

С. Г. Федоренко<sup>1</sup>, А. А. Никифоров<sup>2,3</sup>, В. Е. Федоров<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт химической кинетики и горения СО РАН  
ул. Институтская, 3, Новосибирск, 630090, Россия

<sup>2</sup> ЗАО «Ником»  
ул. Терешковой, 33, Новосибирск, 630090, Россия

<sup>3</sup> Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: fedorenk@kinetics.nsc.ru

## КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДВИЖНО-ЦИЛИНДРОВОГО ДВИГАТЕЛЯ ЦИКЛИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Предложена кинематическая модель подвижно-цилиндрового двигателя циклической конструкции. Анализ решения уравнений движения обнаруживает периодические пульсации частоты вращения в системе, что приводит к неравномерному вращению оси коленчатого вала. Амплитуда и фаза пульсаций существенно зависят от геометрических и кинематических параметров модели. Обсуждаются возможные пути оптимизации модели с целью демпфирования амплитуды пульсаций частоты вращения.

*Ключевые слова:* подвижно-цилиндровый двигатель, термоэлектрохимическое окисление, уравнения Лагранжа, пульсация частоты вращения.

### Введение

Поршневой двигатель внутреннего сгорания в настоящее время является самым распространенным тепловым двигателем<sup>1</sup>. В многочисленных модификациях основным принципом его работы является трансформация тепловой энергии рабочего тела в механическую работу поршня, поступательное движение которого преобразуется во вращательное движение коленчатого вала. Принципиальными недостатками всех конструкций таких двигателей является относительно небольшая масса рабочей подвижно-поршневой части, требующей наличия массивного маховика для согласования и передачи усилий на коленчатый вал, трудность охлаждения подвижных поршней, наличие боковых усилий, приводящих к дополнительному износу рабочих элементов,

необходимость уплотнительных колец и смазочной системы.

Недавно одним из авторов настоящей статьи был запатентован новый принцип работы двигателя внутреннего сгорания, свободный от указанных недостатков<sup>2</sup>. Основная идея нового принципа состоит в замене оппозиции «движущийся поршень – неподвижный цилиндр» на противоположную. В новом двигателе (рис. 1) неподвижными являются поршни, а поступательное движение цилиндров преобразуется во вращательное движение коленчатого вала. В кривошипно-шатунном механизме используются только шатуны растяжения, симметрично соединяющие рычаги механизма с цилиндром, поэтому отсутствуют боковые усилия в цилиндро-поршневой группе. Конструкция двигателя является осесимметричной по выделению тепла, что обеспечивает от-

<sup>1</sup> См. <http://en.wikipedia.org>

<sup>2</sup> См.: *Nikiforov A. A. et al.* Patent PCT/RU2012/000436 (2012).

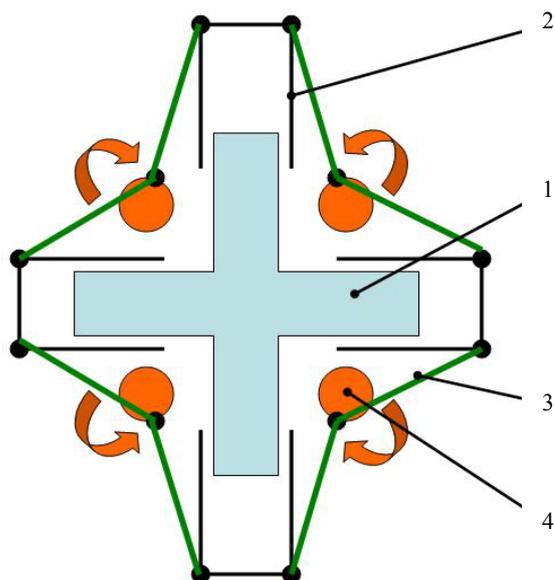


Рис. 1. Схема подвижно-цилиндрического двигателя: 1 – блок неподвижных поршней; 2 – подвижные цилиндры; 3 – шатуны; 4 – коленчатый вал

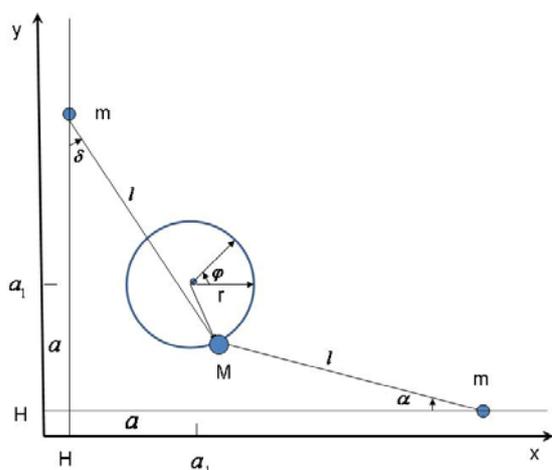


Рис. 2. Схематическое представление рабочего фрагмента подвижно-цилиндрического двигателя

сутствие механических напряжений в процессе разогрева двигателя. Неподвижность поршня создает возможность создания эффективной системы охлаждения, контролирующей его размеры, что позволяет отказаться от использования компрессионных колец. Дополнительно мы используем технологию термоэлектрохимического оксидирования (ТЕХ оксидирования)<sup>3</sup> для

покрытия рабочей поверхности поршня, цилиндра и всех трущихся частей, что позволяет отказаться от системы смазки двигателя. Кроме того, керамическое покрытие обладает повышенными теплоизоляционными свойствами, позволяющими организовать компрессионное воспламенение топливной смеси.

В настоящей работе исследуются кинематические характеристики предложенной конструкции подвижно-цилиндрического двигателя.

### Кинематическая модель

Симметрия конструкции двигателя позволяет ограничиться рассмотрением только одной четверти двигателя, изображенного на рис. 1. Схема рабочего элемента двигателя, составляющая основу кинематической модели, изображена на рис. 2. Три массы (два «цилиндра»  $m$  и маховик  $M$ ) скреплены «шатунами» – невесомыми стержнями длиной  $l$ . Маховик совершает вращательное движение по окружности с радиусом  $r$ , «цилиндры» – возвратно поступательное движение без трения по осям  $x$  и  $y$ , которое геометрия системы посредством простых соотношений однозначно связывает с координатой вращательной компоненты – углом поворота маховика  $\varphi$ .

Декартовы координаты маховика, в соответствии с рисунком, имеют вид

$$X = a_1 + r \cos \varphi, \quad Y = a_1 + r \sin \varphi, \quad (1)$$

где  $a_1 = a + H$ . Координаты цилиндров, движущихся по оси  $x$  и  $y$  перпендикулярно друг другу, равны

$$\begin{aligned} x &= a_1 + r \cos \varphi + l \cos \alpha, \\ y &= a_1 + r \sin \varphi + l \cos \delta. \end{aligned} \quad (2)$$

Углы наклона стержней ( $\alpha$  и  $\delta$ ) к декартовым осям связаны с углом поворота маховика  $\varphi$  посредством соотношений

$$\begin{aligned} a + r \sin \varphi &= l \sin \alpha, \\ a + r \cos \varphi &= l \sin \delta. \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 3 изображены зависимость функций  $x(\varphi)$ ,  $y(\varphi)$ ,  $X(\varphi)$ ,  $Y(\varphi)$  в интервале изменения  $-2\pi < \varphi < 2\pi$ , а также функция

$$\psi(\varphi) = \partial x(\varphi) / \partial \varphi = \sin \varphi + \cos \varphi \operatorname{tg} \alpha,$$

нули которой определяют значения  $\varphi$ , при которых координата  $x$  принимает макси-

<sup>3</sup> Никифоров А. А. Патент на изобретение № 2389830. URL: <http://www.fips.ru/cdfi/fips.dll/en?ty=29&docid=2389830>

мальные и минимальные значения, и соответствующая функция для координаты  $y$ :

$$\eta(\varphi) = \partial y(\varphi) / \partial \varphi = \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

Как видно из рис. 3, экстремумы функций  $x(\varphi)$  и  $y(\varphi)$  не совпадают, что является существенной особенностью данной модели.

Кинетическая энергия механической системы, изображенной на рис. 2, в отсутствие трения сохраняется. В декартовых координатах она равна

$$E = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{M}{2}(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2).$$

Дифференцируя (1) и (2) и используя соотношение между углами (3), после преобразований легко получить выражение для кинетической энергии через координаты вращения:

$$E = (m + M) \frac{r^2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{mr^2 \dot{\varphi}^2}{2} f(\varphi), \quad (4)$$

где

$$f(\varphi) = 2 \sin \varphi \cos \varphi (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta) + (\cos \varphi \operatorname{tg} \alpha)^2 + (\sin \varphi \operatorname{tg} \delta)^2, \quad (5)$$

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{a}{l} + \frac{r}{l} \sin \varphi \right),$$

$$\delta = \arcsin \left( \frac{a}{l} + \frac{r}{l} \cos \varphi \right),$$

Первое слагаемое в (4)

$$E_{\text{rot}} = (m + M) r^2 \dot{\varphi}^2 / 2$$

есть кинетическая энергия вращения по окружности с радиусом  $r$  эффективной суммарной массы  $M + m$  (от каждого «цилиндра» к маховику присоединяется по половине массы) как целого. Второе связано с поступательным движением цилиндров и перекачкой кинетической энергии между  $x$  и  $y$  степенями свободы через вращательную компоненту.

На рис. 4 изображена функция  $E / E_{\text{rot}}$  в зависимости от угла поворота  $\varphi$ :

$$\frac{E}{E_{\text{rot}}} = 1 + \frac{f(\varphi)}{1 + M/m}.$$

Функции  $\psi(\varphi)$  и  $\eta(\varphi)$  изображены для привязки к реперным точкам движения цилиндров. Корни уравнения  $\psi(\varphi) = 0$  и  $\eta(\varphi) = 0$  дают значения  $\varphi$ , при которых координаты  $x$  и  $y$  цилиндров принимают минимальные и максимальные значения. Видно, что минимумы функции  $E / E_{\text{rot}}$  лежат

между нулями функций  $\eta(\varphi)$  и  $\psi(\varphi)$ , т. е. между экстремумами  $y(\varphi)$  и  $x(\varphi)$ , тогда как максимумы, наоборот, расположены в интервалах максимального разгона цилиндров. Из-за сдвига фазы функций  $x(\varphi)$  и  $y(\varphi)$  (см. рис. 3), прохождение маховиком внешней части окружности характеризуется накоплением большей кинетической энергии

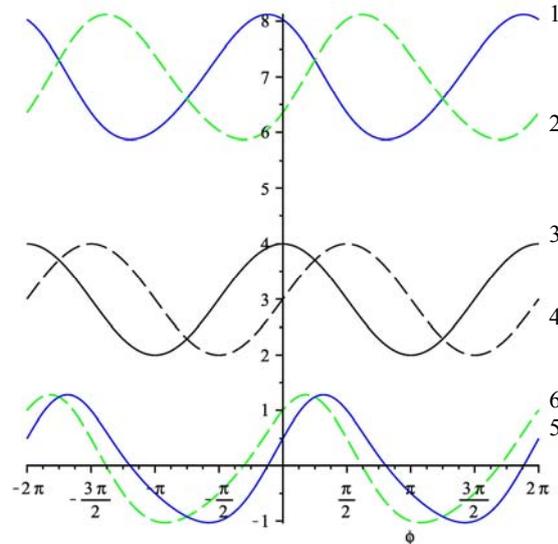


Рис. 3. Функции  $x(\varphi)$ ,  $y(\varphi)$  (соответственно кривые 1 и 2),  $X(\varphi)$ ,  $Y(\varphi)$  (кривые 3 и 4),  $\psi(\varphi)$ ,  $\eta(\varphi)$  (кривые 5 и 6) в интервале изменения угла поворота  $-2\pi < \varphi < 2\pi$ . Параметры:  $H = 1$ ;  $r = 1$ ;  $a = 2$ ;  $l = 4,5$

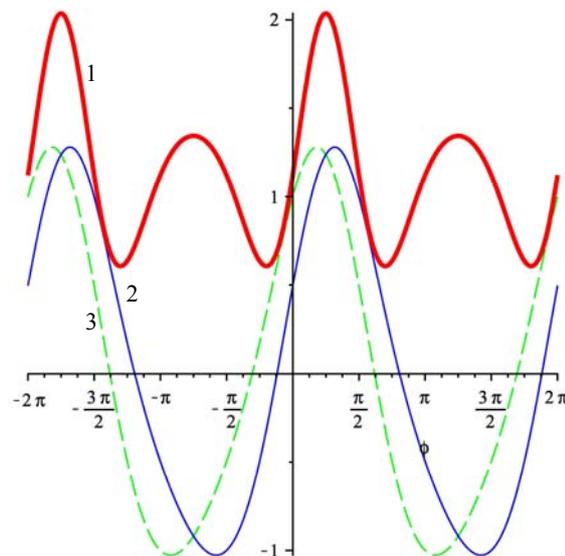


Рис. 4. Функция  $E/E_{\text{rot}}$  (кривая 1) на фоне функций  $\psi(\varphi)$  и  $\eta(\varphi)$  (соответственно кривые 2 и 3). Параметры:  $H = 1$ ;  $r = 1$ ;  $a = 2$ ;  $l = 4,5$ ;  $M/m = 1$

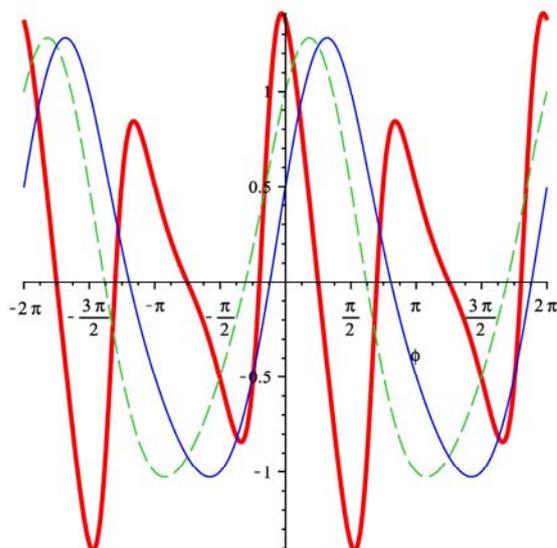


Рис. 5. Функции  $\Phi(\varphi)$  (1),  $\psi(\varphi)$  (2) и  $\eta(\varphi)$  (3). Параметры:  $H = 1$ ;  $r = 1$ ;  $a = 2$ ;  $l = 4,5$ ;  $M/m = 1$

(большой максимум), чем прохождение внутренней части (малый максимум). Фактически это связано с тем, что расстояния между экстремумами на внешней полуокружности меньше, чем на внутренней (функции  $\eta(\varphi)$  и  $\psi(\varphi)$  «приподняты» над осью абсцисс, высокий узкий пик сменяется более широким и низким минимумом), поэтому возвратно-поступательная подсистема сильнее разгоняется именно на внешнем полуобороте.

Таким образом, в системе происходит перекачка энергии между вращательной и возвратно-поступательной подсистемами. Это должно приводить к пульсации частоты вращения – зависимости угловой скорости вращения маховика от угла поворота. Из этого, в частности, следует, что равномерное движение маховика по окружности с постоянной частотой  $\dot{\varphi} = \Omega_0$  не является движением с постоянной кинетической энергией. Для того чтобы маховик вращался с постоянной частотой  $\Omega_0$ , необходимо периодически прикладывать дополнительную силу или по направлению вращения, закачивая, таким образом, энергию в систему, или против направления вращения, откачивая энергию из системы. А именно, вначале оборота, чтобы сохранить угловую скорость вращения постоянной, надо закачивать

энергию, разгоняя цилиндры (вплоть до координаты большого максимума функции  $E/E_{\text{rot}}$ ), и затем, притормаживая, гасить ее до момента полной остановки цилиндров (минимум функции  $E/E_{\text{rot}}$ ). Далее, на внутреннем полуобороте, опять закачивать энергию (до промежуточного максимума), разгоняя цилиндры, и опять тормозить.

### Уравнения движения

Уравнение движения системы можно получить, используя формализм Лагранжа [1]:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \frac{\partial f(\varphi) / \partial \varphi}{1 + M/m + f(\varphi)} = 0. \quad (6)$$

Функции

$$\Phi(\varphi) = \frac{\partial f(\varphi) / \partial \varphi}{1 + M/m + f(\varphi)}$$

совместно с функциями

$$\psi(\varphi) = \sin \varphi + \cos \varphi \operatorname{tg} \alpha$$

и

$$\eta(\varphi) = \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \delta$$

изображены на рис. 5. Как видно из рисунка, нули  $\Phi(\varphi)$  соответствуют экстремумам кинетической энергии системы (см. рис. 4).

Для решения уравнения (6) разделим его на  $\dot{\varphi}$ , после чего легко сообразить, что оно представимо в полных дифференциалах:

$$\frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} + \frac{\Phi(\varphi)}{2} \dot{\varphi} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}} + \frac{\Phi(\varphi)}{2} d\varphi = 0. \quad (7)$$

Интегрируя (7), получаем

$$\ln |\dot{\varphi}| + \frac{1}{2} \int \Phi(\varphi) d\varphi = \ln C_1.$$

Выбирая начальное значение  $\varphi(t=0) = 0$ , получаем решение в виде

$$\int_0^{\varphi} \exp\left(\frac{1}{2} \int_0^y \Phi(x) dx\right) dy - C_1 t = 0. \quad (8)$$

Далее используем еще одно преимущество нашей модели, заключающееся в том, что интеграл в показателе экспоненты берется при произвольных функциях  $f(\varphi)$ :

$$\begin{aligned} \int_0^y \Phi(x) dx &= \int_0^y \frac{\partial f(x) / \partial x}{1 + M/m + f(x)} dx = \\ &= \ln \left| \frac{1 + M/m + f(y)}{1 + M/m + f(0)} \right|. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) и проводя интегрирование, получаем решение уравнения (6) в виде соотношения

$$\int_0^{\varphi} \sqrt{\frac{1+M/m+f(y)}{1+M/m+f(0)}} dy = C_1 t. \quad (10)$$

Константа  $C_1$  может быть найдена из начальных условий на производную.

Действительно, дифференцируя (10), получаем:

$$\dot{\varphi} \sqrt{\frac{1+M/m+f(\varphi)}{1+M/m+f(0)}} = C_1,$$

откуда

$$C_1 = \dot{\varphi}(t=0).$$

Полагая, что в начальный момент маховик имеет постоянную угловую частоту

$$\dot{\varphi}(t=0) = \Omega_0, \quad (11)$$

получаем для зависимости частоты вращения от угла поворота:

$$\dot{\varphi} = \Omega_0 \sqrt{\frac{1+M/m+f(0)}{1+M/m+f(\varphi)}}.$$

Соответственно, подставляя значение  $C_1$  в (10), получаем соотношение для угла поворота:

$$I(\varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{\frac{1+M/m+f(y)}{1+M/m+f(0)}} dy = \Omega_0 t, \quad (12)$$

где функция  $f(y)$  определена в уравнении (5). Значение этой функции в нуле определяется только геометрией модели:

$$f(0) = a^2 / (l^2 - a^2).$$

Соотношение (12) дает решение уравнения движения (6): при любом значении  $t$  можно рассчитать значение угла поворота  $I(\varphi)$  и, таким образом, построить зависимость  $\varphi(t)$ . Из рис. 6 видно, что результирующее вращение является неравномерным. Эта неравномерность определяется характером пульсации частоты вращения и существенно зависит от соотношения геометрических параметров модели. В свою очередь, пульсация частоты обусловливается перекачкой кинетической энергии между вращательной и возвратно-поступательной подсистемами.

На рис. 7 изображена зависимость частоты вращения от угла поворота  $\dot{\varphi}(\varphi)$ . Из сравнения с рис. 4 видно, что минимумы функции  $\dot{\varphi}(\varphi)$  соответствуют максимумам функции  $E/E_{\text{rot}}$ : вращение маховика максимально замедляется в точках максимального разгона цилиндров. И наоборот, максимумы частоты вращения соответствуют минимальной кинетической энергии цилиндров. Эта корреляция обеспечивает посто-

янную суммарной кинетической энергии системы. В отсутствие приложенной силы система расходует кинетическую энергию вращения маховика на разгон цилиндров. Поэтому в начале периода вращения существенно замедляется на внешнем полуобороте (разгон цилиндров – большой мини-

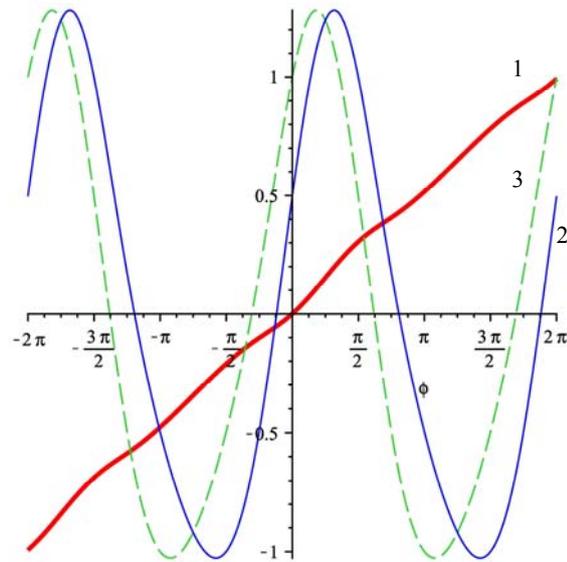


Рис. 6. Функции  $I(\varphi)$  (1) и  $\psi(\varphi)$  (2) и  $\eta(\varphi)$  (3). Параметры те же, что и на рис. 3–5

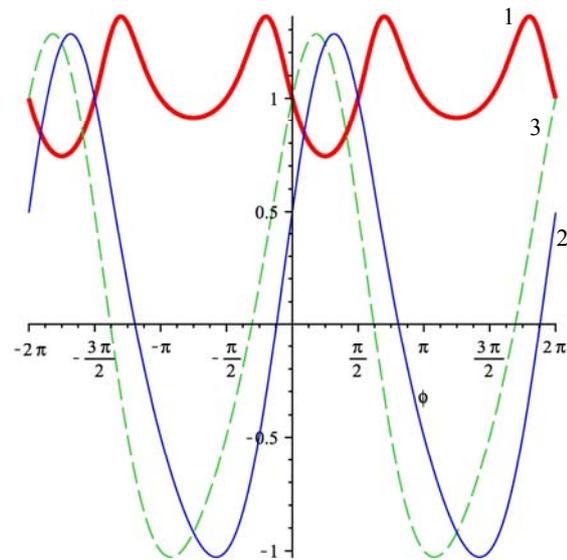


Рис. 7. Зависимость частоты вращения в относительных единицах от угла поворота  $\dot{\varphi}(\varphi)$  (1) при начальных условиях (11) на фоне функций  $\psi(\varphi)$  (2) и  $\eta(\varphi)$  (3). Параметры те же, что и на рис. 3–5

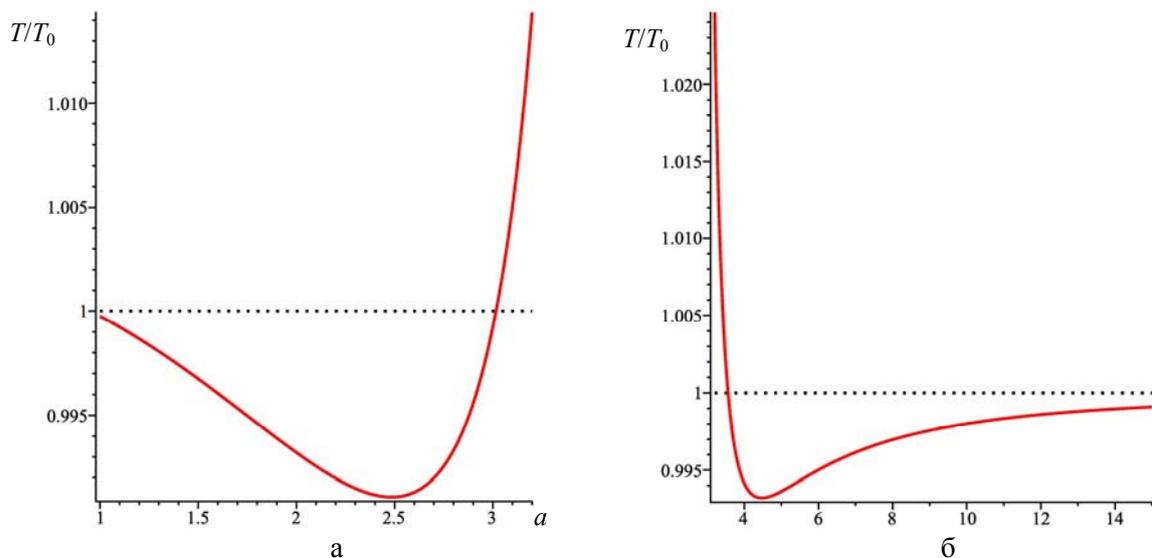


Рис. 8. Зависимость периода вращения маховика  $T/T_0$  (в относительных единицах):

$a$  – от геометрического параметра  $a$  ( $r = 1$ ;  $l = 4,5$ ;  $M/m = 1$ );

$b$  – от длины шатунов растяжения  $l$  ( $r = 1$ ;  $a = 2$ ;  $M/m = 1$ )

мум), затем, по мере замедления цилиндров, маховик опять раскручивается до максимальной скорости, чтобы опять на внутреннем обороте затормозиться, разогнав цилиндры (малый минимум), и опять раскрутиться до максимума.

Рассчитаем период вращения маховика в зависимости от геометрических параметров модели.

$$T = \frac{I(2\pi)}{\Omega_0} = \Omega_0^{-1} \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1 + M/m + f(y)}{1 + M/m + f(0)}} dy. \quad (13)$$

Если бы вращение было бы равномерным, подынтегральное выражение не зависело бы от угла поворота, и период был бы равен  $T_0 = 2\pi/\Omega_0$ . С другой стороны, даже при наличии пульсации частоты интеграл в выражении (13) также может быть равен  $2\pi$ , если при интегрировании компенсируются площади минимумов и максимумов подынтегрального выражения. Если же такая компенсация не происходит, то период будет, либо удлиняться по сравнению с  $T_0$ , либо, наоборот, укорачиваться. В соответствии с этим будет наблюдаться либо замедленное, либо ускоренное вращение по сравнению с равномерным.

Очевидно, что увеличение массы маховика  $M$  демпфирует неравномерность вра-

щения по амплитуде, не влияя на фазу вращения. Поэтому это не оказывает влияние на величину периода  $T$ . Напротив, изменение геометрических параметров системы может влиять не только на амплитуду пульсации, но и на координаты экстремумов частоты вращения. На рис. 8,  $a$  изображена зависимость функции  $T/T_0$  от величины параметра  $a$ , характеризующего удаленность маховика от начала координат. Видно, что в зависимости от величины этого параметра может реализовываться как ускоренное ( $a < 3$ ), так и замедленное ( $a > 3$ ) вращение. Напротив, как следует из рис. 8,  $b$ , при изменении параметра  $l$ , характеризующего длину шатунов растяжения, замедленное вращение будет наблюдаться только при малых значения  $l$ , ускоренное – при промежуточных, а при больших  $l$  период будет стремиться к периоду равномерного  $T_0$ . Сказанное подчеркивает исключительную важность оптимизации геометрических и кинематических параметров двигателя.

## Выводы

Существенным свойством рассчитанной нами кинематической модели подвижно-цилиндрового двигателя является пульсация частоты вращения. Физическая причина пульсации частоты – перекачка кинетической энергии системы между вращательны-

ми и поступательными степенями свободы. Расчеты показывают, что амплитуда и фаза пульсации существенно зависят от геометрических и кинематических параметров модели. Оптимизация системы может приводить к эффективному демпфированию неравномерности вращения, что должно существенно повлиять на износостойчивость и кинематические характеристики реального прототипа нашей модели.

### Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. М.: Наука, 1973. Т. 1: Механика. 207 с.

*Материал поступил в редколлегию 04.10.2012*

**S. G. Fedorenko, A. A. Nikiforov, V. E. Fedorov**

### **KINEMATIC MODEL OF MOBILE-CYLINDER ENGINE OF CYCLIC DESIGN**

A kinematic model of mobile-cylinder engine of cyclic design is suggested. Analysis of motion equation solutions reveals periodic pulsations of rotational frequency in the system which leads to non-uniform rotation of a crank shaft. The amplitude and pulsation phase depend essentially on geometric and kinematic parameters of the model. Possible ways of the model optimization such as to damp the amplitude of rotational frequency pulsations are discussed.

*Keywords:* mobile-cylinder engine, thermoelectrochemical oxidation, Lagrange's equation, pulsation frequency of rotation.