

С. А. Гапонов, Н. М. Терехова

Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ СЖИМАЕМОГО ГАЗА *

Данная работа продолжает цикл исследований по моделированию пассивных методов управления режимами течения в пограничных слоях сжимаемого газа. Нами рассмотрено влияние внешнего продольного градиента давления на эволюцию возмущений разной природы. Для невысокого числа Маха $M = 2$ повышение давления способствует более раннему переходу ламинарной формы течения в турбулентную, и, напротив, падение давления приводит к затягиванию перехода к турбулентности. Для высоких чисел Маха $M = 5.35$ установлено, что акустические возмущения обнаруживают очень высокую зависимость от знака и величины внешнего градиента, причем при благоприятном градиенте их критическое число Рейнольдса становится больше, чем для вихревых возмущений, а при неблагоприятном – пограничный слой дестабилизируется сразу на передней кромке.

Ключевые слова: гиперзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход.

Введение

Ламинарный пограничный слой в состоянии преодолеть без отрыва только очень небольшое возрастание давления вдоль контура тела. Для дозвуковых течений давно установлено, что переход сильно зависит от градиента давления внешнего течения. При понижении давления переход происходит при более высоких числах Рейнольдса, чем при возрастании давления в направлении течения. Это используется для уменьшения сопротивления трения на крыле [1; 2].

Основные методы управления эволюцией возмущений в пограничных слоях можно разделить на две группы: активные и пассивные. В первой требуется подвод энергии на осуществление методов управления. Во второй управление осуществляется либо через создание определенных условий, в которых формируются пограничные слои задан-

ных характеристик, способные инициировать возмущения требуемого типа, параметров и свойств, либо через осуществление воздействия на формирование и динамику самих возмущений, используя для этого разнообразие граничных, краевых или начальных условий.

Использование внешнего градиента давления заключается в выборе контура обтекаемого тела, где положительный или отрицательный внешний градиент создают благоприятные или неблагоприятные факторы для развития возмущений.

Как известно, основная цель управления переходом заключается в осуществлении двух разнонаправленных целей – увеличения числа Рейнольдса перехода и затягивания ламинарного участка с целью снижения сопротивления трения или, напротив, ускорения перехода с целью использовать повышенный тепло-, импульсо- или массопе-

* Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 12-01-00158а) и Интеграционным проектом СО РАН № 4-2012.

ренос для предотвращения нежелательного отрыва и улучшения качества потока в проблемных местах.

С этой целью необходимо иметь по возможности полную информационную картину поведения возмущений разной природы при положительных или отрицательных градиентах внешних потоков. Работ по устойчивости дозвукового пограничного слоя достаточно много. Не останавливаясь на подробном их перечислении, укажем на обзоры [1–3]. Но имеется незначительное число работ по данному вопросу для сверхзвукового пограничного слоя, где эти вопросы обсуждаются достаточно касательно [4; 5].

Имеется настоятельная необходимость продолжить подобные исследования. Этой цели заполнения информационного вакуума для сжимаемых газов служат предлагаемые исследования.

В случае течения сжимаемого газа теоретические исследования осложняются необходимостью учета возмущений температуры и плотности. При высоких числах Маха помимо собственных колебаний – бегущих волн Толлмина – Шлихтинга вихревой природы (волны Т-Ш, или возмущения первой моды) появляются неустойчивые инерционные возмущения, связанные с возбуждением акустических мод, из которых наиболее неустойчивой является вторая мода [4].

В теории исследования устойчивости течений с градиентом давления выполняются так же, как для безградиентного обтекания пластины. Для среднего течения используется класс подобных решений, который существует, когда скорость потенциального течения пропорциональна степени текущего расстояния, измеряемого от передней кромки пластины. Влияние градиента давления проявляется в распределении динамических пограничных слоев (средних продольных скоростей), при этом могут значительно меняться и тепловые пограничные слои, в частности, температуры торможения на стенке.

Параметры, которые могут быть реализованы в экспериментах на аэродинамических трубах Т-325 и Т-326 ИТПМ СОРАН, являлись отправными при численном моделировании. Это умеренные и высокие числа Маха ($M = 2$ и $5,35$), единичные числа Рейнольдса $Re_1 = 12,5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, постоянные температуры торможения (310–390) К, $\gamma = 1,4$, числа Прандтля $\sigma = 0,72$. В данной работе

проведены расчеты для $3,5 \cdot 10^5 \leq Re_x \leq 5,3 \cdot 10^5$, что соответствует значениям чисел Рейнольдса по толщине пограничного слоя $Re > 600$.

Основные соотношения и методы решения

Основные положения моделей развития линейных возмущений и взаимодействия в трехволновых резонансных системах для сжимаемых пограничных слоев подробно изложены в [4; 6]. Приведем некоторые необходимые сведения. Обозначим через ε масштаб пульсационного поля ($\varepsilon \ll 1$). Рассматривается возмущенное поле скоростей, плотности, давления и температуры сжимаемого газа

$$\bar{u} = |U(Y) + \varepsilon u', \varepsilon v', \varepsilon w'|,$$

$$\rho(Y) + \varepsilon \zeta', P(Y) + \varepsilon p',$$

$$T(Y) + \varepsilon \Theta', p' / P = \zeta' / \rho + \Theta' / T$$

в безразмерной декартовой системе координат $X, Y, Z = (x, y, z) / \delta$, где $\delta = (v_e x / U_e)^{1/2}$ – характерный масштаб, e – индекс параметров на внешней границе пограничного слоя. Величины со штрихами и без штрихов – пульсационные и средние компоненты соответствующих величин.

Волновые решения ищутся в виде

$$\begin{aligned} (\bar{Z})'_j &= A_j(\xi)(\bar{Z})^0_j(Y) \exp(i\theta_j) + \\ &+ k.c. + \varepsilon \bar{Z}^1_j + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

$$j = 1, 2, 3,$$

где $\bar{Z}' = |u', v', w', p', \Theta'|$ – собственные амплитудные функции продольной, нормальной и трансверсальной компонент волновых скоростей, возмущения давления и температуры; A – неопределенная в линейном приближении амплитуда; $k.c.$ – комплексно-сопряженные величины; $\theta = \alpha X + \beta Z - \omega t$, $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$, $\alpha_i < 0$ – инкремент; вещественная частота $\omega = 2\pi f$; волновые числа α , β и частота связаны дисперсионным соотношением $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$ по линейной теории.

Из полной системы уравнений движения и сохранения для сжимаемого газа для вектора-функции \bar{Z} получаем исходную систему для возмущений

$$\varepsilon \left\{ \sum_{j=1}^n e^{i\theta_j} [L(\bar{Z}^0_j) + \partial L(\bar{Z}^0_j) / \partial \alpha_j \partial / \partial X + \right.$$

$$+ \partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \omega_j \partial / \partial t A_j + \varepsilon \sum_{k,l}^n e^{i(\theta_k + \theta_l)} \times \\ \times [L(\bar{Z}_{k+l}^1) + A_k A_l \bar{M}_{k,l}^j (\bar{Z}_j^0 \bar{Z}_{lX}^0, \dots)] = 0 \quad (2)$$

с краевыми условиями $\{u, v, w, \Theta\} = 0$ при $Y = 0, Y = \infty$. Линейный оператор L имеет вид

$$[\rho(Gu + U_y v) + i\alpha p / (\gamma M^2) - \\ - (\mu / R) u_{YY}] = 0, \\ [\rho Gw + i\beta p / (\gamma M^2) - \\ - (\mu / Re) w_{YY}] = 0, \\ [\rho Gv + p_y / (\gamma M^2)] = 0, \\ [G\zeta + \rho_y v + \\ + \rho(i\alpha u + v_y + i\beta w)] = 0, \\ [\rho(G\Theta + T_y v) + (\gamma - 1)(i\alpha u + v_y + i\beta w) - \\ - \mu\gamma / (\sigma R) \Theta_{YY}] = 0, \\ \zeta = \rho(p / P - \Theta / T), G = i(-\omega + \alpha U).$$

Здесь M – число Маха на внешней границе; $\gamma = c_p / c_v$ – показатель адиабаты; $\sigma = = c_p \mu / k$ – число Прандтля; k – коэффициент теплопроводности; \bar{M} – сумма нелинейных членов исходных уравнений. При числах Маха $M = 2$ и $M = 5,35$ толщина ламинарного пограничного слоя определяется значениями $Y = 7$ и $Y = 17$, а интегрирование проведено в интервале $0 \leq Y \leq Y_k, Y_k = 25$. Все величины обезразмерены по параметрам на внешней границе пограничного слоя; выбрана следующая нормировка собственных функций: $v(Y_k) = 1$.

Однородная система (3) (часто называемая системой Дана – Линя) является основой для нахождения собственных значений α при заданных β, ω и числах Рейнольдса $Re_x = x / \delta$ ($R = \sqrt{Re_x}$), а также для построения собственных амплитудных функций линейных волн (1) при неопределенном A .

Подробнее остановимся на получении средних характеристик пограничных слоев с внешним градиентом давления. При таком обтекании существование продольного градиента давления на внешней границе приводит к изменению уравнения для динамического слоя.

Используем уравнения пограничного слоя в криволинейной системе координат (s, y)

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = - \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$\rho(u \frac{\partial T}{\partial s} + v \frac{\partial T}{\partial y}) = \\ = \frac{u}{c_p} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\mu}{c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho u}{\partial s} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0.$$

Вводя обозначения [7]

$$\bar{s} = \int_0^s \rho_e u_e \mu_e ds, \eta = \frac{\rho_e u_e}{(2\bar{s})^{1/2}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy, \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\rho_e u_e}{(2\bar{s})^{1/2}} \bar{\rho},$$

запишем первое уравнение (4) в виде

$$(Cf'')' + ff'' + \frac{2\bar{s}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{s}} \left[\frac{\rho_e}{\rho} - f'^2 \right] = 0,$$

$$C = \frac{\mu \rho}{\mu_e \rho_e}, f' = \frac{u}{u_e}.$$

Напомним, что интегрирование системы (3) для амплитудных функций возмущений проводилось по

$$\bar{y} = y \rho_e u_e / \bar{s}^{1/2},$$

поэтому уравнения стационарного пограничного слоя следует переписать в тех же координатах.

Итак,

$$d\eta = \frac{\rho_e u_e}{(2\bar{s})^{1/2}} \frac{\rho}{\rho_e} dy, \quad \frac{d\bar{y}}{d\eta} = \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}},$$

$$Cf'' = C \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}} \frac{du}{d\bar{y}} = \sqrt{2} \bar{\mu} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}},$$

$$(Cf'')' = (\sqrt{2} \bar{\mu} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}})' = \frac{2}{\bar{\rho}} \frac{d}{d\bar{y}} \left(\bar{\mu} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \right).$$

Так как

$$f' = \bar{u}, g = \frac{1}{2} \int_0^\eta \frac{u}{T} d\eta,$$

получим

$$f = \int_0^\eta \bar{u} d\eta = \int_0^\eta \bar{u} \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2}} d\bar{y} = \sqrt{2} g,$$

$$f f'' = \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}} f \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}},$$

или

$$\frac{d}{d\bar{y}} \left(\bar{\mu} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \right) + \frac{f}{\sqrt{2}} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} + \frac{\bar{s}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{s}} [1 - \bar{\rho} (f')^2] = 0.$$

Система уравнений для динамического пограничного слоя принимает вид

$$\begin{aligned} f &= \int_0^{\eta} \bar{u} d\eta = \int_0^{\eta} \bar{u} \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2}} d\bar{y} = \sqrt{2}g, \\ g &= \int_0^{\eta} \bar{u} \frac{\bar{\rho}}{2} d\bar{y} = \int_0^{\eta} \frac{1}{2} \frac{\bar{u}}{\bar{T}} d\bar{y}, \\ \frac{d}{d\bar{y}} \left(\bar{\mu} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \right) + g \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} + \frac{\bar{s}}{u_e} \frac{du_e}{ds} \times \\ &\times [1 - \bar{\rho}(\bar{u})^2] = 0. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Что касается второго уравнения системы (4) для теплового пограничного слоя, заметим, что, согласно [7]

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial s} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \\ = \bar{\rho} u_e^2 \rho_e^2 \mu_e \left(f' \frac{\partial T}{\partial \bar{s}} - f' \frac{\partial \eta}{\partial \bar{s}} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{f}{2\bar{s}} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right), \end{aligned}$$

его можно переписать:

$$\begin{aligned} f' \frac{\partial T}{\partial \bar{s}} - f' \frac{\partial \eta}{\partial \bar{s}} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{f}{2\bar{s}} \frac{\partial T}{\partial \eta} = \\ = \frac{\bar{u}}{\bar{\rho} \rho_e c_p} \frac{\partial p}{\partial \bar{s}} + \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho} \rho_e^2 c_p} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \\ + \frac{1}{\bar{\rho} u_e^2 \rho_e^2} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{\mu} \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right). \end{aligned}$$

Далее, используем соотношения

$$\begin{aligned} \rho_e c_p \frac{\partial T_e}{\partial \bar{s}} = \frac{\partial p}{\partial \bar{s}}, \quad T = \bar{T} T_e, \quad \mu = \bar{\mu} \mu_e, \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \frac{(2\bar{s})^{1/2}}{\rho_e u_e \bar{\rho}}, \\ u = \bar{u} u_e, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \bar{s}} = \frac{1}{\rho_e u_e \bar{\rho}}, \end{aligned}$$

чтобы придать ему следующий вид:

$$\begin{aligned} -\frac{f}{2\bar{s}} T_e \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \frac{(2\bar{s})^{1/2}}{\rho_e u_e \bar{\rho}} = \\ = \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho} \rho_e^2 c_p} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \frac{T_e}{\bar{\rho} u_e^2 \rho_e^2} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{\mu} \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right). \end{aligned}$$

Переходя к координате \bar{y} , уравнение для теплового слоя можно записать в виде

$$-\frac{f}{\sqrt{2}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \frac{(u_e)^2 \bar{\mu}}{T_e c_p} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) \quad (5.2)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right) + g \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = -(\gamma - 1) M_e^2 \bar{\mu} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2.$$

Введем параметр градиентности

$$dav \equiv -\frac{s}{\rho_e u_e^2} \frac{dP}{ds} = \frac{\bar{s}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{s}},$$

в котором при $dav > 0$ учитывается ускорение внешнего потока, при $dav < 0$, напротив, замедление его в сравнении с безградиентным течением.

Таким образом, для стационарного пограничного слоя необходимо интегрировать систему (5) при следующих краевых условиях:

$$\begin{aligned} \text{а) на поверхности тела} \\ \bar{u}, g, \bar{T} + b\bar{T}' = 0, (\bar{y} = 0) \end{aligned}$$

при наличии теплообмена – задается температура стенки, на теплоизолированной стенке – $\bar{T}' = 0$;

$$\begin{aligned} \text{б) на внешней границе} \\ \bar{u} = 1, \quad \bar{T} = 1, (\bar{y} = \infty). \end{aligned}$$

После этих необходимых разъяснений рассмотрим полученные результаты, причем далее $Y = \bar{y}$.

Результаты и обсуждение

Рассмотрено два варианта задачи – развитие возмущений при $M = 2$ и $M = 5,35$. Для этих режимов последовательно изложим результаты.

Умеренные числа Маха $M = 2$

При невысоком числе Маха в пограничном слое реализуются только вихревые возмущения (волны Толлмина – Шлихтинга). Полезно проанализировать, как меняются эпюры скоростей и температур основного течения при положительном и отрицательном градиентах давления на внешней границе. При этом и динамический и тепловой пограничные слои формируются совместно, равным образом влияя друг на друга, точность выполнения краевой задачи для средних параметров $\varepsilon_l = 10^{-4}$.

На рис. 1 показаны эпюры средней продольной скорости, температуры и средней массовой скорости $RoU = \rho U$ как при безградиентном обтекании $dP/dx = 0$, так и при положительном и отрицательном градиентах. Отрицательный градиент (ускоренное внешнее течение) способствует большему наполнению профиля средней скорости, хотя толщина пограничного слоя меняется незначительно. При положительном градиенте, напротив, заполненность профиля понижается, в нем может появиться точка перегиба $U'' = 0$.

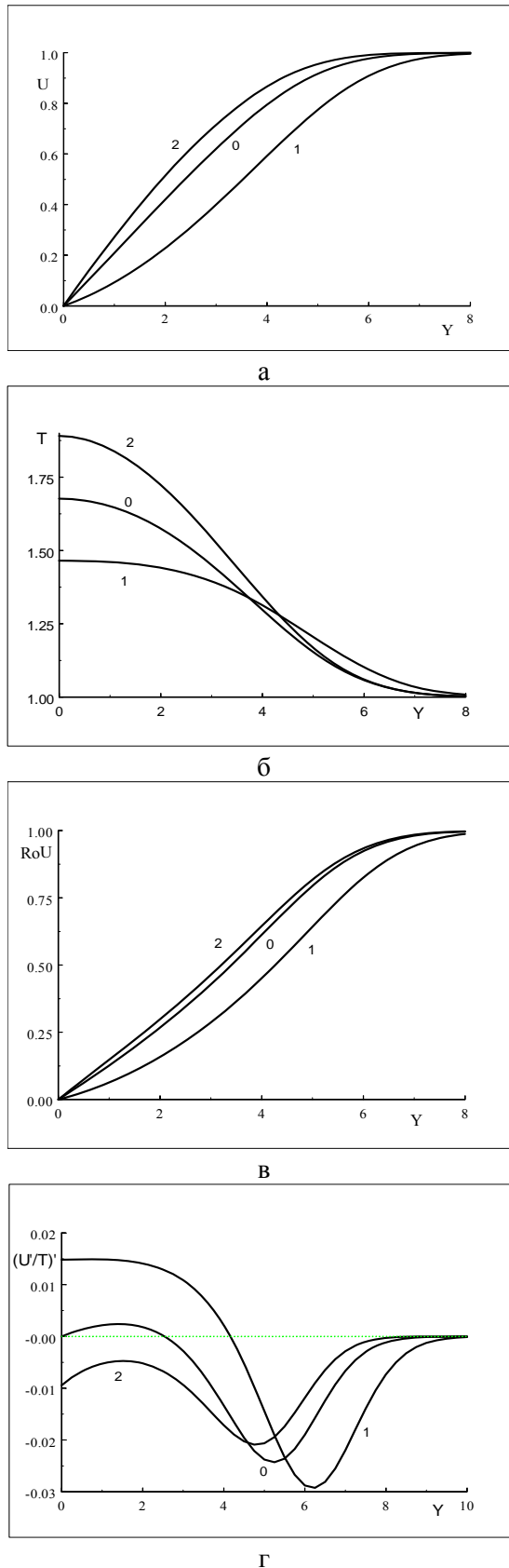


Рис. 1. Профили средней продольной скорости (а); профили средних температур (б); профили средней массовой скорости (в), комплекс обобщенной точки перегиба (г) при $dav = 0; -0,06; 0,06$ (цифры 0–2)

Довольно информативно распределение средних температур в пограничном слое. Оно показывает, что достаточно сильно меняются равновесные температуры на стенке T_w (температуры торможения).

Для $M = 2$ при безградиентном обтекании $T_w = 1,68$ (обезразмеривание по температуре на внешней границе пограничного слоя). При разгоне или замедлении внешнего потока для $dav = \pm 0,06$ температуры торможения принимают значения 1,89 и 1,46.

Это эквивалентно нагреву или охлаждению стенки, которое легко оценить. Характерно, что знак у градиентов средних температур сохраняется при всех значениях dav .

На рис. 1, в показано распределение средней массовой скорости ρU в пограничном слое. Эту характеристику измеряют в эксперименте. Показательно, что так как $\rho = 1/T$, а T при отрицательном внешнем градиенте растет, среднее ρU мало отличается от безградиентных распределений, рост скорости компенсируется понижением средней плотности.

Для положительного внешнего градиента, напротив, разнонаправленность динамики U и ρ приводит к появлению средних массовых скоростей ниже безградиентных. Однако ясно, что величина ρU не может служить ориентиром, по виду которого можно судить о характере влияния внешней градиентности на параметры возмущений.

Для сжимаемого газа на сверхзвуке более показательным является наличие обобщенной точки перегиба $(\rho U)' = 0$ (рис. 1, г). Такая точка существует и при безградиентном внешнем течении, лежит она у самой стенки и там полностью купируется вязкостью. Для замедленного внешнего потока наличие обобщенной точки в середине пограничного слоя ($Y \sim 4$) свидетельствует о понижении стабильности течения и появлении в нем растущих возмущений. Для режимов с $dav > 0$ точки перегиба нет.

Для наглядности полезно представить изменение стабилизации пограничного слоя по виду нейтральных кривых $\alpha^i = 0$, разделяющих области растущих и затухающих возмущений. На рис. 2 (в координатах частота – число Рейнольдса) представлены такие кривые для значений $dav = \pm 0,03$ и 0.

Для безградиентного внешнего потока критическое число Рейнольдса двумерных волн $Re_c = 234$. При наличии положительно-

го внешнего градиента Re_c сдвигается влево, растущие возмущения появляются при $Re > 167$, при этом значительно расширяется область опасных частот. Это указывает на более раннюю дестабилизацию потока; положительный внешний градиент является неблагоприятным фактором, приводящим к более ранней турбулизации и увеличению возможных потерь из-за возрастания сопротивления трения. Напротив, также как и в несжимаемом дозвуковом течении, отрицательный внешний градиент давления является благоприятным фактором, при этом значительно увеличивается Re_c (становясь ~ 400) и деградирует область опасных частот.

Как известно, в несжимаемой жидкости наиболее растущими являются двумерные волны, в сжимаемом газе, напротив, таковыми будут трехмерные компоненты. Сравнительный анализ инкрементов $2D$ и $3D$ вихревых волн представлен на рис. 3 для разных значений коэффициента dav .

Наибольшие значения азимутального волнового параметра лежат в диапазоне $2b = 0,1-0,15$. Инкременты трехмерных компонент при неблагоприятном градиенте значительно превосходят инкременты плоских волн, эта тенденция сглаживается по мере уменьшения этого параметра.

На рис. 4 хорошо видно как при динамике dav у неустойчивых волн уменьшаются степени пространственного нарастания, волны становятся затухающими (инкременты переходят в декременты).

Достаточно полное представление о ряде зависимостей, упомянутых выше, иллюстрирует рис. 5. Здесь видно, что в целом инкременты $3D$ волн выше инкрементов $2D$ компонент, но обнаружены сильные зависимости этих различий от частотных параметров и, естественно, чисел Рейнольдса.

Высокие числа Маха $M = 5,35$

В той же последовательности представим результаты для высокого сверхзвукового числа Маха $M = 5,35$.

Профили средних скоростей и температур при разных градиентностях внешнего потока показаны на рис. 6, а, б. Значение $dav = -0,01$ было предельным, при котором удалось удовлетворить краевой задаче для системы (5), для симметрии ему было противопоставлено такое же положительное

значение параметра. Как видно из рисунка, при этом профили средней продольной ско-

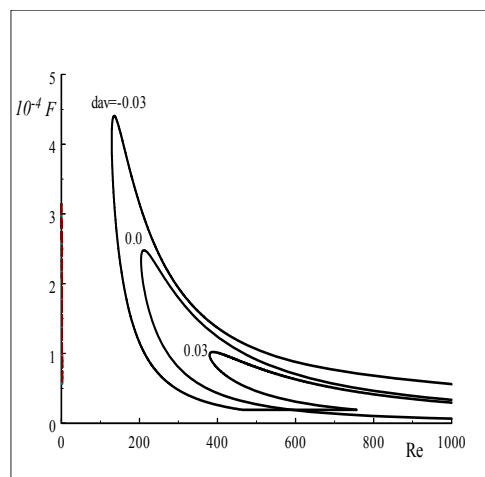


Рис. 2. Кривые нейтральной устойчивости двумерных волн Т-III ($b = 0$) для $dav = 0; -0,03; 0,03$

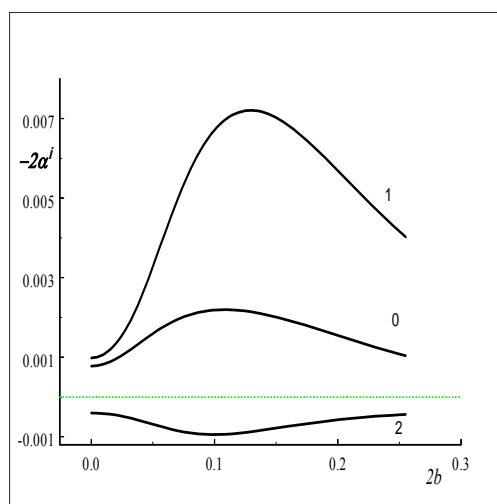


Рис. 3. Зависимость линейных инкрементов бегущих волн Т-III (1) при $F = 0,192 \cdot 10^{-4}$, $Re = 846$, $M = 2$ от азимутального волнового параметра b

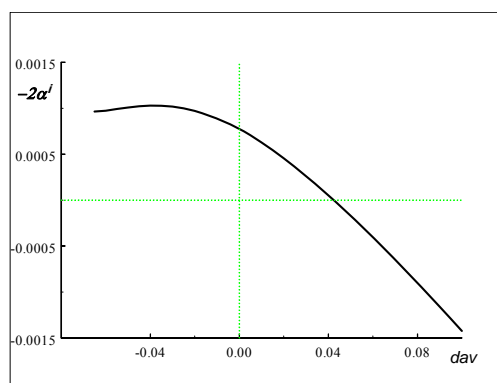


Рис. 4. Зависимость инкрементов от значения dav при частотном параметре $F = 0,192 \cdot 10^{-4}$, числе Рейнольдса $Re = 846$ и азимутальном волновом числе $b = 0$

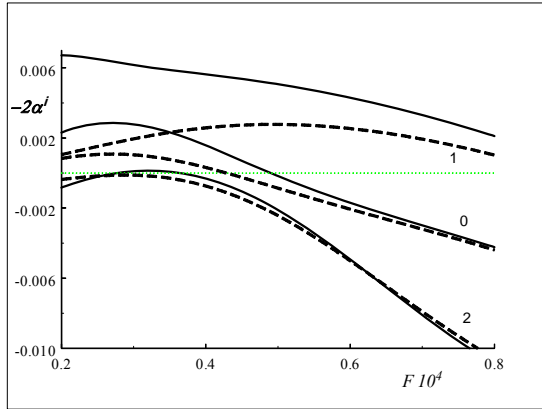


Рис. 5. Продольные коэффициенты усиления линейных волн для разных частот при $Re = 846$ и $dav = 0$; $-0,06$; $0,06$ (цифры 0–2), $2b = 0,1$; 0 (сплошные и штриховые кривые)

рости меняются очень мало, наполненность и дефект в динамических характеристиках, а также изменения толщины слоя столь малы, что можно предположить, что изменения характеристик возмущений будет небольшим. Однако это ложное предположение.

На теплоизолированной стенке температурный фактор $T_w = 5,857$, при наличии внешнего градиента, также как при $M = 2$, значительно меняются температуры торможения на стенке, уменьшаясь при положительных градиентах и увеличиваясь при отрицательных.

Для полноты картины приведем поперечные распределения градиентов средних U и T . Обнаружено достаточно существенное изменение поперечного градиента U' и в пристенной области и в середине слоя (рис. 6, в), в нем появляется точка перегиба в $Y \sim 12$. Характерно, что знак градиента средних температур сохраняется (рис. 6, з).

Рассмотрим наличие обобщенной точки перегиба, в которой $(U'/T)' = 0$, при высоком числе Маха. Ее наличие указывает на возможность реализации невязкой (релеевской) неустойчивости. При этом фазовая скорость волны равна скорости основного течения в точке перегиба (рис. 6, д).

При высоких M в пограничных слоях появляются инерционные волны, связанные с наличием обобщенной точки перегиба. Это так называемые акустические возмущения или волны второй моды. При внешнем положительном градиенте эта точка становится более рельефной, явственной, а при от-

рицательном явно видна тенденция к ее нивелированию и исчезновению. Ниже будет показано, что существует прямая связь этой характеристики со степенями роста акустических волн. И, наконец, на двух следующих рисунках приведены две характеристики, которые не часто рассматриваются при анализе параметров пограничных слоев. На рис. 6, е показаны распределения средних массовых скоростей ρU при разных dav . Как было отмечено в разделе $M = 2$, возможны разные расположения ρU относительно безградиентных распределений, в зависимости от соотношения составляющих ее величин U и ρ .

Для $M = 5,35$ получено, что при положительном внешнем градиенте давления профили ρU становятся более, а при отрицательном — менее наполненными в сравнении с эталонными. А это противоположно зависимостям при умеренном числе Маха. Но в целом эпоны средних массовых скоростей меняются незначительно и остаются довольно близкими при всех dav .

Рассмотрим подробно распределения динамической вязкости в пограничных слоях. На рис. 6, ж приведены их эпоны. Динамическая вязкость рассчитывалась по соотношению Саттерленда, в пристенной области ее зависимости от параметра dav однонаправлены зависимостям от этого параметра средних температур T .

Обратимся к описанию линейных характеристик возмущений.

При $M = 5,35$ наблюдаются возмущения разной природы. Первые — это вихревые возмущения, аналогичные разобранным выше, которые в гиперзвуковых или высоких сверхзвуковых режимах классифицируются как волны первой моды. Возмущения первой моды своим генезисом обязаны вязкости. Она порождает в пристенной области такой сдвиг фаз у пульсаций компонент скорости, что возникающие напряжения Рейнольдса обеспечивают генерацию пульсационной энергии за счет энергии среднего потока. В тоже время вязкость ответственна и за диссипацию. Существование возмущений второй природы связано с появлением обобщенной точки перегиба в середине пограничных слоев. Это инерционные волны второй моды, которые часто называют акустическими. Последнее не совсем верно, так как в вязком пограничном слое они претерпевают значительные

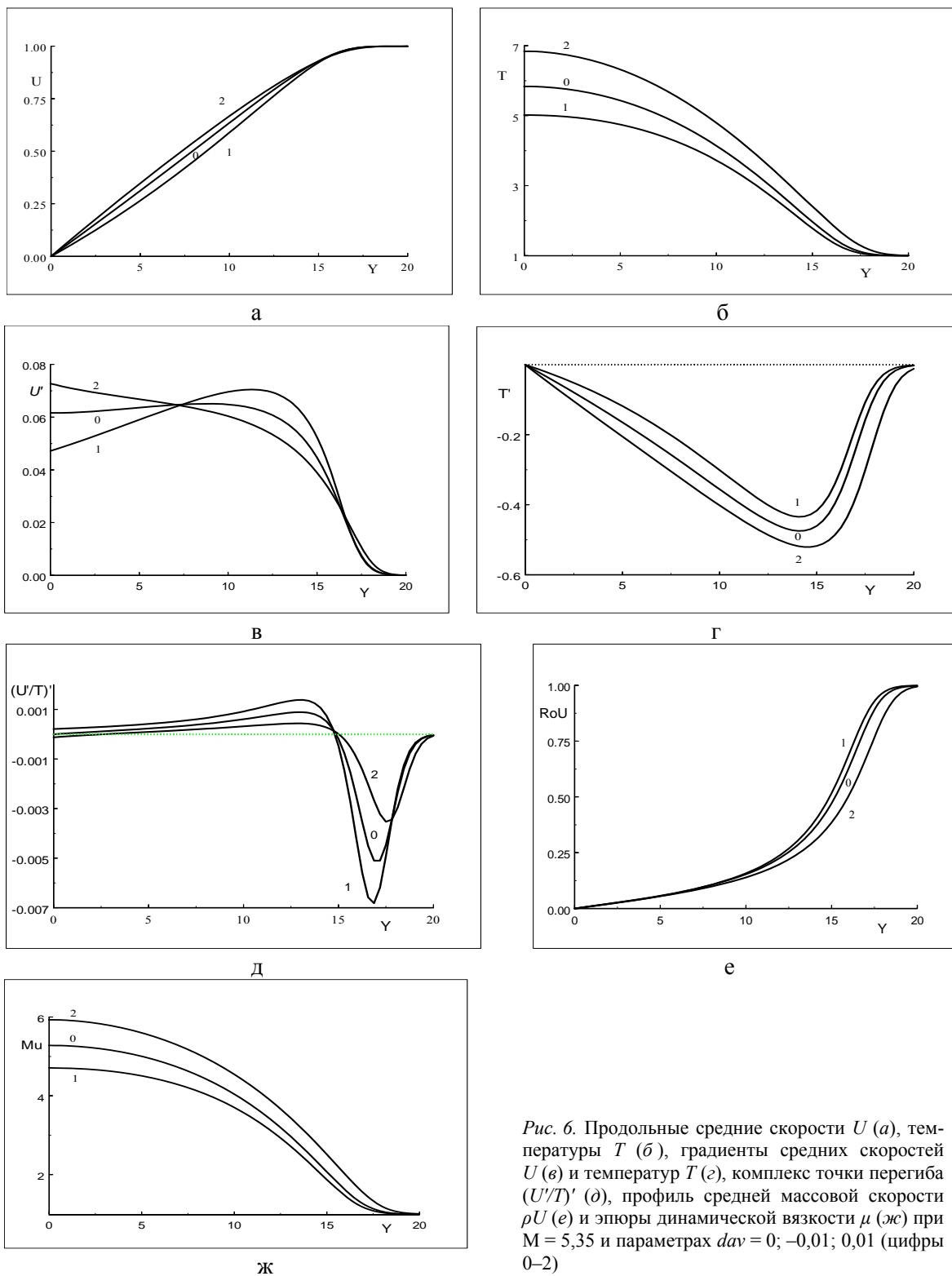


Рис. 6. Продольные средние скорости U (а), температуры T (б), градиенты средних скоростей U' (в) и температур T' (г), комплекс точки перегиба $(U'/T)'$ (д), профиль средней массовой скорости ρU (е) и эпюры динамической вязкости μ (ж) при $M = 5,35$ и параметрах $dav = 0; -0,01; 0,01$ (цифры 0–2)

изменения и отличаются от чисто акустических.

Для волн этих мод также отличаются значения фазовых скоростей (для первой моды $c_1 \approx 0,8$, для второй $c_2 \approx 0,92$, что соответствует скорости основного течения в

точке перегиба) и местоположение максимального значения пульсации массовой скорости – для второй моды он расположен ближе к внешней границе пограничного слоя (при $Y \approx 16$) по сравнению с максимумом первой модой ($Y \approx 12$).

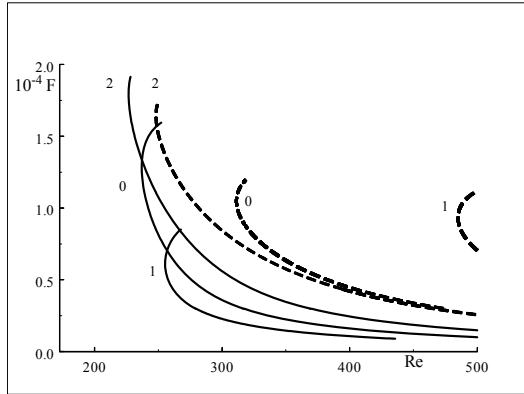


Рис. 7. Кривые нейтральной устойчивости трехмерных ($b = 0,15$) и двумерных волн ($b = 0$) первой моды (сплошные и штриховые кривые) для параметров $dav = 0; -0,01; 0,01$ (цифры 0–2)

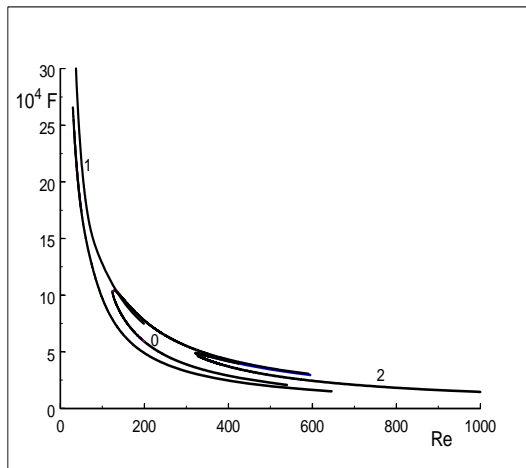


Рис. 8. Кривые нейтральной устойчивости двумерных волн ($b = 0$) второй моды для параметров dav рис. 7

На рис. 7 приведены кривые нейтральной устойчивости $2D$ и $3D$ вихревых волн первой моды.

Наблюдается интересное и поучительное отличие поведения нейтральных кривых вихревых возмущений при данном значении параметра dav от наблюдаемого при умеренном M (см. рис. 2). Оказалось, что при отрицательном градиенте внешнего давления $dav > 0$ (который считается благоприятным), напротив, происходит дестабилизации волн первой моды, при этом уменьшается критическое число Рейнольдса и расширяется область опасных частот. Особенно это заметно на двумерных возмущениях. При положительном внешнем градиенте $dav < 0$ (неблагоприятный градиент давления) критическое число Рейнольдса увеличивается, а область частот растущих возмущений де-

градирует. Этот интересный факт связан с конкуренцией разнонаправленных деформаций динамического и теплового пограничных слоев и будет разобран нами в специальном сообщении. Сейчас просто укажем, что для возмущений первой моды существует реверс критического числа Рейнольдса, и только при $dav > 0,015$ осуществляются закономерности, присущие дозвуковому течению и потокам при умеренных числах M . Из рисунка хорошо понятно, что трехмерные волны являются более растущими, у двумерных Re_c значительно больше.

Возмущения второй моды лежат в высокочастотной области. Положительный градиент дестабилизирует возмущения второй моды в линейной области развития, а отрицательный – стабилизирует их.

Рис. 8 иллюстрирует изменения нейтральных кривых двумерных акустических волн при разных dav . Напомним, что значения параметра были очень небольшими, профили средней скорости мало отличались друг от друга, но при этом отличие критических чисел Рейнольдса получено колоссальное.

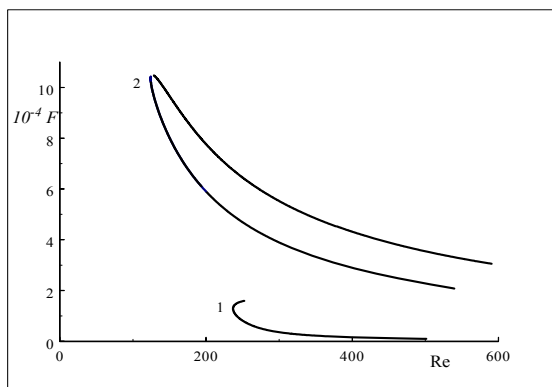
При положительном градиенте акустические возмущения становились неустойчивыми практически с самой кромки пластины, $Re_c \sim 12$.

Область опасных частот в узкой области невысоких чисел Re (близ Re_c) очень широкая. И хотя расчеты по системе Дана – Линя (3) при невысоких Re являются только качественными, тенденция сильного влияния на Re_c прослеживается ясно.

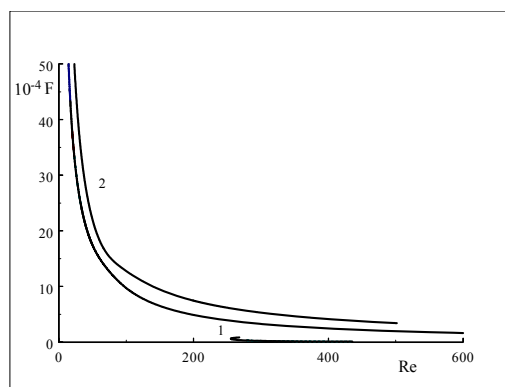
При благоприятном отрицательном градиенте Re_c возрастает до значения ~ 330 , а область неустойчивых частот стягивается в очень узкую полосу.

Полезно сравнить критические числа Рейнольдса возмущений разной природы. Это сделано на рис. 9. Отправными служат результаты для безградиентного внешнего потока (рис. 9, а). Ясно видно, что вихревые волны более устойчивы по сравнению с акустическими, имеют более высокое Re_c на более низких частотах.

Разительна разница между Re_c при положительном внешнем градиенте давления. Всю устойчивость пограничного слоя при этом будут определять инерционные акустические возмущения, которые доминируют в области течения (рис. 9, б). А при от-

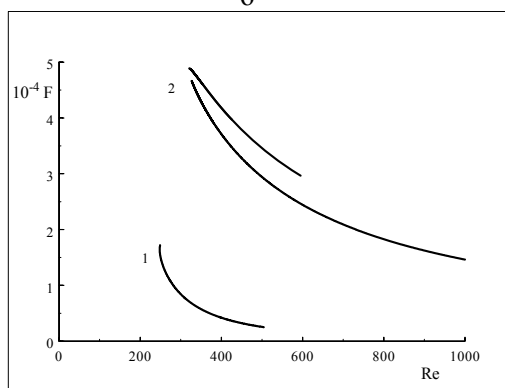


а



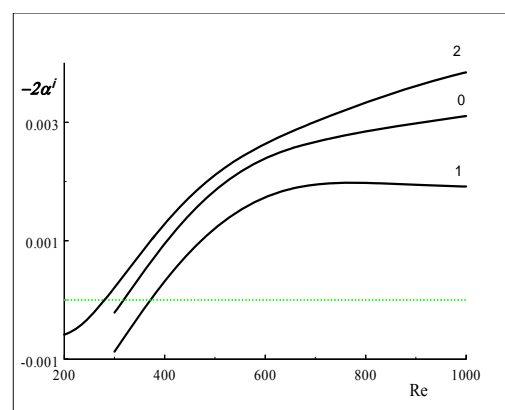
б

Рис. 9. Сравнение нейтральных кривых возмущений первой и второй мод (цифры 1–2) при различных параметрах $dav = 0; -0,01; 0,01$ (а–в)



в

Рис. 10. Линейные инкременты $-\alpha_i$ трехмерных ($2b = 0,13$) волн первой моды при градиентном обтекании $dav = 0; -0,01; 0,01$ (цифры 0–2) при частотном параметре $F = 0,3 \cdot 10^{-4}$



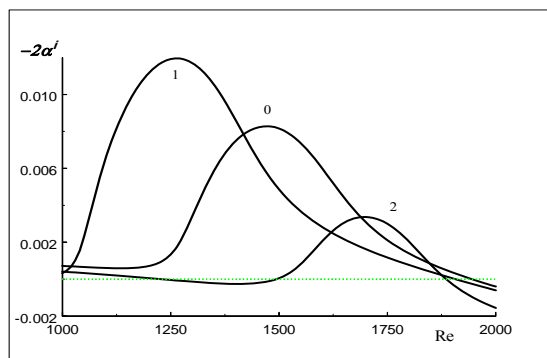
рицательном градиенте внешнего давления акустические колебания настолько стабилизируются, что их Re_c становится больше Re_c вихревых волн (рис. 9, в).

Рассмотрим часто приводимые зависимости – вид инкрементов при разных частотах и Re .

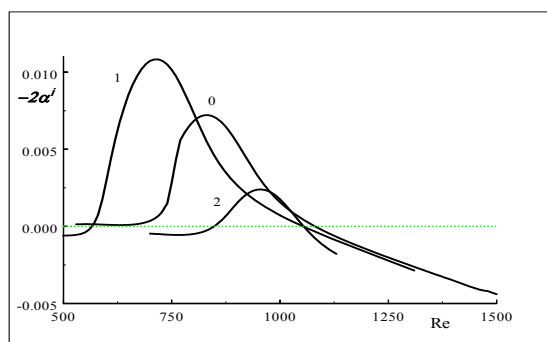
На рис. 10 показаны инкременты первой моды на частоте ~ 17 кГц, линия $-\alpha^i = 0$ отделяет область растущих и затухающих колебаний, значения Re при пересечении этой линии определяют точки нижней нейтральной ветви для каждого значения параметра.

Максимальные значения $-\alpha_i$ в области больших F соответствуют второй моде. Из рис. 11 ясно видно, что линейные степени роста волн второй моды значительно превышают соответствующие значения волн первой моды.

С ростом частотного параметра F происходит сдвиг максимального значения $-\alpha_i$ в область меньших Re , некоторый рост этого максимума и, наконец, уменьшение области Re существования растущих волн этой моды. Так же как для первой моды при умеренных числах Маха $M = 2$, при всех



а



б

Рис. 11. Линейные инкременты $-\alpha_i$ двумерных $2b = 0$ волн второй моды при градиентном обтекании $dav = 0; -0,01; 0,01$ (цифры 0–2) при частотных параметрах $F = 10^{-4}, 1,75 \cdot 10^{-4}$ (а, б)

числах Рейнольдса инкременты при положительном внешнем градиенте наибольшие а при отрицательном – наименьшие.

Выводы

Суммируя вышеизложенное, можно доказательно утверждать, что в сверхзвуковом пограничном слое сжимаемого газа, также как в дозвуковом пограничном слое несжимаемой жидкости, при всех числах Маха положительный внешний градиент давления (замедление внешнего потока) приводит к дестабилизации вихревых возмущений и очень сильному усилению линейной неустойчивости акустических колебаний. При этом уменьшаются критические числа Рейнольдса и растет область опасных частот.

Для невысокого числа Маха $M = 2$ повышение внешнего давления способствует более раннему переходу ламинарной формы течения в турбулентную из-за роста линейных инкрементов и двумерных и трехмерных вихревых волн.

И, напротив, падение внешнего градиента давления (ускорение внешнего потока) приводит к росту критических чисел Рейнольдса, уменьшению линейных инкрементов и затягиванию перехода к турбулентности.

При высоких сверхзвуковых числах Маха очень существенными будут процессы, связанные с высокими линейными инкрементами акустических компонент.

Установлено, что акустические возмущения обнаруживают очень высокую зависимость от знака и величины внешнего градиента, причем при благоприятном градиенте их критическое число Рейнольдса становится больше, чем для вихревых возмущений, а при неблагоприятном – пограничный слой дестабилизируется сразу на передней кромке.

Обнаружено явление реверса зависимости критического Рейнольдса для возмущений первой моды, связанное с конкурентным влиянием деформаций динамического и теплового пограничных слоев в области невысоких значений параметра градиентности.

Список литературы

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
2. Бойко А. В., Грек Г. Р., Довгаль А. В., Козлов В. В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 1000 с.
3. Бойко А. В., Грек Г. Р., Довгаль А. В., Козлов В. В. Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. М.; Ижевск, 2006. 304 с.
4. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980. 144 с.
5. Лысенко В. И. Устойчивость и переход высокоскоростных пограничных слоев и следов. Новосибирск: ПолиграфИздат, 2006. 288 с.
6. Гапонов С. А., Масленникова И. И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 3–12.
7. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966. 440с.

S. A. Gaponov, N. M. Terekhova

**MODELING OF EXTERNAL PRESSURE GRADIENT INFLUENCE
ON THE STABILITY OF DISTURBANCES IN THE BOUNDARY LAYERS
OF COMPRESSED GAS**

This work continues the research on modeling of passive methods of management of flow regimes in the boundary layers of compressed gas. Authors consider the influence of pressure gradient on the evolution of perturbations of different nature. For low Mach number $M = 2$ increase in pressure contributes to an earlier transition of laminar to turbulent flow, and, on the contrary, drop in the pressure leads to a prolongation of the transition to turbulence. For high Mach number $M = 5.35$ found that the acoustic disturbances exhibit a very high dependence on the sign and magnitude of the external gradient, with a favorable gradient of the critical Reynolds number becomes smaller than the vortex disturbances, and at worst – boundary layer is destabilized directly on the leading edge.

Keywords: hypersonic boundary layer, hydrodynamic stability of laminar-turbulent transition.