УДК 621.372.413

**С. В. Савелькаев, В. С. Айрапетян**

*Сибирская государственная геодезическая академия*
*ул. Плахотного, 10, Новосибирск, 630108, РФ*

*v.s.ayrapetyan@ssga.ru*

# МЕТОДИКА РАСЧЕТА РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ МНОГОСЛОЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

Предложена методика расчета резонансной частоты многослойной диэлектрической структуры на основе теории цепей, позволяющая, в сравнении с электродинамическими методами, наиболее просто определить систему ее характеристических уравнений.

*Ключевые слова*: многослойная диэлектрическая структура, диэлектрический резонатор, резонансная частота, система характеристических уравнений.

## Введение

В настоящее время в качестве резонансных систем в фильтрах и автогенераторах СВЧ нашли широкое применение многослойные диэлектрические структуры (МДС) [1–4]. Это обусловлено их высокой термостабильностью и добротностью, а также их малыми размерами. Расчет резонансной частоты МДС [3; 4] на основе традиционных электродинамических методов [1; 2] громоздок и при числе слоев МДС $m > 3$ малопригоден в инженерных расчетах.

В работе предложена методика расчета резонансной частоты основного $H_{01\delta}$-типа колебаний МДС на основе теории цепей, позволяющая наиболее просто, по сравнению с электродинамическими методами, определить систему ее характеристических уравнений.

## Методика

Представим МДС в виде длинной линии с диаметром $D_r$, ограниченную магнитной стенкой $S$ и замкнутую с двух сторон металлическими экранами, как показано на рис. 1. Для нахождения системы характеристических уравнений, устанавливающих связь между продольными волновыми числами $\beta_{iz}$ в ее частичных областях $i = 1, 2, .., m$, принадлежащих внутренней полости I магнитной стенки $S$, будем исходить из условия резонанса

$$Y_1(k-k) + Y_2(k-k) = 0, \qquad (1)$$

где $Y_1(k-k)$ и $Y_2(k-k)$ – входная проводимость нагруженной линии соответственно справа и слева от сечения $k-k$, проходящего через середину резонансного слоя, в качестве которого используют диэлектрический резонатор (ДР) с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_k \geq 40$–80.

В общем случае входную проводимость $Y(s_i)$ $i$-й частичной области рассматриваемой линии можно определить из формулы трансформации сопротивлений [5]

*Савелькаев С. В.*, *Айрапетян В. С.* Методика расчета резонансной частоты многослойной диэлектрической структуры на основе теории цепей // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2014. Т. 9, вып. 1. С. 6–9.

$$Y(s_i) = Y_i \frac{Y_{i-1} + jY_i \operatorname{tg}\beta_{iz}s_i}{Y_i + jY_{i-1}\operatorname{tg}\beta_{iz}s_i}, \tag{2}$$

где $Y_i$ – проводимость $i$-й частичной области, нагруженной на нагрузку с проводимостью $Y_{i-1}$; $s_i$ – толщина этой $i$-й частичной области; $\beta_{iz}$ – ее продольное волновое число

$$\beta_{iz} = \left(\beta_0^2\varepsilon_i - \beta^2\right)^{1/2}; \tag{3}$$

$\beta_0 = \omega\left(\varepsilon_0\mu_0\right)^{1/2} = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число в свободном пространстве с диэлектрической и магнитной проницаемостью $\varepsilon_0$ и $\mu_0$; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота основного $H_{01\delta}$-типа колебаний; $\lambda_0 = c/f$ – длина волны в свободном пространстве; $c$ – скорость света в вакууме; $\varepsilon_i$ – относительная диэлектрическая проницаемость $i$-й частичной области; $\beta$ – эффективное внутреннее поперечное волновое число

$$\beta = 2\chi_{mn}/D_r \tag{4}$$

во внутренней полости I магнитной стенки $S$; $\chi_{mn}$ – корни функции Бесселя $J_m(p/2)$ или Макдональда $K_m(s/2)$ первого рода порядка $m = 0,1$.

Для запредельной $i$-й частичной области, поле в которой распространяться не может и затухает по экспоненциальному закону, справедлива замена

$$\beta_{iz} \to -j\beta_{iz},$$
$$\operatorname{tg}\beta_{iz}s_i \to -j\operatorname{th}\beta_{iz}s_i,$$
$$j = \sqrt{-1},$$

при которой продольное волновое число $\beta_{iz}$ определяется из (3) с перестановкой вида $\beta_0^2\varepsilon_i \leftrightarrow \beta^2$.

Используя (2) с учетом (5), а также учитывая, что входная проводимость линии без потерь связана с ее волновым сопротивлением выражением $Y_w = Z_w^{-1} = \beta_z/\omega\mu_0$, определим входную проводимость

$$Y_1(k-k) = j\frac{\beta_{kz}}{\omega\mu_0}\frac{\beta_{k-1z}G_{k-1} + (-1)^q\beta_{kz}L_k}{\beta_{kz} + \beta_{k-1z}G_{k-1}L_k} \tag{5}$$

справа от сечения $k-k$ при последовательном включении частичных областей $i = 1,\ldots,k$, первая из которых нагружена на короткозамкнутую нагрузку в виде левого металлического экрана, как показано на рис. 1, где

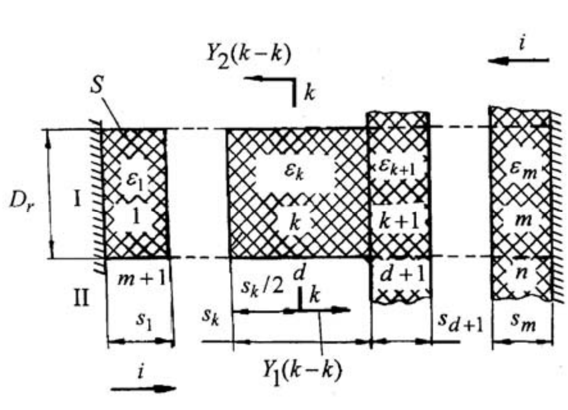


*Рис. 1.* Модель многослойной МДС

$$G_1 = 1/\operatorname{th}\beta_{1z}s_1,$$
$$G_i = \frac{\beta_{i-1z}G_{i-1} + (-1)^q\beta_{iz}L_i}{\beta_{iz} + \beta_{i-1z}G_{i-1}L_i}, \tag{6}$$
$$i = 2,\ldots,k-1,\ i \ne k,$$
$$L_i = \begin{cases} \operatorname{tg}\beta_{iz}s_i \text{ и } q = 1 \text{ для вещественного } \beta_{iz} \\ \operatorname{th}\beta_{iz}s_1 \text{ и } q = 2 \text{ для мнимого } \beta_{iz} = -j\beta_{iz} \end{cases},$$
$$i = 2,\ldots,m-1.$$

Аналогичным образом можно определить входную проводимость

$$Y_2(k-k) = j\frac{\beta_{kz}}{\omega\mu_0}\frac{\beta_{k+1z}G_{k+1} + (-1)^q\beta_{kz}L_k}{\beta_{kz} + \beta_{k+1z}G_{k-1}L_k}$$

слева от сечения $k-k$, где

$$G_m = 1/\operatorname{th}\beta_{mz}s_m,$$
$$G_i = \frac{\beta_{i+1z}G_{i+1} + (-1)^q\beta_{iz}L_i}{\beta_{iz} + \beta_{i+1z}G_{i+1}L_i}, \tag{7}$$
$$i = k-1,\ldots,m-1,\ i \ne k,$$

При исключении магнитной стенки $S$ связь между эффективными внутренним $\beta$ (4) и внешним $g = \left(\beta_0^2(\varepsilon_2 - 1) - \beta^2\right)^{1/2}$ поперечными волновыми числами частичных областей $i = k,d$ во внутренней I и внешней II полости магнитной стенки устанавливается равенством

$$Y_{\text{I}}(r) = Y_{\text{II}}(r), \tag{8}$$

где $Y_{\text{I}}(r)$ и $Y_{\text{II}}(r)$ – поперечные проводимости

$$Y_{\text{I}}(r) = \frac{\beta}{j\omega\mu_c}\frac{J_0(\beta r)}{J_1(\beta r)},$$
$$Y_{\text{II}}(r) = \frac{g}{j\omega\mu_c}\frac{H_0^{(2)}(gr)}{H_0^{(2)}(gr)}$$

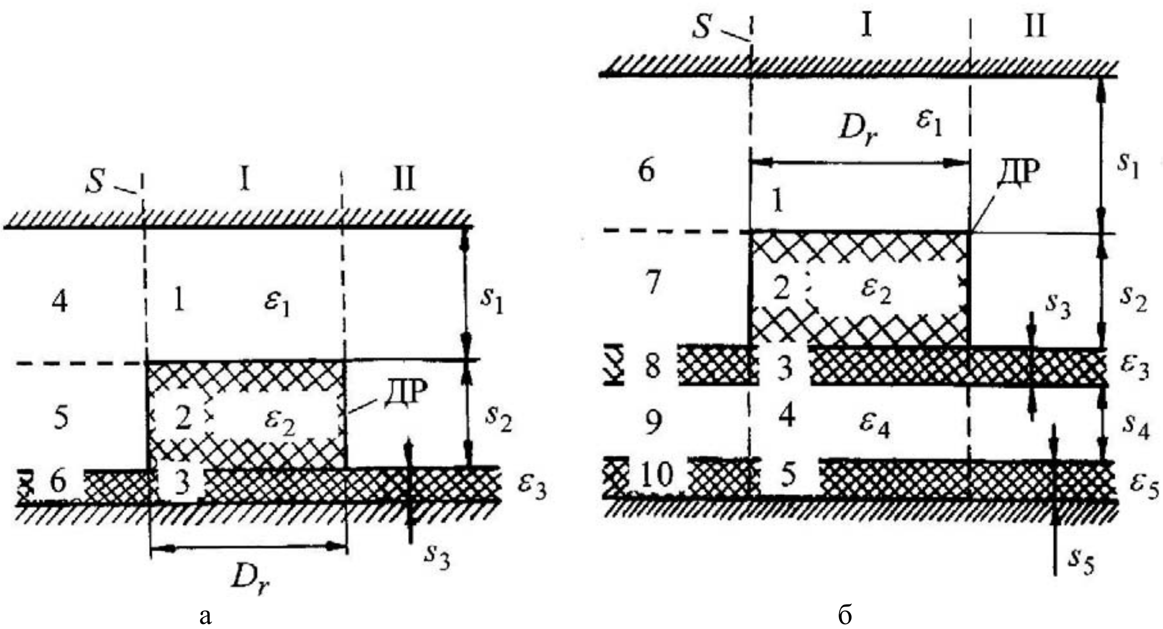


*Рис. 2.* Конструкции многослойных МДС с ДР:
*а* – трехслойной $m = 3$; *б* – пятислойной $m = 5$

частичных областей $i = k, d$, где $\mu_c = \mu_0 \mu_i$ и $\varepsilon_c = \varepsilon_0 \varepsilon_i$; $\mu_i$ – магнитная проницаемость частичных областей $i = k, d$.

Полем в частичных областях $i = m + +1, \ldots, d+1, \ldots n$, $i \neq d$ ввиду малости в них его концентрации пренебрегаем.

Используя уравнения резонанса (1) в сечении $k - k$, а также равенство поперечных проводимостей $Y_{\mathrm{I,II}}(r)$ (8) частичных областей $i = k, d$ на поверхности $S$ при $r = D_r/2$, получим следующую обобщенную систему характеристических уравнений:

$$\begin{aligned} &(\beta_{\text{к}z} + \beta_{\text{к}-1z} G_{\text{к}-1} L_k)(\beta_{\text{к}+1z} G_{\text{к}+1} - \beta_{\text{к}z} L_k) + \\ &+(\beta_{\text{к}z} + \beta_{\text{к}+1z} G_{\text{к}+1} L_k) \times \\ &\times (\beta_{\text{к}-1z} G_{\text{к}-1} - \beta_{\text{к}z} L_k) = 0, \\ &pH_1^{(2)}(s/2) J_0(p/2) = \\ &= sH_1^{(2)}(s/2) J_1(p/2) = 0, \end{aligned} \tag{9}$$

устанавливающую связь между продольными $\beta_{iz}$ и приведенными внутренним $p = \beta D_r = 2\chi_{mn}$ и внешним $s = gD_r$ волновыми числами МДС, где $H_m^{(2)}(s/2)$ – функция Ганкеля второго рода порядка $m = 0, 1$.

Последнее уравнение (9) может быть выражено через наиболее распространенные цилиндрические функции $K_m(s/2)$ Макдональда

$$pK_1(s/2) J_0(p/2) = sK_0(s/2) J_1(p/2) = 0$$

порядка $m = 0, 1$ [1; 3].

Решение системы характеристических уравнений (9) численными методами позволяет рассчитать резонансную частоту $f_0 = \beta_0 c / 2\pi$ основного $H_{01\delta}$ типа колебаний МДС как функцию от $\beta_0$.

## Практическое применение методики

На рис. 2 приведены конструкции наиболее распространенных МДС [1–4].

Каждая из рассматриваемых МДС представляет собой плоскопараллельный экран в виде двух металлических плоскостей – верхнего и нижнего экранов. Между экранами на диэлектрической подложке с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_3$ и толщиной $s_3$ размещен ДР с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2$, диаметром $D_r$ и высотой $L_r = s_2$, как показано на рис. 2.

Диэлектрическая подложка, на которой размещен ДР у МДС, показанной на рис. 2, *а*, установлена непосредственно на нижнем экране, а на рис. 2, *б* – подвешена. Перестройку резонансной частоты $f_0$ в сторону ее увеличения у МДС, показанной на рис. 2, *а*, можно осуществить посредством приближения к ДР верхнего экрана, а на рис. 2, *б* – приближением верхнего и нижнего. Диапазон перестройки $\Delta f_0$ резонансной частоты $f_0$ МДС, показанной на рис. 2, *б*, в сравнении с МДС, показанной на рис. 2, *а*, в 1–1,5 раза больше, а добротность $Q_{\text{н}}$ – на 5–10 % выше.

Используя обобщенную систему характеристических уравнений (9) и формулы (6), (7), можно записать систему характеристических уравнений рассматриваемых МДС в виде

$$\begin{gathered}(\beta_{2z}+\beta_{1z}G_1L_2)(\beta_{3z}G_3-\beta_{2z}L_2)+\\+(\beta_{2z}+\beta_{3z}G_3L_2)(\beta_{1z}G_1-\beta_{2z}L_2)=0;\\ pH_1^{(2)}(s/2)J_0(p/2)=\\=sH_0^{(2)}(s/2)J_1(p/2)=0,\end{gathered}\qquad(10)$$

где для МДС, показанной на рис. 2, *а*:

$$\beta_{1z}=\left(\beta^2-\beta_0^2\varepsilon_1\right)^{1/2};\ \beta_{2z}=\left(\beta_0^2\varepsilon_2-\beta^2\right)^{1/2};$$

$$\beta_{3z}=\left(\beta^2-\beta_0^2\varepsilon_3\right)^{1/2};$$

$$G_1=1/\operatorname{th}\beta_{1z}s_1;\ G_3=1/\operatorname{th}\beta_{3z}s_3;$$

$$L_2=\operatorname{tg}\beta_{2z}s_2/2;$$

для МДС, показанной на рис. 2, *б*:

$$\beta_{1z}=\beta_{4z}\left(\beta^2-\beta_0^2\varepsilon_1\right)^{1/2};\ \beta_{2z}=\left(\beta_0^2\varepsilon_2-\beta^2\right)^{1/2};$$

$$\beta_{3z}=\left(\beta^2-\beta_0^2\varepsilon_3\right)^{1/2};\ \beta_{5z}=\left(\beta^2-\beta_0^2\varepsilon_5\right)^{1/2};$$

$$G_1=1/\operatorname{th}\beta_{1z}s_1;\ G_3=\frac{\beta_{4z}G_4+\beta_{3z}L_3}{\beta_{3z}+\beta_{4z}G_4L_3};$$

$$G_4=\frac{\beta_{5z}G_5+\beta_{4z}L_4}{\beta_{4z}+\beta_{5z}G_5L_4};\ G_5=1/\operatorname{th}\beta_{5z}s_5;$$

$$L_2=\operatorname{tg}\beta_{2z}s_2/2;\ L_3=\operatorname{th}\beta_{3z}s_3;$$

$$L_4=\operatorname{th}\beta_{4z}s_4.$$

Система характеристических уравнений (10) МДС (см. рис. 2, *а*), полученная на основе теории цепей, полностью идентична системе характеристических уравнений [2], полученной электродинамическим методом.

### Заключение

Предложена простая инженерная методика расчета резонансной частоты МДС. Ее можно применить к МДС с составным термокомпенсационным ДР, а также к МДС, резонансная частота ДР которых перестраивается диэлектрическим штырем в сторону уменьшения. Значимое применение методики – проектирование фильтров и автогенераторных СВЧ-устройств для наземной и космической связи.

### Список литературы

1. *Ильченко М. Е., Взятышев В. Ф., Гассанов Л. Г. и др.* Диэлектрические резонаторы / Под ред. М. Е. Ильченко. М.: Радио и связь, 1989. 328 с.

2. *Черний Б. С.* Расчет резонансной частоты $H_{01\delta}$-типа колебаний диэлектрического резонатора СВЧ в плоском волноводе // Электронная техника. Серия: Электроника СВЧ. 1982. Вып. 11. С. 30–33.

3. *Плавский Л. Г., Савелькаев С. В.* Анализ транзисторного генератора СВЧ с диэлектрическим резонатором // Широкополосные усилительные и генераторные устройства ВЧ и СВЧ: Межвуз. сб. науч. тр. Новосибирск, 1985. С. 145–149.

4. *Плавский Л. Г., Савелькаев С. В.* Транзисторный сверхвысокочастотный автогенератор с диэлектрическим резонатором // Приборы и техника эксперимента. 1989. № 1. С. 141–143.

5. *Фальковский О. И.* Техническая электродинамика. М.: Связь, 1978. 432 с.

*Материал поступил в редколлегию 29.01.2014*

**S. V. Savelkaev, V. S. Ayrapetyan**

**COMPUTATIONAL PROCEDURE FOR RESONANT FREQUENCY OF A MULTI-LAYER DIELECTRIC STRUCTURE ON THE BASIS OF CIRCUIT ANALYSIS**

This paper introduces a computational procedure to define the resonant frequency of a multi-layer dielectric structure on the basis of circuit analysis which allows for a simplest determination of its characteristic equation system vs. electrodynamic methods.

*Keywords*: multi-layer dielectric structure, resonant frequency, characteristic equation system.