

УДК 537.311.33

Т. Т. Муратов

Ташкентский государственный педагогический  
университет им. Низами  
ул. Юсуф Хос Хожиб, 103, Ташкент, 100070, Узбекистан

E-mail: temur-muratov@yandex.ru

## ФОРМАЛИЗМ «МАГНЕТОСЕЧЕНИЙ» $D^-(A^+)$ -ЦЕНТРОВ ПРИ РЕЗОНАНСНОМ РАССЕЙАНИИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В НЕВЫРОЖДЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Развит новый подход к изучению кинетических эффектов в ковалентных полупроводниках. На примере расчета кинетических коэффициентов при резонансном рассеянии демонстрируются некоторые особенности предлагаемого подхода. Изучается влияние предельно слабого магнитного поля на кинетические эффекты. В отличие от стандартного метода, учитывающего наличие  $H$ -поля в неравновесной функции распределения с последующим получением искомым формул для кинетических коэффициентов, в предлагаемом подходе наличие (влияние) слабого  $H$ -поля фиксируется в качестве локального (виртуального) приращения сечения конкретного рассеяния, в данном случае резонансного. Формальная замена  $\overline{\sigma_{\text{res}}(0)} \rightarrow \overline{\sigma_{\text{eff}}(H)}$  позволяет сравнительно легко проанализировать влияние поля на кинетические эффекты. Показано, что при наличии  $H$ -поля электронная проводимость достигает максимума вблизи 1 К в области полей порядка 100 Э. В процессе расчета выявляется общность результатов при любом механизме рассеяния. Главное требование сводится к тому, чтобы низкотемпературная асимптотика  $\langle I \rangle_{T \rightarrow 0}$  конкретного механизма рассеяния была постоянной.

*Ключевые слова:* кинетические коэффициенты, резонансное рассеяние,  $D^-(A^+)$ -центры, классические слабые и сильные магнитные поля, магнетосечение.

### Введение

Ситуация, когда дискретный уровень мелкой донорской (акцепторной) примеси локализован вблизи дна зоны проводимости (потолка валентной зоны), довольно часто встречается в полупроводниках. Если при этом кинетическая энергия свободного электрона (дырки) весьма близка по величине к энергии такого уровня, то возникает резонансное рассеяние носителей заряда.

В полупроводниках примесный потенциал имеет сложную структуру, состоящую из дальнедействующей кулоновской  $V_{\text{coul}}(\mathbf{r})$  и короткодействующей  $V_0(\mathbf{r})$  частей. Короткодействующая часть потенциала обусловлена разницей химической природы как примесного атома и атома матрицы, так и самих атомов матрицы. Всегда один из атомов будет обладать большим средством

к электрону, вследствие чего электронная пара будет стянута в его сторону. При очень низких температурах (1÷10) К примесь обычно находится в нейтральном состоянии, поэтому именно короткодействующая (полярная) часть потенциала ответственна за химические свойства примесей.

Следует отметить, однако, что, помимо  $V_0(\mathbf{r})$ , радиус действия которой порядка постоянной решетки, потенциал мелкого нейтрального донора характеризуется также второй, более плавной частью

$$V_1(\mathbf{r}) \sim \pm r^{-n} \quad (n > 3)$$

с глубиной порядка боровской энергии мелкого донора  $E_B$  и радиусом действия порядка боровского радиуса

$$r_B = \hbar / \sqrt{2m^* E_B}$$

( $m^*$  – эффективная масса носителя заряда).

Именно  $V_1(\mathbf{r})$  потенциал, природа которого обусловлена поляризационным взаимодействием между нейтральным донором и свободным электроном, приводит к образованию неглубокого уровня (так называемого D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центра), ответственного за резонансное рассеяние.

При низких температурах наличие D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центра можно учесть формальным методом, основанным на приближении *s*-рассеяния [1] (это оправданно, так как длина электронной волны

$$\lambda \sim \hbar / \sqrt{m^* k T} \sim 10^{-6} \text{ см}$$

гораздо больше радиуса ( $r_0 \sim 10^{-8}$  см)  $V_0(\mathbf{r})$  потенциала и условие преобладания *s*-волны  $kr_0 \ll 1$  хорошо соблюдается). В рамках такого подхода удастся рассчитать все основные кинетические коэффициенты в ковалентных полупроводниках [2]. Однако в работе [2] расчеты проведены только для случая резонансного рассеяния, но в то же время электроны взаимодействуют и с акустическими фононами, причем почти упруго, вплоть до очень низких температур ( $T \geq 1$  К) (за исключением сверхчистых монокристаллов алмаза [3]), и поэтому в действительности необходимо рассматривать одновременно два механизма рассеяния. Учет рассеяния носителей на высоковольтных акустических фононах позволил бы корректно осуществлять формальные процедуры получения (в методическом отношении) зависимостей типа  $T^{-p}$  и анализировать влияние слабого магнитного поля (как, впрочем, и других факторов) на параметры резонансного рассеяния, что затруднительно провести на основе результатов работы [2].

В работе [4] показано, насколько существенно могут отличаться при резонансном рассеянии число Лоренца  $L$  и фактор Холла  $\gamma_R$  в сильно вырожденных полупроводниках от универсальных постоянных  $\pi^2/3$  и 1 соответственно. Соответствующие интегралы  $I_n$  определялись численно. В работе [5] в рамках двухзонной модели проведены расчеты концентрационных зависимостей кинетических коэффициентов для PbTe (Na + Te) в диапазоне (100÷300) К. Расчеты  $I_n$  с учетом межзонных переходов рассмотрены в работах [5–7]. В работе [6] для  $I_n$  получены явные аналитические формулы.

Следует также отметить работу [8], где уточняется энергия примесных резонансных состояний с использованием скорректированного фактора Холла.

В [9] отмечается положительная корреляция между переходом в сверхпроводящее состояние и резонансным рассеянием, причем природа положительной корреляции до сих пор не выяснена.

В предлагаемой работе в рамках простой модели изучается влияние резонансного рассеяния на кинетические эффекты в предельно слабом H-поле, и выводятся соответствующие формулы для кинетических коэффициентов.

Для достижения этой цели с помощью вспомогательной процедуры выводятся формулы в первом приближении. На основе качественного анализа полученных формул вскрывается специфика резонансного рассеяния. Наличие поля учитывается во втором приближении, причем по развиваемому подходу автора, посредством замены

$$\overline{\sigma_{\text{res}}}(0) \rightarrow \overline{\sigma_{\text{eff}}}(H)$$

в исходных формулах первого приближения (посредством  $\langle l \rangle \sim 1/\overline{\sigma}$ ).

### Электропроводность и подвижность

При высоких температурах подвижность носителей заряда обусловлена взаимодействием электрона (дырки) проводимости с акустическими колебаниями решетки. Длину свободного пробега электрона в этом случае можно аппроксимировать формулой

$$l_L = A / (kT).$$

Здесь  $A = Wa$  – постоянная определяемая тепловыми флуктуациями решетки, где  $W$  – энергия порядка атомной (или несколько больше),  $a$  – постоянная решетки ( $l_L \gg a$ ). Следует отметить, что  $A$  от кинетической энергии  $E$  электрона не зависит. Полагая  $W = 5$  эВ и  $a = 3 \cdot 10^{-8}$  см, получим  $A = 2,4 \cdot 10^{-19}$  эрг·см.

Длина свободного пробега, связанного с резонансным рассеянием, равна

$$\begin{aligned} l_{\text{res}}(E) &= 1 / (n_a \sigma_{\text{res}}) = 4 / (n_a \sigma_{\text{singlet}}) = \\ &= 2 m^* (E + \varepsilon) / (\pi \hbar^2 n_a) = (E + \varepsilon) / C, \end{aligned}$$

где  $n_a$  – концентрация рассеивающих центров,  $\sigma_{\text{res}}$  – сечение *s*-рассеяния [1],  $\varepsilon$  –

энергия связи  $D^-(A^+)$ -центра (резонансный уровень). Простые расчеты показывают, что  $(E + \varepsilon)$  порядка мэВ [2]. Полагая, к примеру  $n_a = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  ( $C = 0,4 \cdot 10^{-11} \text{ эрг/см}$ ) находим, что  $l_{\text{res}}$  на два порядка превышает  $l_L$  уже при комнатных температурах (см. прилож. 1).

Таким образом, есть основание полагать, что при низких температурах влияние резонансного рассеяния может стать более существенным, чем рассеяние на акустических фононах.

Предполагая независимость обоих механизмов рассеяния, имеем

$$1/l = 1/l_L + 1/l_{\text{res}},$$

$$l(x) = \frac{A}{kT} \cdot \frac{\varepsilon_0 + x}{z + x}, \quad (1)$$

где

$$x = E/kT,$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon/kT,$$

$$z = AC/(kT)^2 + \varepsilon/kT = AC/(kT)^2 + \varepsilon_0.$$

Удельная электропроводность в случае, когда носители подчиняются классической статистике<sup>1</sup> (невырожденный газ невзаимодействующих между собой электронов), равна

$$\sigma = \frac{4ne^2}{3\sqrt{2}\pi m^* kT_0} \int_0^\infty l(x) e^{-x} x dx, \quad (2)$$

где  $n$  – концентрация носителей в зоне проводимости:  $n \sim (10^{10} \div 10^{12}) \text{ см}^{-3}$ .

Взяв квадратуру с учетом (1), находим

$$\sigma = \frac{4ne^2}{3\sqrt{2}\pi m^* (kT)^{3/2}} \left\{ 1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z) \right\}, \quad (3)$$

где

$$L(z) = 1 - z e^z [-Ei(-z)],$$

$$Ei(-z) = -\int_z^\infty (e^{-t}/t) dt.$$

Пользуясь разложением в ряд и асимптотическим выражением для  $Ei(-z)$ , можно показать, что [10]

$$L(z) \approx 1/z - 2/z^2 + \dots \quad (z \gg 1), \quad (4)$$

$$L(z) \approx 1 + z \ln z + \dots \quad (z \ll 1). \quad (5)$$

<sup>1</sup> Применимость классической статистики при преобладании  $s$ -приближения при низких температурах ( $T < 10 \text{ К}$ ) оправдано тем, что тепловое размытие  $D^-(A^+)$ -центров примерно на порядок и два меньше среднего расстояния между уровнями мелкого донора.

Для того чтобы исследовать поведение проводимости  $\sigma$  и подвижности  $\mu_d = \sigma/en$  при различных температурах, необходимо, строго говоря, учесть зависимость числа нейтральных атомов примеси от температуры. Если быть последовательным, то при этом надо было бы учитывать рассеяние на  $N_1$  ионах примеси. Однако в большинстве полупроводников (кроме, может быть, Ge [2]) энергия диссоциации доноров такова, что число ионов примеси при низких температурах столь мало, что они не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на длину свободного пробега носителей заряда, так что в актуальном диапазоне температур ( $1 \div 10$ ) К можно положить  $n_a \approx n_0$  – полной концентрации примесных центров.

При  $n_0 = 0$  (т. е.  $C = 0$ ) или высоких температурах ( $200 \div 300$ ) К из (3) и (5) получим обычный результат:  $\mu_d \sim T^{-3/2}$  [11. С. 83]. При очень низких температурах ( $z \gg 1$ ), в пределах актуального интервала ( $1 \div 10$ ) К, из (3) и (4) получим (дополнительно см. прилож. 2)

$$\sigma \approx \frac{8 e^2 n \varepsilon \sqrt{m^*}}{3\sqrt{2} \pi^{3/2} \hbar^2 n_0 \sqrt{kT}},$$

$$\mu_d = \frac{4e}{3\sqrt{2} \pi m^* C} \frac{\varepsilon}{\sqrt{kT}} \approx$$

$$\approx \frac{8 e \varepsilon \sqrt{m^*}}{3\sqrt{2} \pi^{3/2} \hbar^2 n_0 \sqrt{kT}} \sim T^{-1/2}.$$

т. е.  $\mu_d \sim 1/n_0$  и  $\mu_d \sim \varepsilon \sqrt{m^*}$ .

Из рис. 1 видно, что теоретическая кривая качественно верно передает ход экспериментальных точек в окрестности ( $2 \div 10$ ) К. Относительно слабый спад подвижности указывает на наличие резонансного рассеяния.

Качественное соответствие с данными эксперимента позволяют рассматривать  $D^-(A^+)$ -центры как уровни, «контролирующие» подвижность носителей заряда. В этом смысле формулы (6) наиболее приспособлены к применению в случае полупроводников Si, Ge,  $A^{III}B^V$  [2].

Заметим, что разложения (4) и (5) не охватывают (теоретически) промежуточную область ( $10 \div 200$ ) К, где рассеяние на заряженных (и других) центрах может быть существенным [13].

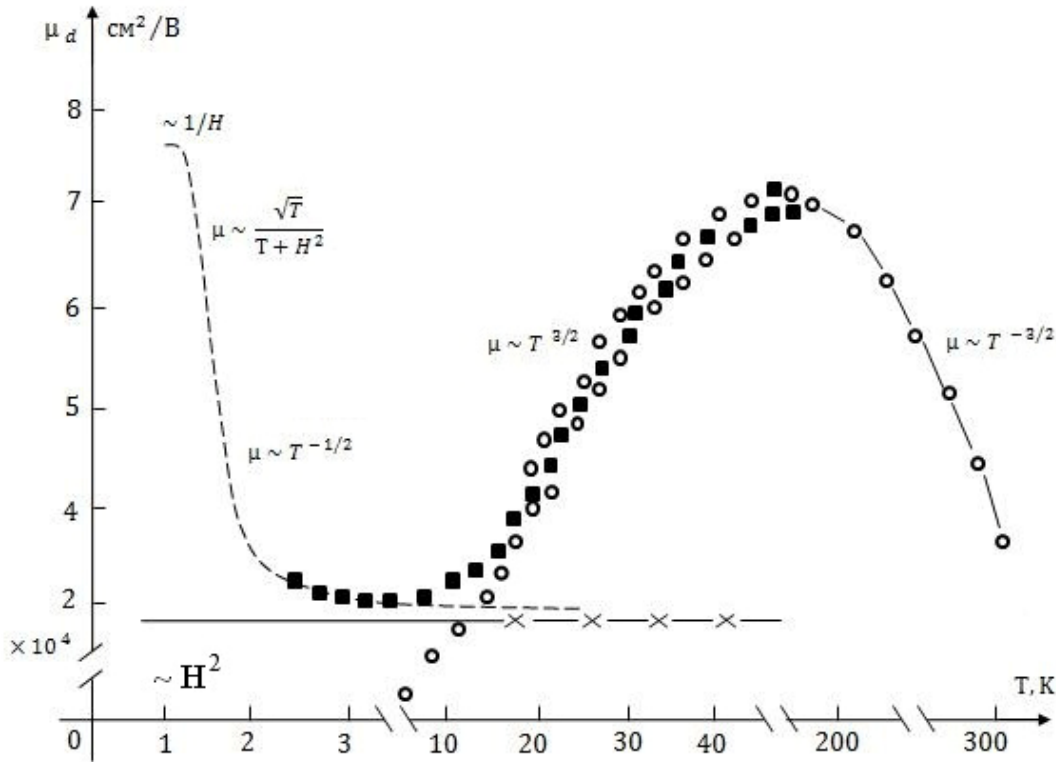


Рис. 1. Температурная зависимость подвижности в темноте (кружочки) и при фотовозбуждении D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центров (квадратики) [2]. Штрихами показана теоретическая зависимость (6) [12]. Горизонтальная линия соответствует модели Эргинсоа [17] (крестики соответствуют глубоким центрам кислорода в GaAs [13]). Максимум  $\mu_d$  вблизи  $T \geq 1$  К связан с наличием H-поля (для «медленных» и «быстрых» электронов:  $v_T < \bar{v}$ ,  $v_T > \bar{v}$ ;  $H \sim 200$  Э).

**Теплопроводность и термоэлектродвижущая сила**

Итак, мы приходим к выводу о том, что и процессы переноса тепла носителями также должны контролироваться центрами. Однако это предположение требует соответствующего математического обоснования.

Для расчета электронной теплопроводности воспользуемся известной формулой

$$\chi_e = (K_1 K_3 - K_2^2) / (K_1 T), \quad (7)$$

где  $K_s$  – коэффициенты, которые в классическом пределе определяются через интеграл:

$$K_s = \frac{4n}{3m^* \sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau^*(E) E^{s-1} x^{3/2} e^{-x} dx.$$

Здесь  $\tau^*(E)$  – эффективное время релаксации по импульсу, которое при квадратичном законе дисперсии ( $v^2 = 2E/m^*$ ) определяется по формуле

$$\tau^*(E) = l(E) / v(E) = l(E) \sqrt{m^* / 2E}. \quad (8)$$

Подставляя в (7)  $K_s$  с учетом формул (1) и (8), получим

$$\chi_e = \frac{4m^* n A}{3\sqrt{\pi} T} \sqrt{kT} \frac{I_1 I_3 - I_2^2}{I_1},$$

$$I_n = \int_0^\infty \frac{x + \epsilon_0}{z + x} x^n e^{-x} dx.$$

Интегралы  $I_n$  выражаются через функцию  $L(z)$ :

$$I_1 = 1 - (z - \epsilon_0) L(z),$$

$$I_2 = 2 - (z - \epsilon_0) [1 - zL(z)],$$

$$I_3 = 6 - (z - \epsilon_0) \{2 - z[1 - zL(z)]\}.$$

Аккуратный расчет на основе разложения (4) приводит в этом случае к формуле

$$\chi_e \approx \frac{16 n \epsilon k \sqrt{kT} \sqrt{m^*}}{3\sqrt{2} \pi^{3/2} n_0 \hbar^2} \sim T^{1/2}. \quad (9)$$

Видно, что электронная теплопроводность при наличии резонансного рассеяния, как и электропроводность, пропорциональна  $\varepsilon$  и  $\sqrt{m^*}$ , что вполне естественно в области примесной проводимости:

$$L_0 = \chi_e / (\sigma T) = 2(k/e)^2.$$

В отличие от вырожденных носителей в данном случае число Лоренца  $L_0$  не отклоняется сколько-нибудь заметно от универсальных постоянных. Это связано с тем, что резонансное рассеяние в вырожденных полупроводниках имеет ярко выраженный селективный характер: интенсивно рассеиваются только те носители (дырки), энергии которых лежат в пределах тонкого слоя  $kT$ . Это и проявляется в поведении  $L_0$  в виде характерных максимумов [4]. Напротив, в невырожденных полупроводниках резонансное рассеяние изотропно: рассеиваются все носители с энергиями  $\sim kT^2$ . Сильное резонансное рассеяние носителей вблизи  $E_F$  – уровня Ферми в пределах слоя размытия и вследствие этого резкая зависимость  $\tau^*(E)$  от энергии усложняют вычисление кинетических коэффициентов. Выбор параметров ( $M, \Gamma, \mu^*$ ), необходимых для расчета  $I_n$ , осуществляется только на основе текущих экспериментальных данных [8]! Привлекает получение аналитической формулы для  $I_n$ . Трудность получения аналитической формулы заключается в том, что функцию  $\tau^*(E)$  нельзя разлагать в ряд Тейлора в окрестности уровня Ферми  $\sim kT$ . При невырожденных носителях подобное разложение было бы допустимо, и мы получили бы в принципе формулу (8) (так поступают, например, в теории колебаний, когда хотят получить формулу для периода малых колебаний механических систем, ограничиваясь квадратичным членом). Математическое требование сводится к тому, чтобы соблюдалась квадратичность спектра, тогда как формула Брейта – Вигнера для  $\Gamma$ -ширины

<sup>2</sup> Во избежание недоразумений следует отметить, что и при более высоких температурах ( $T > 10$  К) возможно резонансное рассеяние, поскольку носители лишь в среднем имеют энергию  $kT$ . В соответствии с распределением Максвелла имеется некоторая часть медленных носителей, которые все же резонируют даже при ( $10 \div 200$  К) и более высоких температурах.

примесной полосы не предполагает квадратичности.

В некоторых случаях все же удается получить аналитическую формулу (для электропроводности на основе уравнения электронейтральности) [14].

Таким образом, мы можем лишь констатировать, что резонансное рассеяние носителей в вырожденных полупроводниках имеет более специфичный и нетривиальный характер, чем в невырожденных.

Отметим, что линейный закон возрастания электронной теплопроводности ( $\chi_e \sim T$ ) [15. С. 331] в диапазоне ( $1 \div 10$ ) К соответствует более быстрому росту (спаду) последней, чем это было бы при наличии резонансного рассеяния (рис. 2):

$$\chi_e \sim \sqrt{T}.$$

Этот факт легко понять, если воспользоваться аналогией с «квазистационарными» состояниями. При резонансном рассеянии электрон не просто «натывается» на примесь или «задевает» ее, но задерживается около нее на некоторое время. Уменьшение средней длины свободного пробега  $\bar{l}(\varepsilon, T)$  из-за задержки эквивалентно некоторому приросту примесного теплосопrotivления (в расчете на единицу объема). При линейном законе спада мы имели бы соответственно более низкий прирост теплосопrotivления.

Выведем формулу для  $\bar{l}(\varepsilon, T)|_{z \gg 1}$ , применяя стандартную методику усреднения по энергиям.

Как известно, для тепловых электронов:

$$\begin{aligned} \bar{l}(\varepsilon, T) &= \langle l \rangle = \langle l \rangle_E = \\ &= \frac{\int_0^\infty l(x) E e^{-E/kT} \sqrt{E} dE}{\int_0^\infty E e^{-E/kT} \sqrt{E} dE}. \end{aligned}$$

Подставляя сюда функцию  $l(x)$  из (1), получим

$$\langle l \rangle_E = \frac{4A}{3\sqrt{\pi} kT} \int_0^\infty \frac{\varepsilon_0 + x}{z + x} e^{-x} x^{3/2} dx. \quad (10)$$

Интеграл в (10) выражается через интеграл ошибок:

$$\int_0^\infty \frac{\varepsilon_0 + x}{z + x} e^{-x} x^{3/2} dx =$$

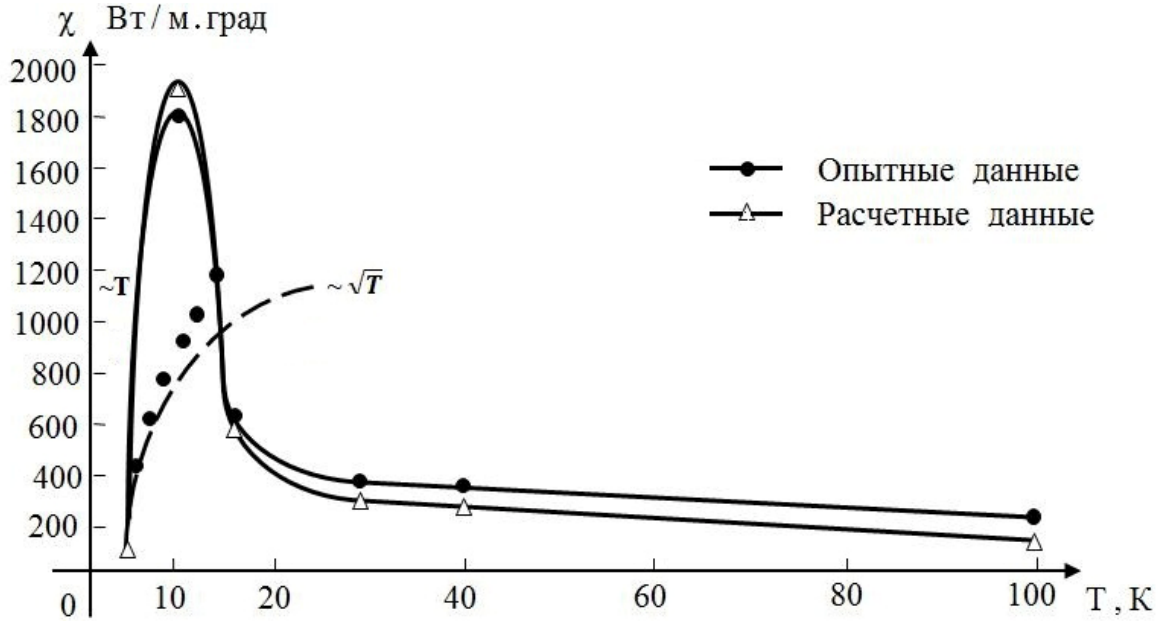


Рис. 2. Температурные зависимости теплопроводности. Прямая линия соответствует модели Эргинсоя [17]. Параболический спад (рост) характерен при преобладании резонансного рассеяния (из-за задержки). Точки соответствуют опытным данным (Ge)

$$= \frac{3}{4} \sqrt{\pi} - (z - \varepsilon_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \times \left\{ 1 - 2z \left[ 1 - z \frac{\sqrt{\pi} e^z}{\sqrt{z}} \left[ 1 - \Phi(\sqrt{z}) \right] \right] \right\}. \quad (11)$$

Для  $z \gg 1$  имеет место асимптотическое разложение:

$$\frac{\sqrt{\pi} e^z}{\sqrt{z}} \left[ 1 - \Phi(\sqrt{z}) \right] \approx \frac{1}{z} - \frac{1}{2z^2} + \frac{3}{4z^3} - \frac{15}{8z^4} + \dots \quad (12)$$

Подставляя разложение (12) в (11) после соответствующих вычислений, получим

$$\int_0^\infty \frac{\varepsilon_0 + x}{z + x} e^{-x} x^{3/2} dx \approx \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{kT}{AC} \varepsilon. \quad (13)$$

Из (10) и (13) находим

$$\begin{aligned} \bar{l}(\varepsilon, T) \Big|_{z \gg 1} &= \\ &= \langle l \rangle = \varepsilon / C \approx 2m^* \varepsilon / (\pi \hbar^2 n_0) \approx \\ &\approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ см}. \end{aligned} \quad (14)$$

Формула (14) позволяет оценить различные параметры: сечение рассеяния, среднее время пробега (квазизадержки).

Следует отметить, что теоретическая формула (7) получается в результате совме-

стного решения уравнений переноса энергии и заряда, так как в гамильтониане теории, как известно, отсутствует член, соответствующий электронной теплопроводности.

Для оценки термо-э.д.с. при преобладании резонансного рассеяния носителей примем, что  $E_C - E_F > kT$ ,  $kT \sim \varepsilon$  и  $\varepsilon / (2kT) \sim 1$  (что соответствует  $T \sim 10$  К), используя асимптотику кинетических коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  при  $z \gg 1$ , получим

$$|\alpha| \approx 3 \cdot \frac{k}{e}, \text{ что в три раза меньше термо-}$$

э.д.с. при рассеянии на ионах примеси ( $T \sim 30$  К). Как и следовало ожидать, термо-сопротивление при резонансном рассеянии оказалось больше, чем при рассеянии на ионах примеси. Учитывая на самом деле достаточно сложный характер зависимости  $\alpha(T)$ , в более широком интервале температур можно заключить, что  $\alpha(T)$  слабо меняется в диапазоне  $T \sim (10 \div 30)$  К. При температурах  $T > 30$  К носители преимущественно рассеиваются на тепловых колебаниях решетки вплоть до комнатных температур. Это оправдывает формулу (1),

являющуюся центральной (в нашем случае) при вычислении кинетических коэффициентов.

Таким образом, формулы (6), (9) и (14) представляют первое приближение (так называемую  $\{l(x), L(z)\}$ -аппроксимацию).

### Эффект Холла и магнетосопротивление

Для определения холловской подвижности  $\mu_H$  на опыте обычно измеряют, помимо удельной электропроводности  $\sigma$ , постоянную Холла  $R$ . Если имеются носители заряда только одного знака и они подчиняются классической статистике, то произведение  $R\sigma$  ( $H \rightarrow 0$ )

$$R\sigma = \frac{e \langle (\tau^*)^2 \rangle}{m^* \langle \tau^* \rangle} = \frac{e}{\sqrt{2m^*kT}} \frac{\int_0^\infty l^2(x) e^{-x} \sqrt{x} dx}{\int_0^\infty l(x) e^{-x} x dx}.$$

Подставляя сюда  $l(x)$  из (1), получим

$$R\sigma = \frac{eA}{\sqrt{2m^*}(kT)^{3/2}} \times \frac{\int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon_0+x}{z+x}\right)^2 e^{-x} \sqrt{x} dx}{\int_0^\infty \frac{\varepsilon_0+x}{z+x} e^{-x} x dx}. \quad (15)$$

Интеграл знаменателя совпадает с интегралом в (2). Интеграл числителя равен

$$\int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon_0+x}{z+x}\right)^2 \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ 1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right) \right], \quad (16)$$

где

$$F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right) = 4 + 2 \frac{AC}{(kT)^2} - \left[ 4z + \frac{AC}{(kT)^2} (1+2z) \right] \times \frac{\sqrt{\pi} e^z}{\sqrt{z}} \left[ 1 - \Phi(\sqrt{z}) \right].$$

Из (15), (3) и (16) получим

$$R\sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \frac{e}{\sqrt{m^*}} \frac{A}{(kT)^{3/2}} \times \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)}. \quad (17)$$

Для определения поведения  $R\sigma$  при низких температурах подставим разложения (4) и (12) в (17) (см. прилож. 3):

$$R\sigma = \mu_H \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \frac{e}{\sqrt{m^*}} \frac{\varepsilon}{C} \frac{1}{\sqrt{kT}} \approx \frac{e\sqrt{m^*}}{\sqrt{2\pi}\hbar^2 n_0} \frac{\varepsilon}{\sqrt{kT}} \sim \mu_d \sim T^{-1/2}, \quad (18)$$

$$\left. \frac{\mu_H}{\mu_d} \right|_{z \gg 1} = \frac{3\pi}{8}.$$

Если известны  $m^*$  и  $n_0$ , то отсюда можно оценить  $\varepsilon$ .

Из (17) видно, что при  $n_0 = 0$  ( $C = 0$ ),  $R\sigma \sim \mu_d \sim T^{-3/2}$ . При высоких температурах

$\lim_{z \rightarrow 0} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right) = 4$ , поэтому также

$R\sigma \sim T^{-3/2}$ .

Применение разложений (4) и (12) (с учетом (14)) дает для поперечного магнетосопротивления ( $H \rightarrow 0$ ) оценку (см. прилож. 4) (по Эргинсоу, данный эффект отсутствует, так как если  $\tau = \text{const}$ , то  $(\Delta\rho/\rho_0)_\perp = 0$ )

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_\perp \approx \frac{(4-\pi)(m^*)^3 \omega_C^2 \varepsilon^2}{2\pi^2 \hbar^4 n_0^2 kT} \approx \frac{4-\pi}{4} \frac{m^* (\omega_C \bar{l}_{\text{res}})^2}{2kT} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{4-\pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \sim T^{-1}. \quad (19)$$

Здесь  $\omega_C$  – циклотронная частота, соответствующая эффективной массе на дне зоны проводимости. Отсюда видно, что магнетосопротивление по асимптотике является эффектом «второго порядка» ( $\sim \varepsilon^2$ ) по сравнению с подвижностью, теплопроводностью и эффектом Холла.

Величину  $\bar{E}_k = \frac{m^* (\omega_C \bar{l}_{res})^2}{2}$  можно ин-

терпретировать как среднюю кинетическую энергию носителей, отклоненных в магнитном поле на фоне неупорядоченно расположенных D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центров. В промежутках между актами рассеяния частица движется под действием поля. Прежде чем рассеяться, частица проходит малую часть орбиты. Почти прямая линия между двумя центрами является очень малой частью орбиты. Двигаясь вдоль этой «линии», носитель приобретает относительно «точки наблюдения» на оси постоянного вектора **H** кратковременный момент импульса  $L_H = m^* v_C \bar{l}_{res}$  ( $v_C = \omega_C \bar{l}_{res}$  – циклотронная скорость), причем  $\bar{l}_{res}$  является «радиусом кривизны» ( $\bar{l}_{res} \ll r_C$ ,  $r_C$  – радиус циклотронной орбиты).

При достаточно низких температурах  $L_H$  вполне является интегралом движения.

Как видно из (19), тепловое движение стремится стряхнуть частицу с орбиты. Критерий устойчивости на мгновенной орбите:  $v_C \geq v_T$ ,  $T \in (1 \div 2)$  К.

К сожалению, неупорядоченность D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центров не позволяет представить их поле в виде периодической функции (теорема Фурье). Концентрация примесей  $n_0$  считается малой, т. е. одновременное рассеяние носителей на двух и более центрах не учитывается, что соответствует обычному газовому приближению [12; 15; 16].

Следует указать на то, что  $\bar{l}_{res} = \text{const}$ , и никакого «выигрыша», на первый взгляд, резонансное рассеяние в среднем не получает ( $\bar{\sigma}_r \sim 1/\bar{l}_{res}$ ). Однако из-за «укорочения»  $l_{res}$  (вдоль **E**) между актами рассеяния,  $\bar{\sigma}_r$  (поперечник) как бы получает (в квазиклассическом смысле<sup>3</sup>) некоторое  $\Delta\sigma_r > 0$  малое (виртуальное) приращение, причем в качестве параметра малости выступает множитель  $\bar{E}_k(H)/(kT)$  (см. прилож. 5).

<sup>3</sup> После усреднения (пригодного для квазистационарного состояния)  $\sigma_{res}$  приобретает классические черты, и тогда уже приемлемо квазиклассическое рассмотрение.

### Учет «рассеивающего» влияния H-поля

На основе формулы для магнетосечения

$$\bar{\sigma}_{eff}(H) = \bar{\sigma}_r(0) \left( 1 + \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \right),$$

где  $\bar{\sigma}_r(0) = \frac{2\pi \hbar^2}{m^* \varepsilon}$ ,  $\bar{E}_k \sim H^2$  (см. прилож. 5),

можно сравнительно легко проанализировать влияние поля на тепло- и электропроводность. Качественно ясно, что оба типа проводимостей должны уменьшиться из-за укорочения  $l_{res}$ :

$$\begin{aligned} \chi_e(H) &\sim n v_T \bar{l}(H) \sim \frac{v_T}{\bar{\sigma}_r(H)} \sim \\ &\sim \sqrt{\frac{T}{m^*}} \cdot \frac{1}{\bar{\sigma}_r(0) \cdot \left( 1 + \frac{\bar{E}_k}{kT} \right)} \sim \\ &\sim \sqrt{\frac{T}{m^*}} \cdot \frac{1}{\bar{\sigma}_r(0)} \cdot \left( 1 - \frac{\bar{E}_k}{kT} \right) \\ &\quad (H \rightarrow 0). \end{aligned}$$

Из этой оценки нетрудно понять, что «точные» формулы для  $\sigma(H)$  и  $\chi_e(H)$  должны иметь вид (в рамках правомерности формул (6) и (9))

$$\begin{aligned} \sigma(H) &= \sigma(0) \cdot \left( 1 - \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \right), \\ \chi_e(H) &= \chi_e(0) \cdot \left( 1 - \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \right). \end{aligned} \tag{20}$$

Следовательно, суперслабое магнитное поле не «возмущает» число Лоренца:  $L(0) \approx L(H)$ .

Закон Видемана – Франца выполняется с достаточным запасом точности. Факт уменьшения  $\sigma(H)$  и  $\chi_e(H)$  (в среднестатистическом аспекте) можно также выразить в терминах укорочения средней длины свободного пробега:

$$\begin{aligned} \bar{l}_{res}(H) &= \frac{1}{n_0 \bar{\sigma}_{eff}(H)} = \\ &= \frac{1}{n_0 \bar{\sigma}_r(0) \cdot \left( 1 + \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \right)} \approx \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &\approx \bar{l}_{\text{res}}(0) \cdot \left(1 - \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT}\right) \Rightarrow \\ &= \bar{l}_{\text{res}}(0) - \text{const} \left[ \bar{l}_{\text{res}}(0) \right]^3, \\ &\quad [\text{const}] = \text{м}^{-2}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\bar{l}_{\text{res}}(0)$  задается формулой (14). Общая картина представлена на рис. 3.

Зависимость (21) налагает ограничение на  $\bar{l}_{\text{res}}(0)$ :  $\bar{l}_{\text{res}}(0) \leq \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\frac{8kT_{\perp}}{(4 - \pi)m^*}}$ . Вне этого предела  $\{l(x), L(z)\}$ -аппроксимация неправомерна ( $T_{\perp}$  – температура, соответствующая поперечному отклонению носителей, при которой «магнитный момент» орбиты  $\frac{\bar{E}_k}{H} = \text{const}$ ,  $T_{\perp} \sim (1 \div 2) \text{К}$  (см. рис. 3)). Предельное значение поля

$$\sup_{(1 \div 2) \text{ град}} H \approx 200 \text{ Э}, (\forall H \leq 200 \text{ Э}).$$

На основании (20) и (21) можно сформулировать правило:

*пусть известно усредненное сечение рассеяния электрона на  $D^-(A^+)$ -центре в отсутствие магнитного поля; сечение рассеяния в суперслабом магнитном поле  $H$  будет таким же, как и сечение без поля, но с поправкой  $\bar{E}_k(H)/(kT)$ .*

Влияние слабого поля на  $\alpha$  определяется зависимостью (8), из которой после усреднения следует  $\bar{\tau} \sim 1/\sqrt{T}$ , т. е. время свобод-

ного пробега для «медленных» электронов больше, чем для «быстрых», а это значит, что  $\alpha(H) > \alpha(0)$ .

Отметим, что если использовать стандартные методы расчета [11; 15] то объем различных вычислений возрастает, а результаты почти те же. В этом основное преимущество данного подхода – учет влияния слабого магнитного поля осуществляется на основе замены  $\bar{\sigma}_r(0) \rightarrow \bar{\sigma}_{\text{eff}}(H)$  (образно – гибридное сечение). Исходя из такого квазиклассического «расширения», можно в принципе рассчитать всевозможные кинетические эффекты в слабом  $H$ -поле, число которых велико, при этом важно придерживаться схемы  $\{l(x), L(z)\}$ -аппроксимации (при одном превалирующем механизме рассеяния из двух).

Замена  $\bar{\sigma}_r(0) \rightarrow \bar{\sigma}_{\text{eff}}(H)$  не претендует на числовой множитель при  $\frac{\bar{E}_k}{kT}$  для  $\chi_e(H)$ , так как данная замена предполагает суперслабое поле и отражает лишь уменьшение  $\chi_e(H)$ . В случае  $\sigma(H)$  стандартный метод и  $\bar{\sigma}_r(0) \rightarrow \bar{\sigma}_{\text{eff}}(H)$  приводят к одному и тому же числовому множителю [11. С. 96].

### Электропроводность тонких полупроводников

Если травлением или протяжкой уменьшить диаметр полупроводника  $d$  до такой

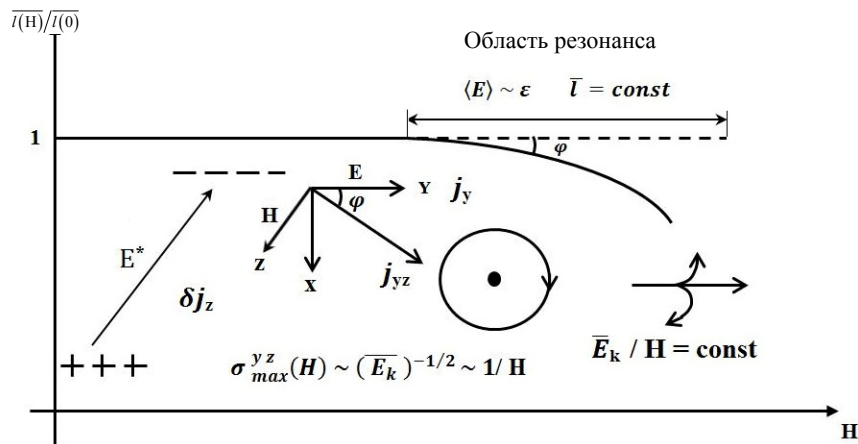


Рис. 3. Зависимость длины свободного пробега от слабого  $H$ -поля

степени, что  $d \sim \bar{l}$ , то значительная часть электронов проводимости будет рассеиваться на поверхности. Отсюда следует, что поверхностное рассеяние будет существенной добавкой к объемным эффектам. Для полупроводников в отличие от металлов поверхностное рассеяние носит сугубо упругий характер:  $\lambda = \hbar / \sqrt{m^* k T} \sim 10^{-6}$  см,  $\lambda \gg a$ , т. е. электроны не чувствуют «интерференционную» структуру поверхности. Получение соответствующих формул требует решения кинетического уравнения Больцмана с подходящими граничными условиями на поверхности [16. С. 210]. Наибольший практический интерес может представлять формула [15. С. 261] ( $d \ll \bar{l}$ )

$$\rho = \rho_V \frac{\bar{l}}{d}, \quad \sigma = \sigma_V \frac{d}{\bar{l}}, \quad (22)$$

где  $\rho_V$  – объемное сопротивление,  $\sigma_V$  определяется выражением (6).

Подставляя в (22) формулу (14), получаем (для оценки:  $T \sim 10$  К,  $d \sim 10^{-5}$  см)

$$\sigma = \sigma_V \cdot \frac{d}{\bar{l}} = \frac{4e^2 n d}{3\sqrt{2\pi k T m^*}},$$

$$\mu_d = \frac{4ed}{3\sqrt{2\pi k T m^*}} \sim (10^5 \div 10^6) \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}. \quad (23)$$

Как следует из числового интервала  $\mu_d$ , электроны не чувствуют наличие нейтральной примеси вообще, не говоря уже о D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центрах. Поверхностное рассеяние заглушает остаточное примесное рассеяние:  $\sigma_{es} \approx 1/(n_e d) \sim 10^{-8}$  см<sup>2</sup> (см. прилож. 1). В этом смысле можно сказать, что ковалентный кристалл ведет себя как квазиидеальный. Вопреки традиционному представлению о том, что нейтральные примеси ответственны за остаточное сопротивление, полученный результат показывает, что это не всегда так: электрофизика образца во многом регламентируется именно тем, как соотносятся диаметр  $d$  и средняя длина свободного пробега электронов  $\bar{l}$ , кроме того, увеличение концентрации носителей за счет фотовозбуждения D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центров может привести к уменьшению поверхностного рассеяния и проявлению других механизмов рассеяния.

По-видимому, так же обстоит дело и в случае обычного нерезонансного рассеяния носителей заряда на глубоких нейтральных примесях [13].

### Выводы

Основное содержание настоящей работы можно свести к формулам (6), (9), (14), (18)–(21) и (23), которые имеют прямой физический смысл, раскрывая специфику резонансного рассеяния, и необходимы для осмысленного изучения поведения температурных зависимостей различных кинетических коэффициентов при низких температурах и суперслабых H-полях.

Полученные формулы дают право оспорить формулу Эргинсо, согласно которой подвижность носителей заряда в интервале  $T = (1 \div 10)$  К не зависит от температуры. Ведь совершенно ясно, что подвижность  $\mu$  в отличие от термо-э.д.с.  $|\alpha|$  весьма чувствительна к температуре. Формула Эргинсо носит эмпирический характер, и ее нельзя, конечно, воспринимать буквально. На наш взгляд, резонансное рассеяние на нейтральных примесях более физично во многих отношениях, что подтверждается конкретными числовыми оценками.

При высоких и низких температурах  $R\sigma$  пропорционально  $\mu_d$  и имеет различную температурную зависимость. Если откладывать на графике зависимость  $\lg(R\sigma)$  от  $\lg T$ , то при высоких и низких температурах получаются прямые с угловыми коэффициентами  $-3/2$  и  $-1/2$ . Для определения  $T_{\text{пер}}$  – температуры перехода от одной температурной зависимости к другой, необходимо, строго говоря, решить сложное трансцендентное уравнение. Для оценки  $T_{\text{пер}}$  положим  $l_L \sim l_{\text{res}}$  и  $E \sim kT$ . Тогда

$$A/(k T_{\text{пер}}) \sim (\varepsilon + k T_{\text{пер}})/C.$$

Необходимо различать два крайних случая.

Если  $\varepsilon \ll \sqrt{AC}$ , то легко показать, что

$$T_{\text{пер}} \sim \sqrt{AC}/k. \quad (24)$$

В противоположном случае, когда  $\varepsilon \gg \sqrt{AC}$ ,

$$T_{\text{пер}} \sim AC/(k\varepsilon). \quad (25)$$

Когда  $\varepsilon \sim \sqrt{AC}$ , по порядку величины приложим критерий (24), как это видно из критерия (25).

Выше мы оценили  $A = 2,4 \cdot 10^{-19}$  эрг · см и  $C = 0,4 \cdot 10^{-11}$  эрг/см. Таким образом,

$$\begin{aligned} \sqrt{AC} &\Rightarrow \\ &= 0,97 \cdot 10^{-15} \text{ эрг} (\varepsilon \approx 0,61 \text{ мэВ}) \\ &\Rightarrow T_{\text{пер}} \sim 10 \text{ К.} \end{aligned}$$

Во всяком случае мы можем отсюда предположительно заключить, что переход может наблюдаться и при более высоких температурах в зависимости от степени легирования.

Легко показать, что если в более общем случае  $l_L \sim T^{-p}$ , то при низких температурах, когда можно пренебречь решеточным сопротивлением,  $R\sigma$  по-прежнему пропорционально  $T^{-1/2}$ .

При не слишком слабых полях ( $\omega_c \tau \approx 1$ )

(когда разложение  $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$  не вполне правомерно, например при значениях поля 200 Э)

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}(H) &= \\ &= \sigma_y(0) \left/ \left( 1 + \frac{4-\pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \right) \right. \sim \\ &\sim \frac{\sqrt{kT}}{kT + \bar{E}_k}, \quad (26) \\ T_{\text{max}} &\sim \bar{E}_k / k \sim H^2, \\ \sigma_{\text{max}}^{yz}(H) &\sim (\bar{E}_k)^{-1/2} \sim 1/H. \end{aligned}$$

Наличие максимума радикально отличается от случая  $H = 0$  [2].

Формулы (26) практически совпадают с формулами, полученными в работе [12], при этом  $\sigma_y$  резонансно возрастает как  $1/\sqrt{T}$  (см. рис. 1).

При очень низких температурах при наличии суперслабых  $H$ -полей реализуются весьма благоприятные условия для повышения эффективности термопар (из-за квазипостоянства  $\sigma/\chi_e$ ) [14]

$$\Delta Z = 2 \alpha \sigma \Delta \alpha / \chi_e > 0.$$

На основе (14) нетрудно оценить величину поля, необходимую для туннелирования носителей. Для оценки  $|E|$  положим  $eE \langle l \rangle \sim \varepsilon$ . Тогда

$$E \sim \pi \hbar^2 n_0 / (2 m^* e) = 2,5 \text{ В/см.}$$

Полученное значение напряженности соответствует области суперслабых полей.

Коэффициент «просачивания» при этом практически равен единице. Так что говорить о наличии какого-либо потенциального барьера (ямы) при резонансном рассеянии особо не приходится, и он имеет в этом случае, скорее, формальный, чем реальный смысл. Эффект «задержки» (аналог эффекта Рамзауэра) здесь выражается в том, что медленный электрон начинает при этом слегка «спотыкаться», что качественно отражено на рис. 1 и 2.

Критически оценивая формулы (23), приходим к выводу, что джоулевы потери могут происходить только на поверхности, но тогда поверхностное рассеяние носителей не будет «абсолютно упругим», а скорее квазиупругим (носители как бы прилипают на короткое время к поверхности полупроводника).

### Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Физматлит, 2001. Т. 3. 803 с.
2. Имамов Э. З., Колчанова Н. М., Крейцук Л. Н., Ясиевич И. Н. Роль рассеяния на мелких нейтральных центрах в кинетических явлениях при низкой температуре // ФТТ. 1985. Т. 27, № 1. С. 69–76.
3. Батулин А. С., Горелкин В. Н., Соловьев В. Р., Черноусов И. В. Расчет подвижности носителей заряда в алмазе при низких температурах // ФТП. 2010. Т. 44, вып. 7. С. 897–901.
4. Прокофьева Л. В., Шабалдин А. А., Корчагин В. А., Немов С. А., Равич Ю. И. Число Лоренца и фактор Холла в вырожденных полупроводниках при резонансном рассеянии носителей тока // ФТП. 2008. Т. 42, вып. 10. С. 1180–1189.
5. Прокофьева Л. В., Пиенай-Северин Д. А., Константинов П. П., Шабалдин А. А. Электронный спектр и рассеяние носителей тока в  $\text{PbTe} \langle \text{Na} + \text{Te} \rangle$  // ФТП. 2009. Т. 43, вып. 9. С. 1195–1198.
6. Коломоец Н. В. Влияние межзонных переходов на термоэлектрические свойства вещества // ФТТ. 1966. Т. 8, № 4. С. 999–1003.
7. Пиенай-Северин Д. А., Федоров М. И. Влияние межзонного рассеяния на термоэлектрические свойства полупроводников и полуметаллов // ФТТ. 2010. Т. 52, № 7. С. 1257–1261.

8. Немов С. А., Равич Ю. И., Корчагин В. И. Энергия примесных резонансных состояний в теллуриде свинца с различным содержанием примеси таллия // ФТП. 2011. Т. 45, вып. 6. С. 740–742.

9. Немов С. А., Осипов П. А., Прошин В. И., Парфеньев Р. В., Шамиур Д. В., Шайнова Н. П. Сверхпроводимость сплавов Sn<sub>0.62</sub>Pb<sub>0.33</sub>Ge<sub>0.05</sub>Te // ФТТ. 2000. Т. 42, № 7. С. 1180–1182.

10. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1977. 344 с.

11. Аскеров Б. М. Кинетические эффекты в полупроводниках. Л.: Наука, 1970. 302 с.

12. Андреев С. П., Павлова Т. В., Небогатов В. А. Уширение кривой классического циклотронного резонанса нейтральными примесями в двух- и трехмерных полупроводниках // Тр. научной сессии НИЯУ МИФИ. 2010. Т. 3: Современные проблемы физики конденсированного состояния. С. 89–92.

13. Петрикова Е. А., Симакин М. В. Рассеяние носителей заряда на глубоких

нейтральных центрах в высокоомных кристаллах арсенида галлия // Вестн. ЕНУ им. Л. Н. Гумилева. 2010. № 6. С. 136–138.

14. Кайданов В. И., Немов С. А., Равич Ю. И. Резонансное рассеяние носителей тока в полупроводниках типа A<sup>IV</sup>B<sup>VI</sup> // ФТП. 1992. Т. 26, вып. 2. С. 201–222.

15. Блатт Ф. Физика электронной проводимости в твердых телах. М.: Мир, 1971. 472 с.

16. Фикс В. Б. Ионная проводимость в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1969. 296 с.

17. Erginsoy C. Neutral Impurity Scattering Semiconductors // Phys. Rev. 1950. Vol. 79. No. 6. P. 1013–1014.

Материал поступил в редколлегию 12.06.2012

### Приложение 1

При высоких температурах  $z \ll 1$ :  $n_p \sim T$ ,  $\sigma_{ep} = 1/(n_p l_L) \approx \hbar\omega_{\max}/(AN) \sim 10^{-16} \text{ см}^2$ , а сечение  $\sigma_{\text{res}}$  может проявиться лишь как одиночный «всплеск» на фоне акустического рассеяния, но так как число резонирующих носителей исчезающе мало, то резонансное рассеяние весьма маловероятно.

При низких температурах (1 ÷ 4) К,  $\overline{\sigma_{\text{res}}} = 1/(n_0 \overline{l_{\text{res}}}) \sim 10^{-12} \text{ см}^2$ ; число фононов

$$n_p = 9N \left( \frac{T}{\Theta} \right)^3 \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\exp(x) - 1} \sim T^3$$

( $\Theta$  – температура Дебая,  $N$  – число атомов);

$$\sigma_{ep} = \frac{1}{n_p l_{ep}} \approx \frac{1}{9N \cdot (T/\Theta)^3 (v_T/v_0) a \cdot (\Theta/T)^5} = \frac{1}{9N a v_T} \left( \frac{T}{\Theta} \right)^2 \sim 10^{-18} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{ep} \sim T^{3/2}$$

( $v_0$  – скорость звука). Для точечных дефектов и примесных атомов (по Эргинсою)  $\sigma_N \approx \pi a^2$ ,  $\sigma_{\text{imp}} \sim 10^{-15} \text{ см}^2$ . Кулоновское сечение  $\sigma_1 \sim T^{-2} \sim 10^{-13} \text{ см}^2$ ,  $\sigma_{\text{res}}/\sigma_1 \sim T^*$ .

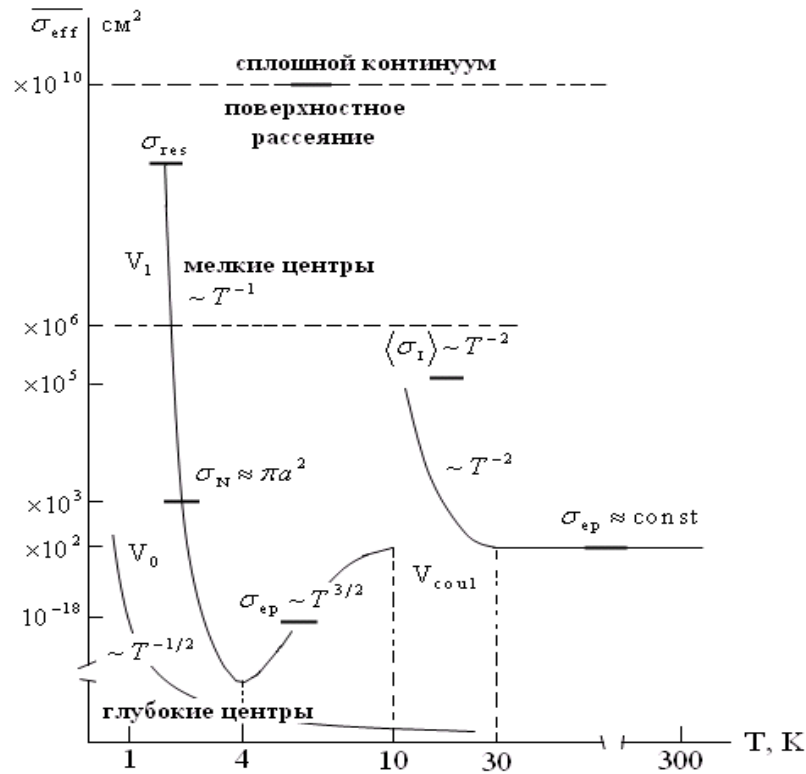


Рис. 1.1. Примерный ход температурной зависимости усредненного эффективного сечения при различных механизмах рассеяния. Как видно, конкуренцию резонансному рассеянию может составить лишь рассеяние на ионах примеси (из-за сильного кулоновского потенциала), но вне актуального интервала

Следовательно, резонансное рассеяние в указанном интервале полностью доминирует (рис. 1.1), причем вблизи 4 К длинноволновое фоновое рассеяние сменяется резонансным.

Приложение 2

При сильных магнитных полях отношение предельных значений электропроводности равно

$$\frac{\sigma_V}{\sigma_{V\infty}} = \langle \tau^* \rangle \cdot \left\langle \frac{1}{\tau^*} \right\rangle = \frac{16}{9\pi} \left( \int_0^\infty \frac{x + \epsilon_0}{z + x} x e^{-x} dx \right) \cdot \left( \int_0^\infty \frac{x + z}{\epsilon_0 + x} x^2 e^{-x} dx \right).$$

Первый интеграл  $I_1$  имеет классическую асимптотику  $\frac{\epsilon}{AC} kT$ , второй равен

$$I_2(z \leftrightarrow \epsilon_0) \Rightarrow 2 - (\epsilon_0 - z) [1 - \epsilon_0 L(\epsilon_0)]$$

и имеет классическую асимптотику  $\frac{2AC}{\epsilon kT}$ . В результате имеем

$$\left. \frac{\sigma_V}{\sigma_{V\infty}} \right|_{z \gg 1} = \frac{32}{9\pi}$$

в полном соответствии с результатом Давыдова – Шмушкевича [11. С. 105]. В данном случае

асимптотика  $\left. \frac{\sigma_V}{\sigma_{V\infty}} \right|_{z \gg 1} = \frac{32}{9\pi}$  означает, что в пределе классически сильного магнитного поля

рассеяние носителя на атоме примеси аналогично рассеянию последнего на высоковозбужденном акустическом фоне. При такой трактовке мы приходим к независимости  $\bar{l}$  от скорости. К этому же выводу можно прийти и на основе теории Дебая [15].

Вывод справедлив и при произвольном  $\bar{l} \sim T^{-p}$ .

Приложение 3

$$\left. \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right|_{z \gg 1} = \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left( \frac{2}{z} - \frac{3}{z^2} - \frac{AC}{(kT)^2} \frac{1}{z^2} - \dots \right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left( \frac{1}{z} - \frac{2!}{z^2} + \frac{3!}{z^3} - \dots \right)} \Rightarrow$$

$$\approx \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{\left( \frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^2}{\frac{kT}{AC} \varepsilon} = \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{kT}{AC} \varepsilon = \frac{\varepsilon}{C} \frac{1}{\sqrt{kT}} \sim T^{-1/2}.$$

Приложение 4

Общая теоретическая формула:

$$-\left( \frac{\Delta \sigma}{\sigma_0} \right)_{\perp} = \left( \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right)_{\perp} = \omega_c^2 \left[ \frac{\langle (\tau^*)^3 \rangle}{\langle \tau^* \rangle} - \left( \frac{\langle (\tau^*)^2 \rangle}{\langle \tau^* \rangle} \right)^2 \right] = \frac{\omega_c^2 A^2 m^*}{2 (kT)^3} \times$$

$$\times \left[ \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} M\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} - \frac{\pi}{4} \left( \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right)^2 \right].$$

Здесь

$$M\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right) = \left( \frac{AC}{(kT)^2} \right)^2 \frac{1 - zL(z)}{2z^2} - \frac{AC}{(kT)^2} \frac{3L(z)}{z} + 3 \cdot \frac{1 - L(z)}{z},$$

а функция  $F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)$  определена интегралом (16). Из исходной формулы видно, что при

$$n_0 = 0 \quad (C = 0), \quad \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_\perp = \omega_C^2 \frac{A^2 m^* (4 - \pi)}{8(kT)^3} = \frac{4 - \pi}{4} \frac{m^* (\omega_C l_L)^2}{2kT} \sim T^{-3} \quad (H \rightarrow 0).$$

При низких температурах на основе разложения (4) имеем

$$\begin{aligned} & \left. \frac{A^2}{(kT)^3} \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} M\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right|_{z \gg 1} \Rightarrow \\ & = \frac{A^2}{(kT)^3} \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left[ \left(\frac{AC}{(kT)^2}\right)^2 \frac{1}{z^3} - \left(\frac{AC}{(kT)^2}\right)^2 \frac{3}{z^4} - \frac{3AC}{(kT)^2} \frac{1}{z^2} + \frac{6AC}{(kT)^2} \frac{1}{z^3} - \frac{18AC}{(kT)^2} \frac{1}{z^4} + \dots \right]}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left(\frac{1}{z} - \frac{2!}{z^2} + \frac{3!}{z^3} - \dots\right)} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \left[ \frac{AC}{(kT)^2} \frac{1}{z} \approx 1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon, \quad \frac{AC}{(kT)^2} \frac{1}{z^2} \rightarrow 0, \quad \left(\frac{AC}{(kT)^2} \frac{1}{z}\right)^m \frac{1}{z^n} \rightarrow 0, \quad (m \geq n, m \leftrightarrow n) \right] \Rightarrow \\ & \approx \frac{A^2}{(kT)^3} \frac{1 - \left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon\right)^3 + 3\left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon\right)^2 - 3\left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon\right) + O\left(\left(\frac{AC}{(kT)^2}\right)^m \frac{1}{z^n}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left(\frac{1}{z} - \frac{2!}{z^2} + \frac{3!}{z^3} - \dots\right)} \Rightarrow \\ & \approx \frac{A^2}{(kT)^3} \frac{\left(\frac{kT}{AC} \varepsilon\right)^3}{\frac{kT}{AC} \varepsilon} = \frac{A^2}{(kT)^3} \left(\frac{kT}{AC} \varepsilon\right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{C^2} \frac{1}{kT}, \end{aligned}$$

кроме того

$$\left. \frac{A^2}{(kT)^3} \left( \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right)^2 \right|_{z \gg 1} \approx \left( \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^2 = \left( \frac{\varepsilon}{C} \frac{1}{\sqrt{kT}} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{C^2} \frac{1}{kT}.$$

Следовательно

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_\perp = \frac{\omega_C^2 A^2 m^*}{2(kT)^3} \left[ \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} M\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} - \frac{\pi}{4} \left( \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right)^2 \right]_{z \gg 1} \Rightarrow$$

$$\approx \frac{\omega_c^2 m^*}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{\varepsilon^2}{C^2} \frac{1}{kT} = \frac{(4 - \pi)(m^*)^3 \omega_c^2 \varepsilon^2}{2 \pi^2 \hbar^4 n_0^2 kT},$$

т. е. получаем формулу (19), являющуюся связующим звеном между первым и вторым приближениями ( $\sim \varepsilon^2$ ).

Результат (19) требует качественного разъяснения: в актуальной области подавляющее большинство носителей (которые резонируют) лишь в среднем имеют энергию  $\bar{E} \approx kT \sim \varepsilon$ , и для них  $\bar{l}$  не «укорачивается». Но носители с энергией меньше средней ( $E \leq \bar{E} \approx \varepsilon$ ) будут отклоняться в сторону «электрической» силы, а носители с энергией ( $E \geq \bar{E} \approx \varepsilon$ ) – в противоположную сторону (см. рис. 3). И для тех и для других  $\bar{l}$  уменьшится, при этом число отклоняющихся носителей ничтожно мало:  $\Delta n/n \sim \bar{E}_k/kT \sim \bar{l}^2 \sim \varepsilon^2$ , откуда следует что  $\Delta \rho/\rho \sim \varepsilon^2$ .

### Приложение 5

#### Усреднение сечения резонансного рассеяния

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_r}(0) = \langle \sigma_r \rangle_E &= \frac{\int_0^\infty \sigma(E) E \exp(-E/kT) \sqrt{E} dE}{\int_0^\infty E \exp(-E/kT) \sqrt{E} dE} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{2\pi \hbar^2}{m^*} \frac{1}{kT} \int_0^\infty \frac{x^{3/2} \exp(-x)}{x + \varepsilon_0} dx \Rightarrow \\ &= \frac{4}{3} \frac{2\pi \hbar^2}{m^*} \frac{1}{kT} \left[ \frac{1}{2} - \varepsilon_0 \left\{ 1 - \varepsilon_0 \frac{\sqrt{\pi} e^{\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_0}} \left[ 1 - \Phi(\sqrt{\varepsilon_0}) \right] \right\} \right]_{\varepsilon_0 \gg 1} \approx \frac{2\pi \hbar^2}{m^*} \frac{1}{\varepsilon}. \end{aligned}$$

В актуальном диапазоне

$$\left. \frac{\Delta l}{l_0} \right|_{z \gg 1} = - \left( \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right)_\perp = - \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT}, \quad \Delta l = l(H) - l(0), \quad \sigma_r(0) = \frac{1}{n_0 l_0}, \quad \sigma_r(H) = \frac{1}{n_0 l_H},$$

$$\Delta \sigma_r = \sigma_r(H) - \sigma_r(0), \quad \Delta \sigma_r \approx - \frac{1}{n_0} \frac{\Delta l}{l_0^2} = \frac{1}{n_0 l_0} \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} = \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} (1/4) \overline{\sigma_r}(0),$$

но  $l_0 \approx 2m^* \varepsilon / (\pi \hbar^2 n_0) = \text{const}$ , только поэтому  $\Delta \sigma_r = (1/4) \Delta \sigma_r(H)$ , тогда

$$\overline{\sigma_{\text{eff}}}(H) \approx \overline{\sigma_r}(0) \cdot \left( 1 + \frac{4 - \pi}{4} \frac{\bar{E}_k}{kT} \right) \stackrel{\text{def}}{=} \overline{\sigma_r}(0) \cdot \left( 1 + \frac{\text{const}}{T} \right) \quad (H \rightarrow 0).$$

Как видно из асимптотической оценки, при очень низких температурах тепловой разброс не существенен для статистического сечения резонансного рассеяния. Среднее сечение рассеяния определяется только одним единственным параметром  $\varepsilon$  (D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центра) и  $m^*$  (носителя) (при этом нет необходимости, чтобы  $E$  было близко к  $\varepsilon$ ). Однако тепловой разброс существенен при наличии поля! Существенно, что приращение сечения квадратично по полю.

В формуле для  $\overline{\sigma_{\text{eff}}}(H)$  отражено результирующее влияние магнитного поля и «поля» D<sup>-</sup>(A<sup>+</sup>)-центра. Область в окрестности центра как бы слегка набухает, радиус действия его «потенциала» слегка возрастает. Другими словами, влияние слабого H-поля на резонансное рассеяние (как, впрочем, и на другие механизмы рассеяния) эквивалентно (при нашем под-



ходе) квазилокальному «растяжению» ( $\Delta r \sim H^2 \rightarrow 0$ ) поперечника центра. Растяжение поперечника лимитировано сменой температурной зависимости. Во избежание «дифракции» должно соблюдаться условие  $\bar{E}_k \ll \varepsilon \sim kT$ , которое, как правило, хорошо соблюдается в суперслабых полях.

Рассеивающее действие H-поля наиболее эффективно на границе центра. В соответствии с «гипотезой локального равновесия», которая налагает ограничение на  $\Delta T$ , а именно  $\Delta T|_{\langle l \rangle} \ll T|_{\langle l \rangle}$ , мы предполагаем, что изменением температуры в  $\delta|_{r-\Delta r}^{r+\Delta r}$  – окрестности центра – можно пренебречь.

Относительная доля носителей, преодолевающих заслон, пренебрежимо мала:  $\Delta n/n \sim \varphi^2$ ,  $\varphi \ll 1$  ( $\varphi > \hbar / (m^* v_T \Delta r)$  – угол отклонения), так что подавляющее большинство носителей интенсивно рассеивается, и в формулы кинетических коэффициентов не надо вводить поправок на  $n$  ( $\delta j_z = e \delta n v_{\perp} \approx 0$ ).

Как видно, формула для сечения формально сходна с формулой Сезерленда для газокинетического сечения рассеяния частиц.

Таким образом, магнитное поле столь слабо ( $H \rightarrow 0$ ), что оно лишь слегка искривляет траекторию носителей между актами рассеяния, и можно не учитывать его влияние на специфику рассеяния:  $\lim_{H \rightarrow 0} \overline{\sigma_{\text{eff}}}(H) = \overline{\sigma_r}(0)$ .

T. T. Muratov

#### FORMALISM «MAGNETO CROSS-SECTIONS» OF $D^-(A^+)$ -CENTERS AT RESONANCE SCATTERING OF CHARGED CARRIERS IN ANGENERATED SEMICONDUCTORS

The new approach to study of kinetic effects in covalent semiconductors is developed. On example of the calculation kinetic coefficients at resonance scattering some particularities of the proposed approach are demonstrated. Influence of limited weak magnetic field on kinetic effects is studied. Unlike standard method, taking into account presence of the H-field in the nonequilibrium distribution function with the following reception sought formulas for kinetic coefficients, in proposed approach presence (the influence) of the weak H-field is fixed as local (virtual) incrementation of cross-section of the concrete scattering, in this given case it's resonance. Formal change  $\overline{\sigma_{\text{res}}}(0) \rightarrow \overline{\sigma_{\text{eff}}}(H)$  allows relatively easy to analyze the influence of the H-field on kinetic effects. It is shown that at presence of the H-field electronic conductivity reached the maximum near 1 K in the range of fields of the order 100 Gauss. General result is revealed in process of the calculation at any mechanism of the scattering. The main requirement is that the low-temperature asymptotics  $\langle l \rangle_{T \rightarrow 0}$  of concrete mechanism of the scattering should be constant.

*Keywords:* kinetic coefficients, resonance scattering,  $D^-(A^+)$ -centers, classical weak and strong magnetic fields, magneto cross-section.