

**Е. С. Гришняев, А. Д. Долгов, С. В. Полосаткин**

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН  
пр. Акад. Лаврентьева, 11, 630090, Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 360090, Россия

E-mail: grishnjaev@mail.ru

### **ПРОГРАММА ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ В КРИОГЕННОМ ДЕТЕКТОРЕ СЛАБОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ\***

Описан код Scattronix, предназначенный для моделирования спектров ядер отдачи аргона в криогенном лавинном детекторе темной материи при калибровке моноэнергетическим потоком нейтронов. Код Scattronix является программой для прямого моделирования методом Монте-Карло движения быстрых нейтронов в активной среде детектора. Особенность решаемой задачи (редкие столкновения, доминирование процесса упругого рассеяния) позволяет существенно упростить код и увеличить его производительность по сравнению с универсальными кодами для моделирования взаимодействия нейтронов с веществом. В статье кратко изложены физические основы рассеяния нейтронов на ядрах  $^{40}\text{Ar}$ , описан использованный в коде алгоритм, приведен пример расчета, проведено сравнение с аналитической оценкой ширины линий.

*Ключевые слова:* криогенные детекторы темной материи, калибровка, рассеяние нейтронов.

#### **Введение**

В настоящее время широко развивается техника регистрации ядерных излучений с помощью криогенных детекторов ядерных излучений на основе сжиженных благородных газов [1]. В этих детекторах регистрация частиц происходит вследствие их взаимодействия с инертным газом, находящимся в сжиженном состоянии при криогенных температурах, путем регистрации выделяемого тепла, сцинтилляционного свечения или свободных электронов, образующихся при ионизации сжиженного газа. Высокая чувствительность и малый уровень шумов детекторов на основе жидкого аргона позволяют регистрировать с их помощью события с малым выделением энергии, такие

как когерентное рассеяние нейтрино, рассеяние медленных нейтронов и слабозаимодействующих массивных частиц [2].

Процессы рассеяния приводят к образованию в детекторе ядра отдачи, которое при торможении ионизирует атомы аргона и вызывает отклик регистрирующих систем детектора. Для определения импульса регистрируемых частиц необходимо проведение калибровки детектора, т. е. определение коэффициента пропорциональности между энергией ядра отдачи и амплитудой сигнала детектора. Такая калибровка может быть выполнена с помощью измерения амплитудного спектра ядер отдачи, возникающих при рассеянии моноэнергетических нейтронов на ядрах рабочего газа криогенного детектора [3]. Суть этого метода состоит

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ и Сибирского отделения РАН, правительства РФ в рамках гранта 11.G34.31.0047, а также РФФИ в рамках гранта 12-02-31503 мол\_а.

в следующем. В детектор подается узконаправленный поток моноэнергетичных нейтронов. Нейтроны, упруго рассеянные на определенный угол, регистрируются дополнительным детектором рассеянных нейтронов; события упругого рассеяния выделяются схемой совпадений по синхронному срабатыванию криогенного детектора и детектора рассеянных нейтронов. Энергия ядра отдачи однозначно определяется начальной энергией нейтрона и углом рассеяния и может быть найдена из законов сохранения энергии и импульса. В качестве источника моноэнергетических нейтронов, как правило, применяются генераторы нейтронов, использующие ядерную реакцию  $D(D,n)^3\text{He}$ , в которой рождается нейтрон с энергией 2,45 МэВ.

Точность калибровки описанным методом в значительной степени определяется «геометрической» погрешностью, связанной с конечными размерами чувствительной области криогенного детектора и детектора рассеянных нейтронов. При этом снижение погрешности калибровки за счет уменьшения размеров детекторов и увеличения расстояния между ними приводит к резкому снижению скорости набора статистики, поэтому планирование экспериментов по калибровке криогенных детекторов требует оптимизации размеров и расположения детекторов. Для проведения такой оптимизации разработан код Scattronix, представляющий собой программу для статистического моделирования рассеяния и регистрации нейтронов в экспериментах по калибровке криогенных детекторов слабозадействующих частиц.

Существует несколько универсальных программ для статистического моделирования прохождения нейтронов через вещество, самыми известными из которых являются MCNP [4], GEANT4 [5] и FLUKA [6]. Эти программы в принципе могут быть использованы для моделирования интересующих процессов, однако они, с одной стороны, обладают избыточной сложностью, а с другой – требуют разработки дополнительных модулей для определения спектра ядер отдачи, необходимого для анализа и планирования экспериментов. В связи с этим авторами было принято решение разработать специализированный код для статистического моделирования экспериментов по калибровке криогенных детекторов слабо-

взаимодействующих частиц. Специализация кода дает возможность использовать несколько предположений, позволяющих существенно упростить код и увеличить его производительность. Во-первых, при прохождении быстрых нейтронов через вещество доминирующим процессом является упругое рассеяние, все остальные процессы имеют существенно меньшие сечения. В связи с этим в описываемом коде учитываются только процессы упругого и неупругого рассеяния на ядрах аргона, как имеющие наибольшие сечения и представляющие интерес с точки зрения калибровки криогенного детектора.

Во-вторых, размеры чувствительной области криогенного детектора существенно меньше длины свободного пробега нейтрона, что позволяет пренебречь событиями многократного рассеяния. Это упрощение дает возможность рассматривать в моделировании только нейтроны, рассеявшиеся в криогенном детекторе и попавшие в детектор рассеянных нейтронов, аналитически введя вероятности вылета первичного и рассеянного нейтрона в заданном направлении и вероятность рассеяния нейтрона при прохождении через криогенный детектор. Таким образом достигается высокая производительность кода, что позволяет проводить расчеты на персональных компьютерах среднего класса при приемлемом (несколько минут) времени расчета для выбранной конфигурации.

### **Физика рассеяния быстрых нейтронов на ядрах $^{40}\text{Ar}$**

Для проведения калибровки детектора слабозадействующих частиц (WIMP-детектора) предлагается использовать ускорительный генератор нейтронов, в котором нейтроны образуются при столкновении ядер дейтерия в реакции  $D(d,n)^3\text{He}$ . Энергия образующихся в этой реакции нейтронов составляет 2,45 МэВ. Основным процессом взаимодействия таких нейтронов с веществом является упругое рассеяние. Полное сечение упругого рассеяния на ядрах аргона  $^{40}\text{Ar}$  составляет 2,53 бн [7], что определяет характерную длину пробега нейтрона в жидком аргоне, составляющую 20 см. Эта величина превышает характерные размеры WIMP-детектора (5 см), что позволяет пренебречь эффектами ослабления нейтронного

потока в детекторе и процессами многократного рассеяния.

Еще одним процессом, представляющим интерес для калибровки WIMP-детектора, является неупругое рассеяние, т. е. столкновение, приводящее к возбуждению ядра аргона и последующему высвечиванию гамма-кванта  $^{40}\text{Ar}(n,n')^{40}\text{Ar} + \gamma$ . Энергия первого возбужденного уровня ядра  $^{40}\text{Ar}$  равна 1,46 МэВ, полное сечение неупругого рассеяния с возбуждением первого уровня составляет 0,56 бн. Рождающийся в этой реакции гамма-квант имеет энергию 1,46 МэВ и близкое к изотропному распределение по углам вылета. Дифференциальные сечения упругого и неупругого рассеяния приведены на рис. 1 [7].

Для упругого рассеяния энергия ядра отдачи зависит от угла рассеяния:

$$E_{\text{rec}} = \frac{2m_n M}{(m_n + M)^2} E_0 (1 - \cos \tilde{\theta}_{sc}), \quad (1)$$

где  $E_0$  – энергия налетающего нейтрона 2,45 МэВ;  $m_n$  – масса нейтрона;  $M$  – масса ядра  $^{40}\text{Ar}$ ;  $\tilde{\theta}_{sc}$  – угол рассеяния нейтрона в системе центра инерции (СЦИ) ядра и нейтрона.

При неупругом рассеянии энергия возбужденного ядра отдачи равна

$$E_{\text{rec}} = \frac{m_n M}{(m_n + M)^2} \left( 2E_0 - \varepsilon - \frac{m}{M} \varepsilon \right) - \frac{2m_n M}{(m_n + M)^2} \sqrt{E_0 \left( E_0 - \varepsilon - \frac{m}{M} \varepsilon \right)} \cdot \cos \tilde{\theta}_{sc}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – энергия возбужденного уровня.

В экспериментальной практике удобно оперировать углом рассеяния нейтрона в лабораторной системе отсчета (ЛСО)  $\theta_{sc}$  (рис. 2), поскольку дифференциальное сечение задано в зависимости от угла рассеяния в ЛСО.

Углы  $\tilde{\theta}_{sc}$  и  $\theta_{sc}$  связаны соотношением:

$$\tilde{\theta}_{sc} = \theta_{sc} + \arcsin \left( \frac{v_c}{v'_n} \sin \theta_{sc} \right),$$

где

$$v_c = \frac{\sqrt{2mE_0}}{m + M} - \text{скорость центра масс ядра и нейтрона,}$$

$$v'_n = \frac{M}{m + M} \sqrt{2 \left( \frac{E_0}{m} - \frac{M + m}{M} \frac{\varepsilon}{m} \right)} - \text{ско-$$

рость нейтрона после рассеяния в СЦИ.

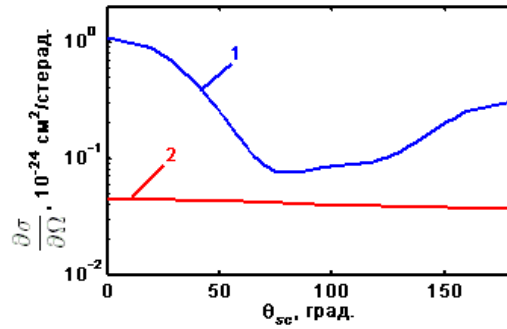


Рис. 1. Дифференциальное сечение рассеяния нейтрона на ядре  $^{40}\text{Ar}$ : 1 – упругое рассеяние, 2 – неупругое через уровень 1,46 МэВ

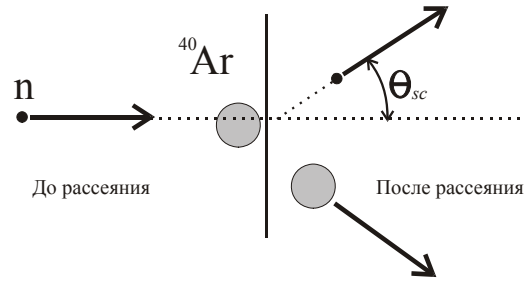


Рис. 2. Рассеяние нейтрона на ядре  $^{40}\text{Ar}$

При упругом рассеянии энергия ядра отдачи однозначно связана с начальной энергией нейтрона и углом рассеяния, что определяет возможность использования этого процесса для калибровки криогенного детектора. Располагая детектор рассеянных нейтронов под заданным углом к направлению движения исходного нейтрона, можно с помощью схемы совпадений выделить события, соответствующие рождению в криогенном детекторе ядра отдачи с известной энергией.

Зависимости энергии ядер отдачи от угла рассеяния для упругого рассеяния и неупругого рассеяния через первый возбужденный уровень (1,46 МэВ) показаны на рис. 3. Интересно отметить, что при неупругом рассеянии на малый угол энергия ядер отдачи стремится к постоянному значению (8,25 кэВ), причем зависимость энергии ядра отдачи от угла рассеяния имеет квадратичный характер, т. е. энергия ядер отдачи слабо зависит от угла рассеяния. Это свойство неупругого рассеяния может быть использовано для калибровки WIMP-детектора при энергии ядер отдачи 8,25 кэВ.

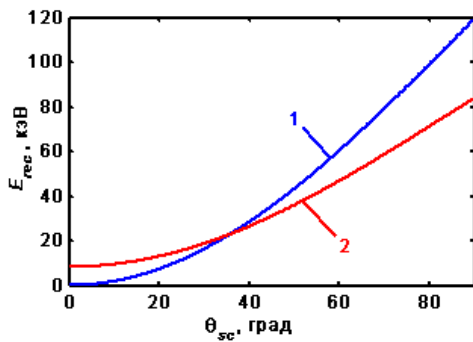


Рис. 3. Зависимость энергии ядра отдачи от угла рассеяния нейтрона на ядре  $^{40}\text{Ar}$ : 1 – упругое рассеяние; 2 – неупругое рассеяние через первый возбужденный уровень (1,46 МэВ)

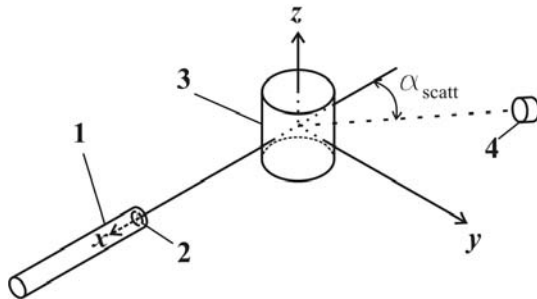


Рис. 4. Геометрия моделируемого эксперимента: 1 – генератор нейтронов; 2 – мишень генератора; 3 – чувствительный объем детектора WIMP; 4 – чувствительный объем детектора рассеянных нейтронов;  $\alpha_{\text{scatt}}$  – азимут детектора рассеянных нейтронов

Возбужденное ядро за время  $10^{-12}$  с [8] испускает гамма-квант с энергией  $\varepsilon$ , переходя в основное состояние, при этом ядро получает дополнительный импульс  $\varepsilon/c$  в направлении, противоположном направлению вылета гамма-кванта. В связи с этим при неупругом рассеянии нет однозначной связи между энергией ядра отдачи и углом рассеяния нейтрона.

### Структура кода Scattronix

Для моделирования экспериментов по калибровке детекторов слабо взаимодействующих частиц авторами разработана программа Scattronix. Программа написана на языке программирования среды Matlab 2010 и состоит из двух частей. Первая по порядку исполнения часть – это инициализация входных параметров эксперимента, вторая – цикл с количеством проходов, равным ко-

личеству рассматриваемых событий, заключающихся в рождении и последующем рассеянии нейтронов.

Геометрия моделируемого эксперимента показана на рис. 4. Все необходимые размеры и геометрия детекторов задаются в качестве входных параметров программы и могут быть изменены для моделирования интересующей конфигурации.

Параметры каждого события задаются с помощью восьми случайных значений: двумерных координат точки рождения нейтрона на мишени ( $r_t, \varphi_t$ ), сферических углов вылета нейтрона из мишени ( $\theta_{s1}, \varphi_{s1}$ ), сферических углов вылета рассеянного нейтрона из WIMP-детектора ( $\theta_{s2}, \varphi_{s2}$ ), отсчитываемых относительно направления движения нейтрона до рассеяния, и одной из координатных осей, в которых задается конфигурация эксперимента, длин пробега нейтрона в WIMP-детекторе ( $l_1$ ) и детекторе рассеянных частиц ( $l_2$ ). При моделировании неупругого рассеяния дополнительно вводится девятая случайная величина – угол вылета гамма-кванта по отношению к направлению рассеяния нейтрона ( $\psi$ ). Распределения случайных величин ( $r_t, \varphi_t$ ) задаются в соответствии с ожидаемой плотностью тока ионного пучка на мишени нейтронной трубки. Диапазоны изменения сферических углов  $\theta_{s1}, \varphi_{s1}, \theta_{s2}, \varphi_{s2}$  выбираются таким образом, чтобы гарантированно перекрывать все возможные траектории, проходящие через нейтроногенерирующую мишень и WIMP-детектор (для параметров  $\theta_{s1}, \varphi_{s1}$ ) или через WIMP-детектор и детектор рассеянных частиц (для параметров  $\theta_{s2}, \varphi_{s2}$ ). Параметры  $l_1, l_2$  имеют распределение

$$f_{1,2}(x) = \chi_{\text{Ar,St}}^{-1} \left( 1 - \exp\left(-\frac{L_{1,2}}{\chi_{\text{Ar,St}}}\right) \right)^{-1} \exp\left(-\frac{x}{\chi_{\text{Ar,St}}}\right),$$

$$x \in [0, L_{1,2}]$$

где  $L_{1,2}$  – максимальная длина траектории нейтрона в WIMP-детекторе и детекторе рассеянных нейтронов,  $\chi_{\text{Ar,St}}$  – длина свободного пробега нейтрона в жидком аргоне и стильбене.

Параметр  $\psi$  имеет распределение

$$f_{\psi}(\psi) = \frac{\sin \psi}{2}, \quad \psi \in [0, \pi],$$

соответствующее равномерному по телесному углу распределению направлений вылета гамма-квантов.

В программе реализован следующий алгоритм.

Для каждого события по случайным величинам  $(r_i, \varphi_i)$  и  $(\theta_{s1}, \varphi_{s1})$  вычисляется длина участка этой траектории, проходящего через WIMP-детектор. Для этого используется специальная подпрограмма – детектор пересечений, реализующая формализм аналитической геометрии для установления координат пересечения полупрямой (траектории нейтрона) с произвольно ориентированным цилиндром.

Если обнаружено, что траектория нейтрона не пересекает WIMP-детектор, данное событие исключается из дальнейшего рассмотрения. В противном случае по случайным величинам  $(r_i, \varphi_i)$ ,  $(\theta_{s1}, \varphi_{s1})$  и  $(l_1)$  вычисляется координата точки рассеяния нейтрона.

Затем аналогичная операция проводится для пересечения траектории рассеянного нейтрона с детектором рассеянных нейтронов. Для каждого из отобранных в результате этих операций событий по известному углу рассеяния нейтрона  $\theta_{s2}$  определяется энергия ядра отдачи  $W$ . Для этого при моделировании процессов упругого и неупругого рассеяния используются формулы (1) и (2). При этом для неупругого рассеяния по значению параметра  $\psi$  вычисляется эмиссионная добавка

$$\Delta E_{\text{rec}} = \frac{(\varepsilon / c)^2 - 2 \cdot \varepsilon / c \sqrt{2ME_{\text{rec}}} \cdot \cos \psi}{2M},$$

где  $c$  – скорость света.

Последним этапом является нормировка вероятности рассматриваемого события. Для увеличения скорости счета в приведенном выше алгоритме ограничены телесные углы вылета и рассеяния нейтронов, а вероятность рассеяния нейтрона в детекторах искусственно увеличена до единицы. Кроме того, для корректного моделирования необходимо учесть зависимость дифференциального сечения рассеяния нейтрона от угла рассеяния (см. рис. 1). Для учета этих факторов рассматриваемому событию присваивается вероятность

$$P_i(W_i) = P'_1 P'_2 P'_3 P'_4 P'_5,$$

где

$$P'_1 = \frac{\sin(\Delta\theta_{s1} / 2) \Delta\varphi_{s1}}{2\pi} - \text{вероятность вылета нейтрона из мишени в выделенном направлении};$$

$$P'_2 = 1 - \exp\left(-\frac{L_1}{\chi_{\text{Ar}}}\right) - \text{вероятность рассеяния нейтрона в аргоне};$$

$$P'_3 = \frac{\Delta\varphi_{s2}}{2\pi} - \text{вероятность рассеяния нейтрона в интервал углов } \varphi_{s2}, \text{ равный } \Delta\varphi_{s2};$$

$$P'_4 = F\left(\theta_{s2} + \frac{\Delta\theta_{s2}}{2}\right) - F\left(\theta_{s2} - \frac{\Delta\theta_{s2}}{2}\right) - \text{вероятность рассеяния нейтрона в заданный интервал плоского угла рассеяния};$$

$$F(\theta) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\theta \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} \sin\tilde{\theta} d\tilde{\theta} d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} \sin\tilde{\theta} d\tilde{\theta} d\varphi} = \frac{\int_0^\theta \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} \sin\tilde{\theta} d\tilde{\theta}}{\int_0^\pi \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} \sin\tilde{\theta} d\tilde{\theta}} -$$

интегральная функция вероятности рассеяния нейтрона на углы в интервале  $[0; \pi]$ ;

$\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}$  – дифференциальное сечение рассеяния нейтронов на ядрах  $^{40}\text{Ar}$  [7].

$$P'_5 = 1 - \exp\left(-\frac{L_2}{\chi_{\text{St}}}\right) - \text{вероятность рассеяния нейтрона в стибьене}.$$

Результатом работы программы является расчетный энергетический спектр ядер отдачи, который должен регистрироваться в моделируемом эксперименте. Этот спектр может быть выражен следующим образом:

$$S(W) \Delta W = \sum P_i(W < W_i < W + \Delta W) \cdot \frac{\Phi \cdot t}{N_{\text{calc}}},$$

где  $N_{\text{calc}}$  – полное число событий в численном моделировании,  $\Phi$  – нейтронный выход генератора нейтронов,  $t$  – время набора статистики в эксперименте.

### Детектор пересечений

Регистрирующий объем WIMP-детектора и скintиллятор детектора рассеянных нейтронов считаются цилиндрическими. Детектор пересечений устанавливает факт пересечения траектории свободно движущегося нейтрона с цилиндрической поверхностью детектора и определяет координаты точек пересечения в случае попадания нейтрона в детектор.

Цилиндр задается координатами центра первого торца  $\vec{c}_0$ , координатами центра второго торца  $\vec{c}_1$  и радиусом  $r$ . Данные, характеризующие траекторию нейтрона, позволяют записать уравнения прямой, кото-

рая может пересекать цилиндр,  $\vec{p} = \vec{l}_0 + x\vec{\Delta l}$ , где  $\vec{p}$  – произвольная точка, лежащая на прямой,  $\vec{l}_0$  – точка генерации или рассеяния нейтрона,  $\vec{\Delta l}$  – направляющий вектор, нормированный на 1,  $x$  – локальная координата точки  $\vec{p}$  на прямой относительно точки  $\vec{l}_0$ .

Аналогичное уравнение можно записать для оси цилиндра:  $\vec{p} = \vec{c}_0 + t\vec{\Delta c}$ , где  $\vec{\Delta c} = \vec{c}_1 - \vec{c}_0$ .

В точке, где прямая пересекает цилиндрическую поверхность, удовлетворяется условие, что длина нормали, опущенной из точки на прямую на ось цилиндра, равна радиусу цилиндра. В аналитическом представлении это условие распадается на два:

$$|\vec{c}_0 + t\vec{\Delta c} - (\vec{l}_0 + x\vec{\Delta l})| = R \quad - \quad \text{расстояние}$$

равно радиусу цилиндра,

$$\vec{\Delta c} \cdot (\vec{c}_0 + t\vec{\Delta c} - (\vec{l}_0 + x\vec{\Delta l})) = 0 \quad - \quad \text{нормальность}$$

к оси цилиндра. Решение этой системы относительно  $x$  приводит к квадратному уравнению, по дискриминанту которого устанавливается факт пересечения и координаты точек пересечения с бесконечной цилиндрической поверхностью.

Реальный цилиндр ограничен торцами, поэтому необходимо искать пересечения именно с «физическим» участком цилиндрической поверхности. Для этого для каждой точки пересечения вычисляется локаль-

ная координата проекции точки на ось цилиндра по формуле

$$t = \frac{\vec{\Delta c} \cdot \vec{\Delta l} \cdot x - \vec{\Delta c} \cdot (\vec{c}_0 - \vec{l}_0)}{\vec{\Delta c} \cdot \vec{\Delta c}}.$$

Далее по попаданию величин  $t_1$  и  $t_2$  в интервалы  $[-\infty; 0]$ ,  $[0; 1]$  и  $[1; +\infty]$  определяется, каким именно образом прямая пересекает цилиндр, и вычисляются координаты точек пересечения с цилиндром.

Описанный аналитический подход не работает в случае, когда полупрямая параллельна оси цилиндра

$$(\vec{\Delta l} \cdot \vec{\Delta c})^2 = (\vec{\Delta c} \cdot \vec{\Delta c})$$

с учетом того, что  $\vec{\Delta l} \cdot \vec{\Delta l} = 1$ ). В таком случае следует сначала искать точки пересечения с плоскостями торцов, а потом проверять их на выполнение условия  $|\vec{c}_{0,1} - \vec{p}| < R$ .

### Модельные спектры ядер отдачи

Код позволяет моделировать спектры ядер отдачи при произвольном расположении криогенного детектора и детектора рассеянных частиц.

С точки зрения поиска частиц темной материи интересной является область энергетического спектра ядер отдачи ниже 10 кэВ. В этой области энергий перспективным является использование для калибровки процесса неупругого рассеяния. В схеме калибровки по неупругому рассеянию нейтроногенерирующая мишень, WIMP-детектор и детектор рассеянных частиц располагаются на одной прямой. Результаты моделирования такой геометрии показаны на рис. 5. В полученном спектре видны хорошо разделяющиеся пики, соответствующие событиям упругого и неупругого рассеяния.

### Аналитическая оценка ширины спектральных линий

Для проверки корректности работы кода полученные с его помощью результаты сравнивались с аналитической оценкой ширины линий. При калибровке по упругому рассеянию ширина линии определяется углом рассеяния, обусловленным конечными размерами детекторов. Если  $h_1$  и  $h_2$  – горизонтальные размеры WIMP-детектора и детектора рассеянных нейтронов,  $s_1$  и  $s_2$  – вер-

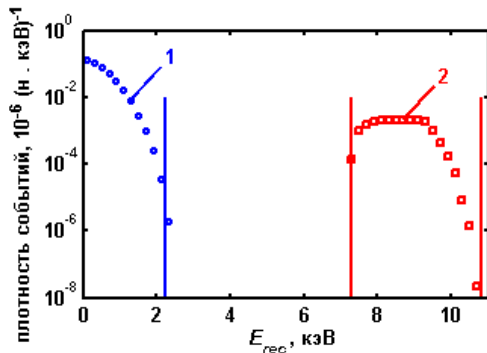


Рис. 5. Спектр ядер отдачи при азимуте детектора нейтронов 0. Расстояние от мишени генератора нейтронов до оси криогенного детектора 50 см, расстояние от оси криогенного детектора до сцинтиллятора детектора рассеянных нейтронов 50 см: 1 – линия упругого рассеяния; 2 – линия неупругого рассеяния. Вертикальные линии – аналитически рассчитанные границы спектральных линий

тикальные размеры,  $L_1$  и  $L_2$  – расстояния от источника нейтронов до WIMP-детектора и от WIMP-детектора до детектора рассеянных нейтронов,  $\alpha_{\text{scatt}}$  – азимут установки детектора нейтронов (см. рис. 4), то погрешность определения угла рассеяния из-за конечных горизонтальных размеров детекторов можно оценить как

$$\Delta\theta_{\text{hor}}(\alpha_{\text{scatt}}) = \frac{h_1}{2L_1} + \frac{h_1 \cos \alpha_{\text{scatt}} + h_2}{2L_2},$$

а погрешность, обусловленную конечными вертикальными размерами  $\Delta\theta_{\text{vert}}(\alpha_{\text{scatt}})$ , – как максимальный положительный корень квадратного уравнения

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{\text{scatt}} \Delta\theta_{\text{vert}} + \frac{1}{2} \cos \alpha_{\text{scatt}} (\Delta\theta_{\text{vert}})^2 = \\ = \frac{s_1}{2L_1} \frac{(s_1 \pm s_2)}{2L_2} + \\ + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{s_1}{2L_1} \right)^2 + \left( \frac{(s_1 \pm s_2)}{2L_2} \right)^2 \right) \cos \alpha_{\text{scatt}}, \end{aligned}$$

при малых углах рассеяния

$$\Delta\theta_{\text{vert}}(0) = \frac{s_1}{2L_1} + \frac{(s_1 + s_2)}{2L_2}.$$

Положительная добавка к углу рассеяния равна

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{\text{geom}}^+(\alpha_{\text{scatt}}) = \Delta\theta_{\text{hor}}(\alpha_{\text{scatt}}) + \\ + \Delta\theta_{\text{vert}}(\alpha_{\text{scatt}} + \Delta\theta_{\text{hor}}(\alpha_{\text{scatt}})). \end{aligned}$$

Добавка к углу рассеяния из-за вертикальной погрешности всегда положительна, поэтому она не входит в формулу для суммарной отрицательной добавки к углу рассеяния:

$$\Delta\theta_{\text{geom}}^-(\alpha_{\text{scatt}}) = \Delta\theta_{\text{hor}}(\alpha_{\text{scatt}}).$$

Погрешность определения энергии ядра отдачи можно оценить по формуле

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{rec}}^{\pm}(\alpha_{\text{scatt}}) = \\ = E_{\text{rec}}(\alpha_{\text{scatt}} \pm \Delta\theta_{\text{geom}}^{\pm}(\alpha_{\text{scatt}})) - E_{\text{rec}}(\alpha_{\text{scatt}}). \end{aligned}$$

При калибровке по неупругому рассеянию возникает дополнительная погрешность из-за эмиссии гамма-кванта под неопределенным углом, описанная выше.

На рис. 5 вертикальными линиями показаны аналитические предсказания ширины линий, которые, как видно, хорошо согла-

суются с результатами статистического моделирования.

## Заключение

Разработан узкоспециализированный код Scattronix для моделирования спектров ядер отдачи при калибровке криогенных лавинных детекторов моноэнергетическими нейтронами. Показано, что ширина смоделированных спектральных линий совпадает с аналитической оценкой.

## Список литературы

1. *Buzulutskov A.* Advances in Cryogenic Avalanche Detectors // J. of Instrumentation. 2012. Vol. 7. C02025.
2. *Mijakowski P.* The Search of Dark Matter with ArDM Detector // Acta Physica Polonica B. 2006. Vol. 37. No 7. P. 2179–2182.
3. *Dan Gastler et al.* Measurement of Scintillation Efficiency for Nuclear Recoils in Liquid Argon // Phys. Rev. 2012. Vol. 85. P. 065811–065816.
4. *Booth T. et al.* MCNP – A General Monte-Carlo N-Particle Transport Code. Version 5. Los Alamos, 2004. Vol. 1: Overview and Theory. LA-UR-03-1987. 416 p.
5. *Amako K. et al.* Geant4 Developments and Applications // IEEE Trans. On Nucl. Sci. 2006 Vol. 53. Iss. 1. P. 270–278
6. *Ballarini F. et al.* Nuclear Models in FLUKA: Present Capabilities, Open Problems and Future Improvements. SLAC-PUB-10813, 2004.
7. *Chadwick M. B. et al.* ENDF/B-VII.0: Next Generation Evaluated Nuclear Data Library for Science and Technology // Nuclear Data Sheets. 2006. Vol. 107. Iss. 12. P. 2931–3060.
8. *Southon J. R., Fifield L. K., Poletti A. R.* Lifetimes of Exited States in  $^{40}\text{Ar}$  // Journal of Physics G: Nuclear Physics. 1976. Vol. 2. No. 2. P. 117–129.

**E. S. Grishnyaev, A. D. Dolgov, S. V. Polosatkin**

**THE COMPUTER PROGRAMM FOR STATISTICAL MODELLING  
OF FAST NEUTRONS SCATTERING IN CRYOGENIC DETECTOR  
OF WEAKLY INTERACTING PARTICLES**

The paper describes «Scattronix» code designed for modeling of recoiling nuclei spectra in cryogenic avalanche dark matter detector being calibrated with monoenergetic flow of neutrons. «Scattronix» is the code for direct Monte-Carlo modeling of fast neutrons movement in the active media of detector. The features of the task being solved (rare collisions, elastic scattering domination) allow significant simplification of code structure and consequent performance improvement in comparison with conventional codes for neutron-media interaction modeling. Physical basics of neutron scattering on  $^{40}\text{Ar}$  nuclei are briefly considered. Algorithm implemented in the code is described. An example of modeled spectra is given and compared with analytical estimation of spectral line width.

*Keywords:* cryogenic dark matter detectors, calibration, neutron scattering.