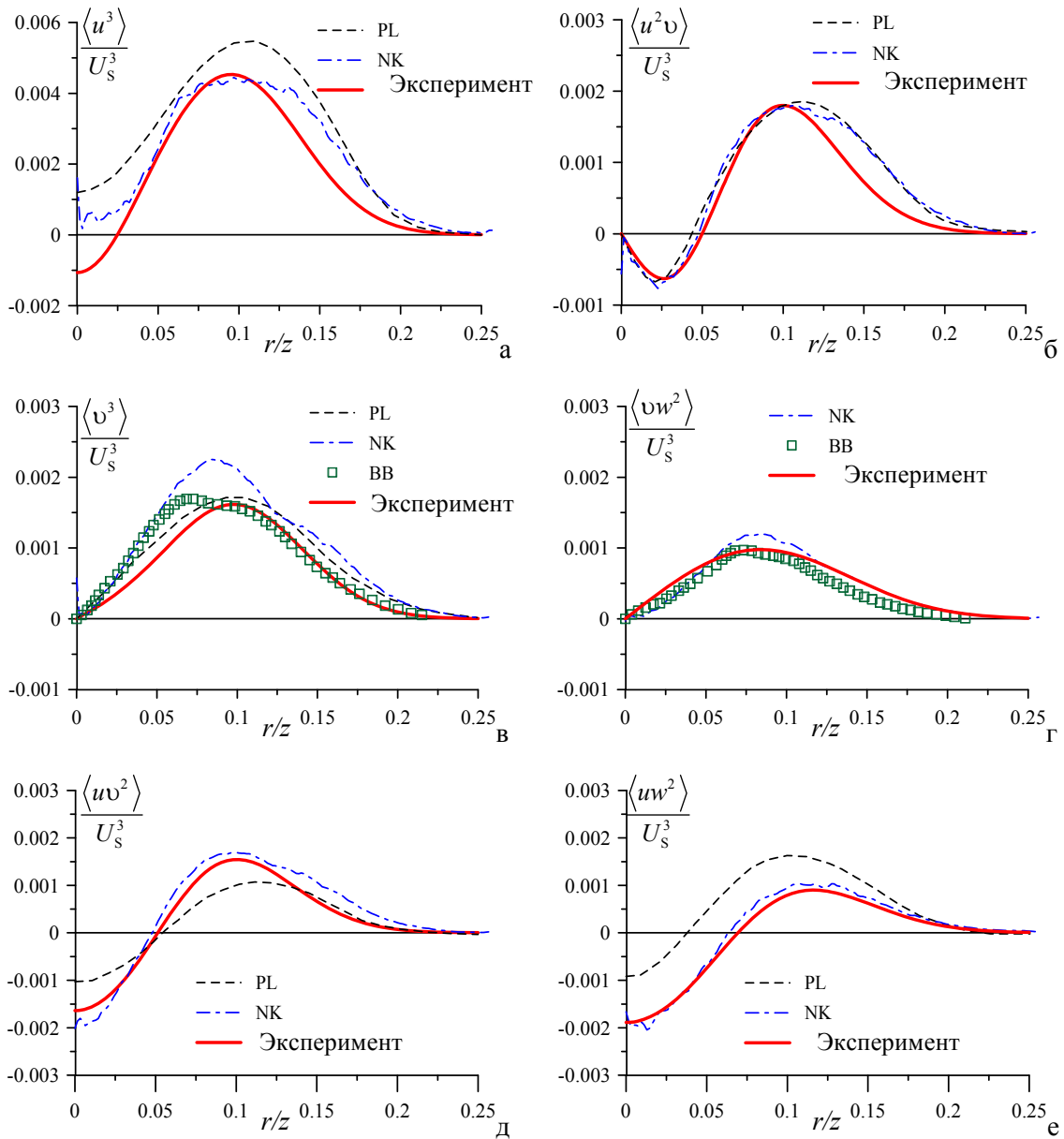


Рис. 5. Профили третьих статистических моментов в свободной струе

Следует также отметить, что в работе PL при расчете членов уравнения баланса КЭТ использовалось следующее предположение: $\langle uv^2 \rangle \approx \langle v^3 \rangle$. Однако, основываясь на замечании, сделанном в работе ВВ, а также на результатах настоящего исследования (см. рис. 5, в, з) и на данных НК, можно заключить, что профиль $\langle uv^2 \rangle$ действительно имеет схожую форму с $\langle v^3 \rangle$, но примерно в два раза меньше по амплитуде.

Далее рассмотрим уравнение баланса КЭТ для турбулентного осесимметричного течения. Так как в потоке отсутствует закрутка (что подтверждается Stereo PIV-измерениями), азимутальная скорость и все статистические моменты, включающие пульсации азимутальной скорости в нечетной степени, можно положить равными нулю. Уравнение баланса КЭТ в цилиндрической системе координат принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & - \left(V \frac{\partial \langle q^2 \rangle}{\partial r} + U \frac{\partial \langle q^2 \rangle}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial (r \langle q^2 v \rangle)}{r \partial r} + \frac{\partial \langle q^2 u \rangle}{\partial z} \right) - \\ & - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial (r \langle pv \rangle)}{r \partial r} + \frac{\partial \langle pu \rangle}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial^2 (r \langle q^2 \rangle)}{r \partial r^2} + \frac{\partial^2 \langle q^2 \rangle}{\partial z^2} \right) - \\ & - \left(\langle v^2 \rangle \frac{\partial V}{\partial r} + \langle w^2 \rangle \frac{V}{r} + \langle u^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial z} + \langle uv \rangle \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right) - \\ & - \langle \varepsilon \rangle = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Первое и второе слагаемые, заключенные в скобки, соответствуют переносу за счет адвекции и турбулентной диффузии. Третье и четвертое слагаемые соответствуют диффузии за счет флуктуаций давления и молекулярной диффузии соответственно. Пятое слагаемое соответствует порождению турбулентности средним сдвигом, а последнее слагаемое соответствует диссипации КЭТ под действием вязких сил. Диссипация является одним из наиболее сложных для измерения членов уравнения баланса, так как содержит вторые статистические моменты пространственных производных пульсаций скорости. При этом оценка диссипации подразумевает измерение производных всех компонент скорости по всем направлениям, а также высокое пространственное разрешение метода. Запишем диссипацию в декартовой системе координат:

$$\langle \varepsilon \rangle = \nu \left\langle 2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \right.$$

$$\begin{aligned} & \left. + \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + 2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

В такой записи – для плоскости, проходящей через ось струи, координаты (x, y, z) и компоненты пульсационной составляющей скорости (u_x, u_y, u_z) сонаправлены с (r, θ, z) и (v, w, u) соответственно. Подчеркнутые члены в (9), соответствующие производным в нормальном к плоскости направлении y , не могут быть найдены ввиду одноплоскостного подхода PIV. Более того, компоненты u_y могут быть измерены только методом Stereo PIV (см. дважды подчеркнутые члены). На практике часто используется ряд предположений, таких как локальная изотропность или осесимметричность турбулентности. В данной работе были использованы результаты Stereo PIV-измерений (третий этап) для определения возможности применимости вышеуказанных предположений к данному течению. Рис. 6 демонстрирует распределения нормированных вторых моментов градиентов флуктуаций скорости поперек струи, измеренных в случае наивысшего пространственного разрешения данного эксперимента (см. рис. 6, а), а также измеренных в Stereo PIV-эксперименте (см. рис. 6, б). Как и ожидалось, амплитуда измеренных распределений существенно зависит от пространственного разрешения, в то время как соотношения между амплитудами моментов меняются слабо. По этой причине распределения нормированы на значение $\langle u_{z,z}^2 \rangle$ на оси струи для рассматриваемого пространственного разрешения.

Результаты данного исследования так же, как и другие известные работы, указывают, что условие локальной изотропности не выполняется даже для дальней области свободной струи (в частности, $\langle u_{z,z}^2 \rangle$ значительно выше, чем $\langle u_{x,x}^2 \rangle$ и $\langle u_{y,y}^2 \rangle$). Из рис. 6 можно видеть, что $\langle u_{x,x}^2 \rangle$ и $\langle u_{y,y}^2 \rangle$ близки к $\langle u_{y,y}^2 \rangle$

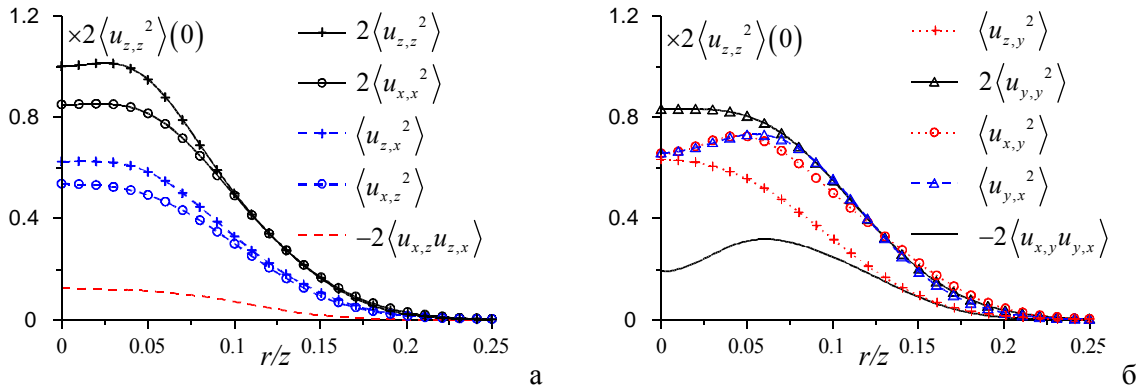


Рис. 6. Распределения нормированных вторых статистических моментов градиента пульсаций скорости поперек свободной струи: *a* – PIV-эксперимент с высоким пространственным разрешением; *б* – Stereo PIV-эксперимент

и $\langle u_{y,x}^2 \rangle$ соответственно. Кроме того, вторые моменты производных аксиальной скорости $\langle u_{z,x}^2 \rangle$ и $\langle u_{z,y}^2 \rangle$ имеют очень схожие распределения. В целом, можно заключить, что предположение локальной осесимметричности достаточно хорошо выполняется для измеренных дифференциальных характеристик (см. также [27]) в дальней области свободной струи. В итоге можно записать достаточно простое выражение для диссипации (10), все члены которого могут быть найдены из PIV-измерений:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon^{axi} \rangle = & \nu \left\langle 4 \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 3 \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \right\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

Выражение (10) является приемлемой моделью для оценки диссипации в турбулентной струе в том случае, если наиболее важный с точки зрения погрешности аспект, а именно пространственное разрешение метода, учтен тем или иным образом (оптическое зуммирование, использование модели турбулентной вязкости, вариация размера конечной измерительной области и т. д.). Оно будет использовано далее в анализе величины диссипации КЭТ, рассчитываемой из PIV полей скорости с различным пространственным разрешением. Для анализа этого эффекта необходимо определить величину масштаба Колмогорова $\eta = (\nu^3 / \langle \varepsilon \rangle)^{1/4}$, которая зависит от самой диссипации. Так как зависимость соответствует корню четвертой степени, для вычисления η доста-

точно оценить величину диссипации приблизительно. На оси струи для рассматриваемого сечения $z = 17d$ масштаб Колмогорова составлял $\eta = 0,029$ мм, что в 9,1 раза меньше, чем размер элементарной расчетной области в случае наибольшего пространственного разрешения. Для определения масштаба было использовано эмпирическое соотношение $\langle \varepsilon \rangle L_U / U_S^3 = 0,0151$ (L_U – полуширина струи в выбранном сечении), найденное как остаточный член уравнения баланса КЭТ (рис. 7, б) без диффузии за счет флуктуаций давления. Для оценки η можно пренебречь этим диффузионным членом, как это было сделано в работе PL. Полученное значение очень близко к величине 0,0167, определенной в работах PL и НК для автомоделной области свободной струи. Следует отметить, что, вообще говоря, величина Колмогоровского масштаба не остается постоянной поперек струи, так как она зависит от величины самой диссипации, тем не менее зависимость является слабой. Второй важной характеристикой в рамках анализа пространственного разрешения является интегральный масштаб турбулентности L , определяющий форму спектра Поупа в области малых длин волн. Для потоков при больших числах Рейнольдса масштаб может быть найден из соотношения $L \approx \langle u \rangle^3 / \langle \varepsilon \rangle$, где $\langle u \rangle^2 = 2 \langle q^2 \rangle / 3$. Для оси струи в выбранном сечении величина L составляла 7,5 мм, что приблизительно в 260 раз больше, чем Колмогоровский масштаб. В работе [29] оценка интегрального масштаба в автомоделной области струи из двухточечной

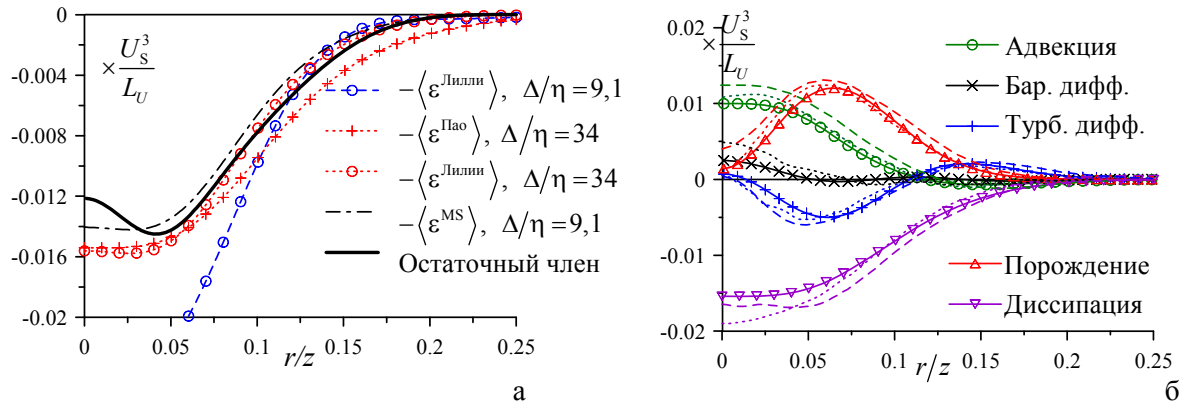


Рис. 7. Применение различных процедур коррекции измеряемой диссипации (а) и члены уравнения баланса КЭТ в свободной струе (б). Члены уравнения баланса показаны в сравнении с результатами ВВ и РЛ (..... и ---- соответственно)

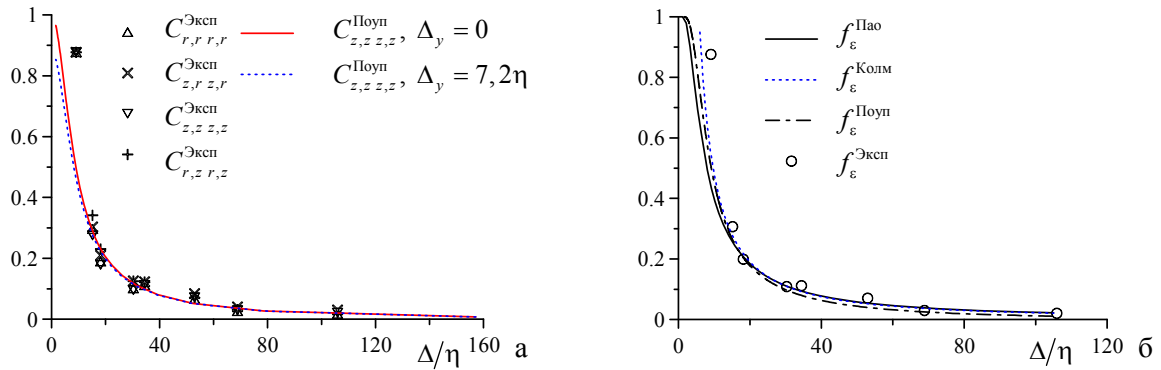


Рис. 8. Влияние пространственного разрешения на величину вторых моментов градиента скорости (а) и диссипации КЭТ (б). Сравнение экспериментальных данных и теоретических предсказаний на базе модельных спектров

корреляционной функции соответствовала зависимости L вдоль оси струи как $L/z = 0,0385$. Эта зависимость также дает близкое значение $L = 6,35$ мм.

На рис. 8, а показано влияние пространственного разрешения на измеряемые вторые моменты производных пульсаций скорости и приведено сравнение с теоретическими предсказаниями, построенными по модели спектра Пуупа. Рассмотрены только квадратичные моменты производных скорости. Для нормировки экспериментальных данных действительные значения вторых моментов оценивались из предположения того, что в случае наибольшего пространственного разрешения моменты недооценены в той же степени, что и диссипация (см. рис. 8, б). Из представленных эксперимен-

тальных данных видно, что для всех четырех квадратичных моментов зависимость от пространственного разрешения почти одинакова. Так как мелкомасштабные пульсации с уменьшением размера стремятся к изотропности, рассчитанные кривые для различных моментов оказались схожи (аналогично экспериментальным данным), поэтому показаны только для $\langle u_{z,z}^2 \rangle$. Основное различие между экспериментальными данными и теоретическими расчетами (для бесконечно тонкого ножа) наблюдается для $\Delta/\eta = 9,1$, где экспериментальные данные лежат значительно выше. Можно предположить, что в данной области начинает сказываться эффект шума (см. [11]). Учет конечного размера ножа ($\Delta_y/\eta = 7,2$) приводит к существенному отличию только для очень

малого размера элементарной расчетной ячейки, для которого в случае $\Delta_x = \Delta_z = 0$ степень недооценки остается равной 85 %. Таким образом, учет конечного размера ножа имеет смысл только для $\Delta < \Delta_y$.

На рис. 8, б показано влияние пространственного разрешения на величину измеряемой диссипации, рассчитанной из полей мгновенной скорости по формуле (10). Сравнение результатов расчета для передаточной функции PIV как анизотропного фильтра и как изотропного обрезающего фильтра показало, что между ними нет существенной разницы. Поэтому на графике показан только случай изотропного фильтра. Можно видеть, что модель спектра Пао, приводящая к аналитическому выражению для недооценки измеряемой диссипации $\langle \varepsilon^M \rangle$, достаточно хорошо описывает экспериментальные данные в области $\Delta/\eta > 18$, где в целом результаты расчетов и по другим моделям достаточно хорошо совпадают с экспериментальными точками. Рассматривая подходы коррекции, основанные на LES, можно заключить, что стандартная модель Смагоринского с классическим значением константы Лилли C_S для ν_τ , полученной из спектра Колмогорова (см. $f_\varepsilon^{\text{Колм}}$ на рис. 8, б), приводит к результату, сходному с расчетом по модели Пао. Однако для малых значений Δ/η стандартная модель приводит к существенной переоценке диссипации и, следовательно, к большой ошибке, в случае если значительная часть диссипации разрешается методом PIV. Как уже упоминалось, для того чтобы решить данную проблему, авторы [8] предложили модификацию турбулентной вязкости ν_τ^{MS} , основанную на классическом значении C_S , но приводящую к результату, близкому к случаю учета зависимости $C_{S, Re}$ от локального числа Рейнольдса (т. е. и от соотношения Δ/η). Эффективность использования ν_τ^{MS} можно оценить из распределения $f_\varepsilon^{\text{Поуп}}$ (см. рис. 8, б). Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что для диссипации КЭТ (и для вторых статистических моментов производных пульсаций скорости) теоретические предсказания для $\Delta/\eta > 10$ достаточно хорошо совпадают с экспериментальными данными, даже в предположении, что передаточная функция PIV является изотропным обрезающим фильтром. Это позволяет определять степень недооценки измеряемой дис-

сипации из сравнительно простого уравнения (5), полученного для спектра Пао, или из подхода, основанного на LES и использующего турбулентную вязкость из стандартной модели Смагоринского. В случае же $\Delta/\eta < 10$ приемлемые результаты показывает только использование модифицированной вязкости ν_τ^{MS} из работы [8].

Можно сделать вывод, что данные подходы обобщают экспериментальные результаты, представленные в литературе, об экспоненциальном уменьшении величины диссипации с уменьшением пространственного разрешения метода PIV, а также позволяют достаточно эффективно оценивать величину действительной диссипации, учитывая влияние мелкомасштабных пульсаций скорости. В частности, так как использование модифицированной турбулентной вязкости показывает хорошие результаты, даже когда неразрешенная диссипация мала, то ожидается, что использование такой коррекции может привести к приемлемым результатам даже в пристенных потоках.

На рис. 7, а показаны результаты применения методов коррекции диссипации КЭТ для радиального распределения $\langle \varepsilon^{axi} \rangle$, измеренного PIV-методом для дальней области свободной осесимметричной струи. Как уже отмечалось, диссипация $\langle \varepsilon^{axi} \rangle$ рассчитывалась из полей мгновенной скорости с использованием уравнения (10). На рисунке показаны результаты, полученные как с использованием простейшего способа коррекции путем умножения профиля на постоянную величину из уравнения (5) (т. е. $\langle \varepsilon^{\text{Пао}} \rangle = \langle \varepsilon^{axi} \rangle / f_\varepsilon^{\text{Пао}}$, предполагая постоянное значение Δ/η по сечению), так и локальными методами, основанными на использовании турбулентной вязкости, аналогично LES-подходу. Можно видеть, что для $\Delta/\eta = 34$ в случае умножения на константу величина диссипации слегка переоценена в области $0,1 < r/d < 0,2$ по сравнению с остаточным членом (который для $r/d > 0,05$ можно считать равным диссипации, см. данные ВВ). Это является следствием того, что такой подход не учитывает неравномерный эффект недооценки диссипации по пространству, вызванный изменением величины Колмогоровского масштаба и локального числа Рейнольдса поперек струи. В случае коррекции, основанной на стандартной модели турбулентной вязкости (т. е.

$\langle \varepsilon^{\text{Лилли}} \rangle = v_\tau \langle \varepsilon^{\text{axi}} \rangle / v$, коррекция данных для $\Delta/\eta = 34$ не приводит к такой переоценке, и результат очень близок к остаточному члену уравнения баланса. Однако стандартная модель существенно переоценивает величину диссипации в случае самого большого пространственного разрешения $\Delta/\eta = 9,1$, так как доля не разрешаемой диссипации уже мала. Применение модифицированной модели турбулентной вязкости v_τ^{MS} из работы [8] приводит к одинаковым результатам для всех пространственных разрешений, поэтому показан только случай $\Delta/\eta = 9,1$. Этот профиль был использован далее как соответствующий диссипации КЭТ. После вычета его из остаточного члена уравнения баланса определена величина диффузии КЭТ под действием флуктуаций давления. Таким образом, были оценены все члены баланса, и их нормированные профили показаны на рис. 7, б в сравнении с данными измерений PL и численного расчета ВВ для автомобильной области свободной струи. Данные, измеренные НК, не показаны, так как они очень близки к PL. Как и ожидалось, для исследуемой свободной струи при сравнительно большом числе Рейнольдса перенос КЭТ за счет вязкой диффузии оказался пренебрежимо малым по отношению к остальным членам и поэтому не показан. Сравнение результатов, полученных в данной работе, с результатами других авторов показывает, что пространственные распределения членов баланса очень близки по форме. Некоторое отличие в абсолютной величине может быть объяснено особенностями условий экспериментов и расчетов: различные расстояния от среза сопла, число Рейнольдса и др.

Заключение

В работе выполнен комплексный анализ влияния пространственного разрешения метода PIV на величину измеряемой диссипации кинетической энергии в турбулентном потоке, обобщающий экспериментальные исследования, представленные в литературе. На базе модельных спектров турбулентных пульсаций, а также с использованием модели турбулентной вязкости, предложены подходы для коррекции величины измеряемой диссипации, т. е. способы учета не разрешаемых методом мелкомасштабных пульсаций. На основе PIV-измерений с раз-

личным оптическим разрешением в дальней области свободной затопленной струи, а также сравнения с результатами других работ показана эффективность разработанных процедур коррекции. Можно сделать вывод, что в случае свободных турбулентных течений использование модифицированной турбулентной вязкости из работы [8] позволяет оценивать величину диссипации, полученную на основе PIV-измерений полей мгновенной скорости с точностью до 20 %.

Список литературы

1. Токарев М. П., Маркович Д. М., Бильский А. В. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычисл. технологии. 2007. Т. 2. С. 1–23.
2. Adrian R. J. Twenty Years of Particle Image Velocimetry // Exp. Fluids. 2005. Vol. 39. P. 159–169.
3. Маркович Д. М., Токарев М. П. Алгоритмы реконструкции трехкомпонентного поля скорости в методе Stereo PIV // Вычисл. методы и программирование. 2008. Т. 9. С. 311–326.
4. Foucaut J. M., Stanislas M. Some Considerations on the Accuracy and Frequency Response of Some Derivative Filters Applied to Particle Image Velocimetry Vector Fields // Meas. Sci. Technol. 2002. Vol. 13. P. 1058–1071.
5. Alekseenko S. V., Bilsky A. V., Dulin V. M. et al. Experimental Study of an Impinging Jet with Different Swirl Rates // Int. J. Heat and Fluid Flow. 2007. Vol. 28. P. 1340–1359.
6. Piirto M., Saarenrinne P., Eloranta H. et al. Measuring Turbulence Energy with PIV in a Backward-Facing Step Flow // Exp. Fluids. 2003. Vol. 35. P. 219–236.
7. Lavoie P., Avallone G., De Gregorio F. et al. Spatial Resolution of PIV for the Measurement of Turbulence // Exp. Fluids. 2007. Vol. 43. P. 39–51.
8. Meyers J., Sagaut P. On the Model Coefficients for the Standard and the Variational Multi-Scale Smagorinsky Model // J. Fluid Mech. 2006. Vol. 569. P. 287–319.
9. Westerweel J., Scarano F. Universal Outlier Detection for PIV Data // Exp. Fluids. 2005. Vol. 39. P. 1096–1100.
10. Alekseenko S., Bilsky A., Dulin V. et al. Non-Intrusive Determination of Turbulent Energy Balance in Free and Confined Jet Flows //

- Proc. 4th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena. Williamsburg, VA, USA, 2005.
11. Tanaka T., Eaton J. K. A Correction Method for Measuring Turbulence Kinetic Energy Dissipation Rate by PIV Validated by Random Oseen Vortices Synthetic Image Test // *Exp. Fluids*. 2007. Vol. 42. P. 893–902.
 12. Zhu Y., Antonia R. A. The Spatial Resolution of Hot-Wire Arrays for the Measurement of Small-Scale Turbulence // *Meas. Sci. Technol.* 1996. Vol. 7. P. 1349–1359.
 13. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967. Ч. 2.
 14. Pao Y.-H. Structure of Turbulent Velocity and Scalar Fields in Large Wave Numbers // *Phys. Fluids*. 1965. Vol. 8. P. 1063–1075.
 15. Pope S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000.
 16. Sheng J., Meng H., Fox R. O. A Large Eddy PIV Method for Turbulence Dissipation Rate Estimation // *Chem. Eng. Sci.* 2000. Vol. 55. P. 4423–4434.
 17. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М.: Наука, 1984.
 18. Илюшин Б. Б., Красинский Д. В. Моделирование динамики турбулентной круглой струи методом крупных вихрей // *Теплофизики и аэромеханика*. 2006. Т. 13. С. 49–61
 19. Bogey C., Bailly C. Computation of the Self-Similarity Region of a Turbulent Round Jet Using Large Eddy Simulation // Proc. 6th International ERCOFTAC Workshop on Direct and Large Eddy Simulation. Poitiers, France, 2005.
 20. Bogey C., Bailly C. Large Eddy Simulations of Round Free Jets Using Explicit Filtering with / without Dynamic Smagorinsky Model // *Int. J. Heat and Fluid Flow*. 2006. Vol. 27. P. 603–610.
 21. Bogey C., Bailly C. Turbulence and Energy Budget in a Self-Preserving Round Jet: Direct Evaluation Using Large Eddy Simulation // *J. Fluid Mech.* 2009. Vol. 627. P. 129–160
 22. Hussein J. H., Capp S. P., George W. K. Velocity Measurements in a High-Reynolds-Number, Momentum-Conserving, Axisymmetric, Turbulent Jet // *J. Fluid Mech.* 1994. Vol. 258. P. 31–75.
 23. Ninomiya N., Kasagi N. Turbulence Statistics in the Self-Preserving Region of an Axisymmetric Free Jet // *Trans. B (JSME)*. 1993. Vol. 59. P. 1532–1538.
 24. Ninomiya N., Kasagi N. Budgets of the Reynolds Stresses in an Axisymmetric Free Jet // *Trans. B (JSME)*. 1994. Vol. 60. P. 388–394.
 25. Panchapakesan N. R., Lumley J. L. Turbulence Measurements in Axisymmetric Jets of Air and Helium. Pt. 1: Air Jet // *J. Fluid Mech.* 1993. Vol. 246. P. 197–223.
 26. Weisgraber T. H., Liepmann D. Turbulent Structure during Transition to Self-Similarity in a Round Jet // *Exp. Fluids*. 1998. Vol. 24. P. 210–224.
 27. Lipari G., Stansby P. K. Review of Experimental Data on Incompressible Turbulent Round Jets // *Flow Turb. Combust.* 2011. Vol. 87. P. 79–114.
 28. Xu G., Antonia R. Effect of Different Initial Conditions on a Turbulent Round Free Jet // *Exp. Fluids*. 2002. Vol. 33. P. 677–683
 29. Wygnanski I., Fiedler H. Some Measurements in the Self-Preserving Jet // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 38. P. 577–612

Материал поступил в редколлегию 12.09.2011

V. M. Dulin, Yu. S. Kozorezov, D. M. Markovich

EVALUATION OF TURBULENT KINETIC ENERGY DISSIPATION RATE IN A FREE JET FLOW FROM PIV MEASUREMENTS

The present paper reports PIV (Particle Image Velocimetry) measurements of turbulent velocity fluctuations statistics in development region of an axisymmetric free jet ($Re = 28\,000$). To minimize measurement uncertainty, adaptive calibration, image processing and data post-processing algorithms were utilized. On the basis of theoretical analysis and direct measurements, the paper discusses effect of PIV spatial resolution on measured statistical characteristics of turbulent fluctuations. Underestimation of the second-order moments of velocity derivatives and of the turbulent kinetic energy dissipation rate due to a finite size of PIV interrogation area and finite thickness of laser sheet was analyzed from model spectra of turbulent velocity fluctuations. The results are in a good agreement with the measured experimental data. The paper also describes performance of possible ways to account for unresolved small-scale velocity fluctuations in PIV measurements of the dissipation rate. In particular, a turbulent viscosity model can be efficiently used to account for the unresolved pulsations in a free turbulent flow.

Keywords: axisymmetric jet, energy budget, energy balance, dissipation, particle image velocimetry, spatial resolution.