

С. М. Аульченко¹, В. П. Замураев^{1,2}, А. П. Калинина^{1,2}

¹ *Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия*

² *Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия*

aultch@itam.nsc.ru; zamuraev@itam.nsc.ru; a_p_kalinina@mail.ru

КРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ ИЗМЕНЕНИЙ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ТРАНСЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ И ЛОКАЛЬНОМ ИМПУЛЬСНОМ ПОДВОДЕ ЭНЕРГИИ

В рамках критериев проведено обобщение результатов численного моделирования трансзвукового обтекания профиля с локальным импульсным подводом энергии для широкого набора параметров. Определен набор критериев, позволяющих прогнозировать не только степень, но и характер перестройки течения. Проводится сравнение результатов критериального анализа с численными расчетами трансзвукового обтекания (число Маха $M_\infty = 0,85$) профиля НАСА-0012 при симметричном подводе энергии в зонах как узкой, так и компактной формы.

Ключевые слова: трансзвуковое течение, крыловой профиль, импульсный подвод энергии, критерии гомохронности, уравнения Эйлера.

Введение

Информация о режимах трансзвукового обтекания с энерговыделением, при которых стабилизируются или улучшаются летные качества, может быть использована в ряде случаев: при принятии решений в аварийных и других нестандартных ситуациях, при разработке альтернативных методов управления аэродинамикой летательного аппарата, для улучшения производительности транспортных систем и промышленных установок [1]. В [2; 3] были представлены результаты аналитического обобщения результатов численного моделирования в рамках критериев гомохронности на примере зон узкой формы. В данной работе, являющейся продолжением и развитием [2; 3], получены формульные выражения для зон компактной формы, а также предложены два новых критерия. Один из них позволяет выявить особенности в структуре течения,

а второй – предсказать слабые изменения в пространственном распределении физических величин, если сильных изменений не ожидается. Благодаря этому в рамках введенных критериев можно проанализировать широкий круг явлений с подводом энергии при трансзвуковом обтекании профиля.

Основные критерии

Прогноз изменений в картине течения при внесении импульсного источника энергии должен включать ответы на следующие вопросы:

- 1) о возможности замены импульсно-периодического подвода энергии непрерывным подводом энергии эквивалентной мощности;
- 2) о степени восстановления стационарного решения между импульсами подвода энергии;

Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Критериальный прогноз изменений ударно-волновой структуры при трансзвуковом обтекании крылового профиля и локальном импульсном подводе энергии // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2014. Т. 9, вып. 1. С. 39–48.

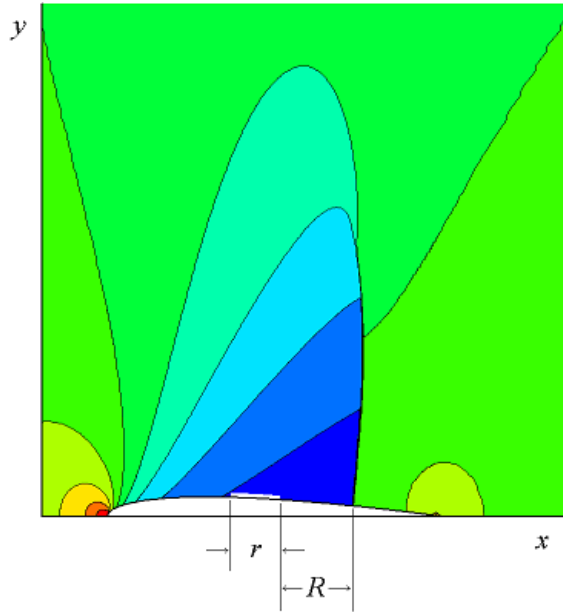


Рис. 1. Изобары при стационарном обтекании крылового профиля NASA-0012 без подвода энергии при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 0,85$ с $\gamma = 1,4$. Белой полоской изображена зона подвода энергии

3) о вероятности значительных изменений в ударно-волновой структуре;

4) о виде ударно-волновых структур в процессе перестройки течения.

Численное моделирование проводится на основе уравнений Эйлера. Постановка задачи при мгновенном объемном и массовом энерговыкладе изложена, например, в [4].

Ударно-волновая структура трансзвукового обтекания профиля и, следовательно, его волновое сопротивление F_x определяются заданием следующих параметров: длина хорды b и толщина профиля δ (при заданной его форме); параметры набегающего потока (скорость газа u_∞ , давление p_∞ , скорость звука a_∞ (или плотность ρ_∞)); длина r и толщина Δy зоны подвода энергии, параметры, определяющие положение зоны (расстояние R до невозмущенного положения замыкающего скачка и удаление зоны от профиля); период подвода энергии Δt и энергия импульса ΔE (расстояния r и R показаны на рис. 1).

Кроме того, существуют параметры, определяющие физические свойства газа. Основные расчеты проводились для обтекания профиля идеальным газом с показателем адиабаты γ . Таким образом, волновое сопротивление профиля определялось задани-

ем 10 параметров: $b, u_\infty, p_\infty, a_\infty, \gamma, r, \Delta y, R, \Delta t$ и ΔE (для случая зоны, прилегающей к профилю). Вместе с силой F_x параметров одиннадцать. Имеем функциональное соотношение

$$F_x = F(b, u_\infty, p_\infty, a_\infty, \gamma, r, \Delta y, R, \Delta t, \Delta E),$$

связывающее эти параметры.

Независимых размерностей три: масса, время и расстояние. В соответствии с π -теоремой [5] соотношению можно придать вид

$$F_x / \left(\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 b \cdot 1 \right) = C_x = f(M_\infty, \gamma, r/b, \Delta y/b, R/b, \Delta t / (b/a_\infty), \Delta E / (p_\infty b^3)).$$

Здесь F_x – волновое сопротивление на единичную длину размаха крыла, C_x – коэффициент волнового сопротивления, M_∞ – число Маха набегающего потока; для идеального газа $a_\infty^2 = \gamma p_\infty / \rho_\infty$. В основных расчетах $\gamma = 1,4$, $M_\infty = 0,85$ при обтекании профиля NASA-0012. Исследовалось влияние пяти безразмерных параметров. Однако в качестве этих безразмерных параметров можно выбрать другие комбинации. Назовем их критериями, так как каждый из них позволяет ответить на некоторый конкретный вопрос о влиянии подвода энергии на обтекание профиля. Все они будут определены ниже, а их приближенное вычисление будет проводиться по параметрам источника энергии и стационарного решения без подвода энергии. Выбранный диапазон относительной протяженности источника энергии $0,05 \leq r/b \leq 0,1$ обладает следующими преимуществами. С одной стороны, в первые периоды подвода энергии можно рассматривать воздействие этого источника на поток как возмущение, а с другой стороны, пространственное рассеяние энергии в пределах профиля будет относительно слабым.

При достаточно малом периоде подвода энергии характер решения будет очень близок к случаю стационарного решения при непрерывном подводе энергии. Ответ на вопрос о возможности подобного приближения дает введенный в [2; 3] четвертый критерий гомохронности. В дальнейшем он будет называться критерием гомохронности по размеру зоны:

$$Ho_z = \frac{\Delta t}{r/a_\infty}. \quad (1)$$

Если этот критерий значительно меньше единицы ($Ho_z \ll 1$), режим энергоподвода практически непрерывный. Действительно, количество порций энергии, получаемых газом за то время, пока он проходит вдоль зоны, примерно равно

$$N = \frac{1}{Ho_z}. \quad (2)$$

Для определенности, если $N > 4$ ($Ho_z < 0,25$), то режим можно назвать квазинепрерывным, в противном случае ($N < 4$, $Ho_z > 0,25$) режим будет однозначно импульсным, и необходимо определять, будет ли восстанавливаться стационарное решение между импульсами подвода энергии. Для квазинепрерывного режима понятие периода теряет смысл, вследствие чего для него число независимых безразмерных комбинаций становится равным 4. В общем случае математические выражения для критериев будут зависеть от вида режима – импульсный или квазинепрерывный, от локализации источника и формы зоны, но смысл критериев будет близкий.

В [3] выполнена оценка минимальной энергии, необходимой для получения нелинейного эффекта при подводе энергии. Она была основана на требовании, чтобы от источника энергии возникал дополнительный перепад давления, больший или равный исходному давлению. Было проведено сравнение с результатами численного моделирования. Корень из отношения максимального дополнительного давления к исходному будем называть критерием интенсивности энергетического воздействия β :

$$\beta = \sqrt{\frac{\Delta p}{p}}. \quad (3)$$

Одновременно этот критерий равен частному от деления скорости возмущения от источника на скорость звука в набегающем потоке, вычисленном в приближении сильной ударной волны (будет показано ниже). Но это при условии, что коэффициент, зависящий от показателя адиабаты, округляется до ближайшего целого. Таким образом, для нелинейного взаимодействия необходимо (однако в общем случае недостаточно), чтобы $\beta \geq 1$.

Критерий трансформации замыкающего скачка H_λ выявляет характер взаимодействия возмущения от источника с замыкающим скачком. Наиболее удобно его использовать, если источник расположен выше

по течению от замыкающего скачка. Этот критерий равен отношению скорости распространения возмущения от источника относительно газа (вычисленной в приближении сильной ударной волны вблизи замыкающего скачка и поверхности профиля) к скорости звука в набегающем потоке:

$$H_\lambda = \frac{D}{a_\infty}.$$

Поскольку в процессе взаимодействия ударных волн образуется структура, похожая на букву «лямбда», что будет описано ниже, для краткости этот критерий назван лямбда-критерием (он не связан с лямбда-скачком, возникающим при взаимодействии ударной волны с пограничным слоем). Значительная трансформация замыкающего скачка происходит, если $H_\lambda \geq 1$.

Если источник расположен ниже по течению от замыкающего скачка, то применяется следующий критерий перестройки течения, названный для краткости критерием задней кромки H_{edge} . Он показывает, остается ли ударной волной возмущение от источника, когда оно достигает задней кромки. Этот критерий равен отношению скорости возмущения от источника, вычисленной в окрестности задней кромки и в приближении сильной ударной волны, к скорости звука в набегающем потоке:

$$H_{edge} = \frac{D}{a_\infty}.$$

Если $H_{edge} \geq 1$, то можно ожидать значительной перестройки течения, так как окрестность задней кромки является особой точкой.

Приближение сильной ударной волны является целесообразным, так как благодаря этому значения критериев в окрестности единицы имеют резкую зависимость от параметров задачи. Это отвечает требованиям, которым должен служить критерий. Если бы критерии были введены как отношение скорости возмущения от источника к скорости звука в набегающем потоке, то мы имели бы асимптотическую зависимость.

Для импульсного режима можно ввести еще два критерия гомохронности, связанные с периодом подвода энергии. Один вводится по границе объекта и обозначается Ho_{sound} . Он равен отношению периода энергоподвода к максимальному времени распространения возмущения от зоны до задней кромки профиля:

$$Ho_{\text{sound}} = \frac{\Delta t}{t_{\text{edge}}}.$$

Если этот критерий меньше единицы, значит, стационарное решение не восстанавливается между двумя импульсами подвода энергии и изменения в характере течения обязательно будут. Однако в окрестности задней кромки нет ударно-волновых структур, поэтому для импульсного режима само по себе условие $Ho_{\text{sound}} \leq 1$ гарантирует наличие только слабых изменений в поле параметров течения. Но если N_{edge} или H_λ превышает единицу, то будут значительные изменения в ударно-волновой структуре.

Второй критерий Ho называется критерием гомохронности по замыкающему скачку. Он был введен в [3] как третий критерий гомохронности, и для него было получено математическое выражение для случая узкой зоны. Он равен отношению периода энергоподвода к максимальному времени распространения возмущения от зоны до замыкающего скачка:

$$Ho = \frac{\Delta t}{t_{\text{shock}}}. \quad (4)$$

Если $Ho \leq 1$, а критерий интенсивности $\beta \geq 1$, то будет происходить накопление ударно-волновых возмущений перед замыкающим скачком. Даже если соответствующий положению зоны критерий перестройки течения меньше единицы, значительные изменения в ударно-волновой структуре все равно будут.

Таким образом, в случае квазинепрерывного режима результирующее течение в

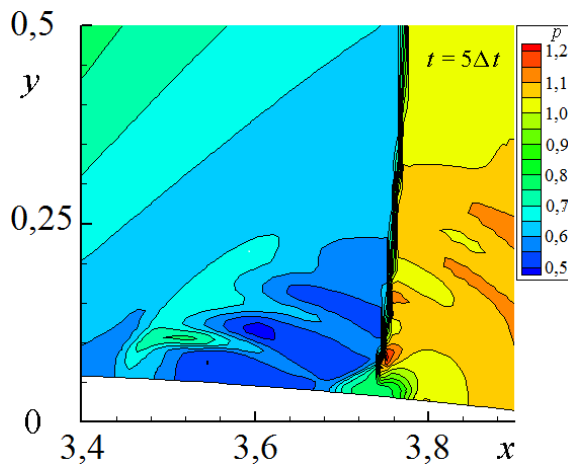


Рис. 2. Поле давления после 5 периодов подвода энергии

общем случае будет функцией $f_1(Ho_z, \beta, H_{\text{edge}}, H_\lambda)$, а в случае импульсного режима – либо $f_2(Ho_z, \beta, H_\lambda, Ho, Ho_{\text{sound}})$, если источник расположен выше по течению относительно замыкающего скачка, либо $f_3(Ho_z, \beta, H_{\text{edge}}, H_\lambda, Ho_{\text{sound}})$, если источник – ниже по течению. Рассмотрим, каким образом может быть проанализировано трансзвуковое обтекание крылового профиля NASA-0012 под нулевым углом атаки потоком идеального газа с $\gamma = 1,4$ при числе Маха $M_\infty = 0,85$.

Критериальный прогноз для узкой зоны (импульсный режим)

Рассмотрим энергоподвод в узкой зоне, как показано на рис. 1 (период $\Delta t = 0,05$, энергия, подводимая в одном импульсе, равна $\Delta E = 0,001$, полная подводимая мощность $\Delta E/\Delta t = 0,02$, площадь зоны $\Delta S = 0,819 \cdot 10^{-4}$, протяженность вдоль профиля $r = 0,1$). Энергия подводится симметрично по отношению к профилю в зоне, расположенной в сверхзвуковой области потока перед невозмущенным положением замыкающего скачка уплотнения.

Фрагмент поля давления после 5 периодов подвода энергии изображен на рис. 2. В пределах профиля $3 \leq x \leq 4$ (ось x направлена вдоль хорды профиля).

Критерий гомохронности по зоне подвода энергии (1) равен $Ho_z = 0,5$, т. е. режим подвода энергии импульсный; следовательно, используется функциональная зависимость $f_2(Ho_z, \beta, H_\lambda, Ho, Ho_{\text{sound}})$. Критерий интенсивности β , который определяем согласно (3) с учетом того, что при мгновенном выделении энергии давление повышается изохорически, равен (для диапазона значений показателя адиабаты $1,4 < \gamma < 5/3$):

$$\beta = \sqrt{\frac{\Delta p}{p}} = \sqrt{\frac{\Delta E(\gamma - 1)\gamma}{r\Delta y \cdot a_1^2 \rho_1}} = (0,75 \div 1,05) \cdot \sqrt{\frac{W}{a_1^2 \rho_1}} \approx \sqrt{\frac{W}{a_1^2 \rho_1}} = 2,83, \quad (5)$$

где W – плотность подведенной энергии.

Следовательно, ударная волна от источника достаточно сильная. Для указанного диапазона изменения γ значение β близко к отношению скорости возмущения непосредственно после подвода энергии, вычислен-

ной в приближении сильной ударной волны, к скорости звука в набегающем потоке.

Для сильной ударной волны справедливы равенства

$$p_2 = \frac{2}{\gamma + 1} \rho_1 D^2, \quad \Delta p \approx p_2.$$

Здесь индекс 1 относится к области до ударной волны, индекс 2 – соответственно к области после ударной волны. Тогда критерий интенсивности β с учетом (5) равен

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{\frac{\Delta p}{p_1}} = \sqrt{D^2 \frac{2}{\gamma + 1} \cdot \frac{\rho_1}{p_1}} = \sqrt{\frac{D^2}{a_1^2} \cdot \frac{2\gamma}{\gamma + 1}} = \\ &= \frac{D}{a_1} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma + 1}} = (1,08 \div 1,14) \cdot \frac{D}{a_1} \approx \frac{D}{a_1} = \quad (6) \\ &= \frac{1}{a_1} \sqrt{\frac{W}{\rho_1}}. \end{aligned}$$

Заметим, что выражение (5) для данного диапазона значений показателей адиабаты при округлении коэффициента, зависящего от γ , до ближайшего целого, эквивалентно уравнению

$$\frac{1}{2} \rho_\infty D^2 = \frac{1}{2} W. \quad (7)$$

Найдем H_λ . От узкой зоны подвода энергии перпендикулярно поверхности профиля движется ударная волна, скорость которой может существенно превышать скорость звука набегающего потока. Эта ударная волна сносится вниз по течению, а вдоль поверхности профиля вниз и вверх по потоку распространяются возмущения, скорость которых (в системе отсчета газа) приближенно равна скорости звука. Если в момент времени, когда возмущение, движущееся вниз по потоку, достигает замыкающего скачка, ударная волна, распространяющаяся перпендикулярно поверхности профиля, все еще сильная, то возможно разрушение замыкающего скачка вблизи поверхности (рис. 3). Ударные волны показаны сплошными линиями; звуковая линия и слабые ударные волны – штриховыми линиями; сложная структура, получающаяся при взаимодействии ударной волны от источника и замыкающего скачка, условно показана штрих-пунктирной линией.

Время достижения замыкающего скачка возмущениями от конца зоны подвода энергии равно

$$t_1 = \frac{R}{2a_\infty}.$$

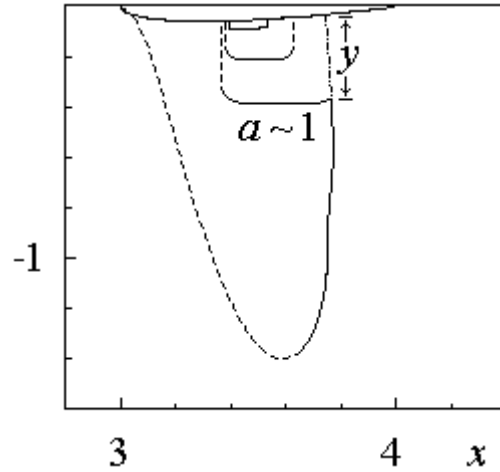


Рис. 3. Схема возмущений, распространяющихся от узкой зоны подвода энергии

Согласно теории подобия, скорость ударной волны от энергоисточника в виде очень тонкого плоского слоя на некотором расстоянии от него обратно пропорциональна квадратному корню из этого расстояния [5]. Используя это приближение, определим скорость ударной волны в момент достижения ею координаты y , когда ударная волна пересекается с замыкающим скачком:

$$D = \sqrt{\frac{W}{\rho_1}} \sqrt{\frac{\Delta y}{y}},$$

где Δy – толщина зоны подвода энергии.

Для времени t_1 справедливо следующее равенство:

$$t_1 = \int_{\Delta y}^y \frac{dy}{D} \approx \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\rho_1}{W}} \frac{y^{3/2}}{\sqrt{\Delta y}}.$$

Из двух выражений для t_1 следует равенство

$$\frac{R}{2a_\infty} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\rho_1}{W}} \frac{y^{3/2}}{\sqrt{\Delta y}}.$$

Оно определяет координату y ударной волны в момент достижения ею замыкающего скачка:

$$y = \left(\frac{3R\sqrt{\Delta y}}{4a_\infty} \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \right)^{2/3} = \left(\frac{9}{16} \Delta y R^2 \beta^2 \right)^{1/3}.$$

В этот момент скорость ударной волны равна

$$D = a_\infty \left(\frac{4\beta^2 \Delta y}{3R} \right)^{1/3}.$$

Отсюда лямбда-критерий равен

$$H_\lambda = \frac{D}{a_\infty} = \left(\frac{4\beta^2 \Delta y}{3R} \right)^{1/3}.$$

Лямбда-критерий $H_\lambda = 0,35$, т. е. структуры, показанной на рис. 3, не будет. Это подтверждает рис. 2. Критерий гомохронности по замыкающему скачку, согласно (4), равен

$$Ho = \frac{\Delta t}{(R+r)/a_\infty}. \quad (8)$$

Его значение равно $Ho = 0,17$, он меньше единицы, следовательно, будут значительные изменения в ударно-волновой структуре. Действительно, из рис. 2 видно, что замыкающий скачок дрейфует вверх по течению. Так как $Ho_{\text{sound}} < Ho$, то в данном случае его вычисление не требуется, для прогноза достаточно первых четырех критериев.

Критериальный прогноз для зоны компактной формы (импульсный режим, значительные изменения)

Для рассматриваемого случая параметры подвода энергии следующие:

период $\Delta t = 0,5$,

подводимая за период энергия $\Delta E = 0,03$,

площадь компактной зоны $\Delta S = 2,92 \cdot 10^{-3}$,

сторона компактной зоны $r = 0,08$,

расстояние до замыкающего скачка $R = 0,08$.

На рис. 4 показаны фрагменты поля плотности.

Критерий гомохронности по зоне $Ho_z = 7,14 > 0,25$, режим импульсный. Располо-

жение компактной зоны аналогично рассмотренному выше случаю узкой зоны, поэтому необходимо вычислить тот же набор аргументов функции $f_2(Ho_z, \beta, H_\lambda, Ho, Ho_{\text{sound}})$. Критерий интенсивности $\beta = 2,76$, ударная волна сильная. Найдем H_λ .

В случае компактной зоны для формы источника энергии должно быть использовано приближение цилиндрического, а не плоского источника. Согласно (7) и [5], для начальной скорости ударной волны справедливо соотношение

$$D = \sqrt{\frac{W}{\rho_1}} \frac{r}{2r_1}, \quad (9)$$

где r_1 – расстояние от центра зоны подвода энергии до текущего положения фронта ударной волны (и скорость D , и расстояние r_1 даны в системе отсчета, связанной с потоком газа), а r – как и раньше, размер зоны подвода энергии вдоль хорды профиля. Структура возмущений схематично показана на рис. 5. Цилиндрические ударные волны для разных моментов времени и замыкающий скачок изображены сплошными линиями; звуковая линия – штриховой; сложная структура, получающаяся при взаимодействии ударной волны от источника и замыкающего скачка, – штрих-пунктирными линиями.

Обозначим через t_1 время, за которое ударная волна от зоны достигнет замыкающего скачка. В системе отсчета газа ударная волна пройдет расстояние r_2 . Приближенно считая скорость звука постоянной, мы получим связь между временем t_1 и расстоянием r_2 :

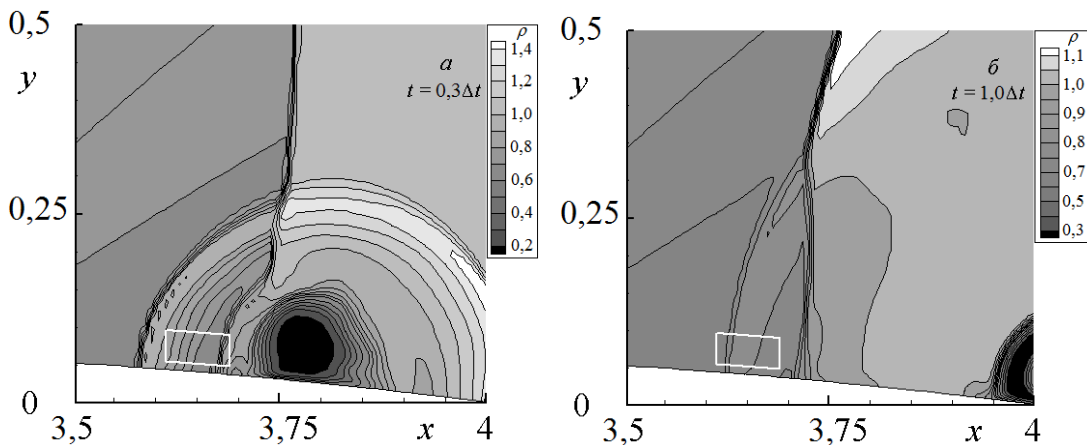


Рис. 4. Поле плотности газа для моментов времени $t = 0,15$ (а) и $t = 0,5$ (б)

$$r_2 = R + r/2 - a_\infty t_1. \quad (10)$$

С другой стороны, расстояние r_2 связано со временем t_1 через интеграл:

$$\begin{aligned} t_1 &= \int_{r/2}^{r_2} \frac{dr'}{D} = \sqrt{\frac{\rho_\infty}{W}} \frac{2}{r} \int_{r/2}^{r_2} r' dr' = \\ &= \sqrt{\frac{\rho_\infty}{W}} \frac{1}{r} \left(r_2^2 - \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Решая систему уравнений (10)–(11), находим r_2 :

$$r_2 \approx \frac{R+r}{2}$$

при $\beta \gg 1$, и скорость ударной волны D , распространяющейся от зоны энергоподвода в момент достижения замыкающего скачка:

$$D \approx \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \frac{r}{2r_2} = \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \frac{r}{R+r}.$$

Тогда лямбда-критерий равен

$$H_\lambda = \frac{D}{a_\infty} = \frac{\beta r}{R+r}. \quad (12)$$

Значение $H_\lambda = 1,38$ показывает, что можно ожидать формирования лямбда-образной структуры.

Переходим к вычислению критерия гомохронности по ударной волне Ho . Для приближенных оценок можно полагать, что влияние цилиндрической ударной волны прекратится, когда она достигнет точки, где ее скорость будет близка к скорости звука. Поэтому в качестве характерного времени влияния этой ударной волны от источника необходимо взять время, за которое скорость ее уменьшится до скорости звука, т. е. она перестанет быть ударной волной. Конечно, это время можно только грубо оценить. Скорость звука a_1 можно приближенно считать равной соответствующей величине в набегающем потоке и аналогично оценить плотность. Из (8) находим расстояние r_1 :

$$r_1 = \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \frac{r}{2a_\infty}.$$

С учетом выражений (8) и (11) находим время, за которое ударная волна проходит расстояние r_1 :

$$t = \int_{r/2}^{r_1} \frac{dr'}{D} = \sqrt{\frac{\rho_\infty}{W}} \frac{2}{r} \int_{r/2}^{r_1} r' dr' =$$

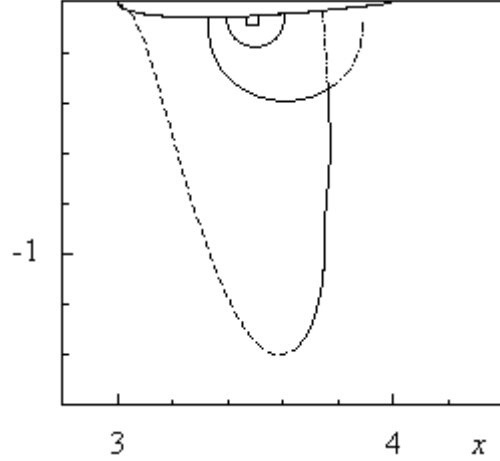


Рис. 5. Схема возмущений, распространяющихся от компактной зоны подвода энергии

$$= \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \frac{r}{4a_\infty^2} - \sqrt{\frac{\rho_\infty}{W}} \frac{r}{4}.$$

Приближенно расстояние r_{up} , до которого дойдет ударная волна вверх по потоку, в системе отсчета, связанной с профилем, равно:

$$r_{\text{up}} = r_1 - a_\infty t = \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \frac{r}{4a_\infty} + \sqrt{\frac{\rho_\infty}{W}} \frac{ra_\infty}{4}. \quad (13)$$

Полное время, за которое возмущение (с учетом массопереноса) достигнет замыкающего скачка, равно

$$\begin{aligned} t_{\text{total}} &= t + \frac{(r_{\text{up}} - r/2) + r + R}{a_\infty} \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{W}{\rho_\infty}} \frac{r}{2a_\infty^2} + \frac{R+r/2}{a_\infty}. \end{aligned}$$

Отсюда получим критерий гомохронности по ударной волне:

$$Ho = \frac{\Delta t}{t_{\text{total}}} \approx \frac{\Delta t}{\beta r / 2a_\infty + (R+r/2) / a_\infty}.$$

Значение $Ho = 2,84 > 1$, поэтому необходимо вычислить критерий гомохронности по задней кромке Ho_{sound} :

$$\begin{aligned} H_{\text{sound}} &= \frac{\Delta t}{t + (r_{\text{up}} + R + r/2 + R') / a_\infty} = \\ &= \frac{\Delta t}{\beta r / 2a_\infty + (R+r/2+R') / a_\infty}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь R' – расстояние от невозмущенного замыкающего скачка до задней кромки. В рассматриваемом случае $Ho_{\text{sound}} = 0,43 < 1$, $H_\lambda > 1$, следовательно, будут значительные

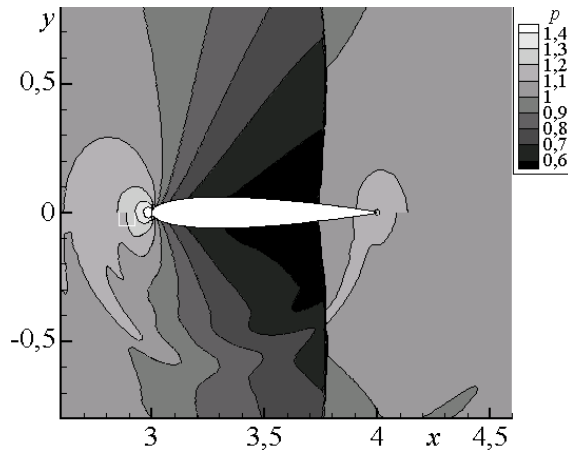


Рис. 6. Изолинии давления стационарного обтекания профиля без подвода энергии (верхняя часть) и с подводом энергии перед профилем (нижняя часть)

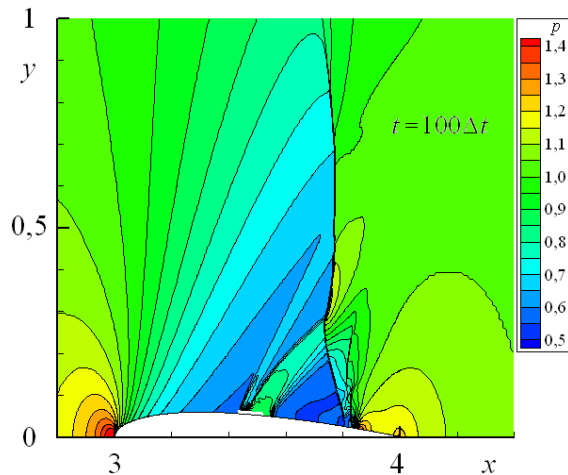


Рис. 7. Поле давления для квазинепрерывного режима подвода энергии в момент времени $t = 100\Delta t$. Белой полоской показана зона подвода энергии

изменения в ударно-волновой структуре, что и происходит (см. рис. 4).

Критериальный прогноз для зоны компактной формы (импульсный режим, слабые изменения)

Рассмотрим диаметрально противоположный случай, когда изменения в структуре течения являются слабыми. Значения параметров составляют $\Delta E = 0,01$ и $\Delta t = 0,5$, а источник энергии расположен перед профилем, симметрично относительно его хорды. На рис. 6 показано изменение поля давления около профиля при установлении

периодического решения по сравнению со стационарным решением (без подвода энергии). Результаты расчета для периодического решения выведены для момента времени непосредственно перед подводом энергии. Верхняя половина отвечает стационарному решению без подвода энергии, нижняя – подводу ее на некотором расстоянии перед профилем. Критерий гомохронности по зоне $Ho_z = 5,64$, значит, режим подвода энергии импульсный. Снова вычисляем значения параметров функции $f_2(Ho_z, \beta, H_\lambda, Ho, Ho_{\text{sound}})$. Однако в качестве R рассматриваем расстояние от границы зоны до поверхности профиля. Теперь Ho имеет смысл критерия гомохронности по расстоянию до профиля.

Критерий интенсивности β равен 0,95. Он меньше единицы, но незначительно. Что гораздо более важно, лямбда-критерий, вычисленный по (12), равен $H_\lambda = 0,63$. Это означает, что от источника энергии до профиля доходит слабое возмущение, движущееся со скоростью звука. Но в пределах первого периода оно успевает переместиться дальше носка профиля, так как критерий Ho , вычисленный по (13), равен $Ho = 2,84 > 1$. Однако критерий гомохронности по замыкающей кромке, вычисленный по (14), равен $H_{\text{sound}} = 0,43 < 1$. Это означает, что возмущение не успевает переместиться за профиль к моменту прихода возмущения от следующего импульса. Следовательно, стационарное решение между импульсами восстанавливаться не будет, однако изменения будут слабыми, что подтверждает рис. 6. Результаты критериального анализа и численного расчета полностью согласуются друг с другом.

Критериальный прогноз для зоны узкой формы (квазинепрерывный режим)

Рассмотрим случай узкой зоны, для которого на рис. 7 приведено поле давления (длина зоны $r = 0,1$, период $\Delta t = 0,01$) в момент времени $t = 100\Delta t$. Наблюдается формирование нового замыкающего скачка, который в конечном счете установится непосредственно перед зоной подвода энергии. Критерий гомохронности по длине зоны (1) равен $Ho_z = 0,1 < 0,25$, следовательно, режим подвода энергии квазинепрерывный. Для анализа нужно вычислить значения критериев, от которых зависит функция

$f_1(Ho_z, \beta, H_{edge}, H_\lambda)$, и пользоваться приближениями непрерывного подвода энергии и сильной ударной волны.

В данном случае подвод энергии осуществляется пропорционально плотности газа [5]. Величина энергии, подводимой в единицу объема на единицу массы, равна $W_m = W/\rho = 4$. Если оценить критерий интенсивности β для первого импульса по формуле (6), получим $\beta \approx 1,4$, т. е. даже первый импульс порождает довольно сильную ударную волну. Если учесть, что частица газа в соответствии с формулой (2) получит количество порций энергии, равное $N = 10$, то значение β будет еще больше. Режим не будет изохорическим, тем не менее, если оценить критерий интенсивности в этом грубом приближении, получим $\beta \approx 6 > 1$. Следовательно, можно ожидать значительного изменения в ударно-волновой структуре и сдвига замыкающего скачка вверх по потоку. Остается невыясненным вопрос, может ли замыкающий скачок сместиться вверх по потоку выше зоны подвода энергии. Источник расположен перед замыкающим скачком, поэтому вычисляем критерий перестройки течения H_λ . Для квазинепрерывного режима условие $H_\lambda > 1$ означает, что в процессе установления решения от источника возникает достаточно сильная ударная волна, которая таковой и остается при достижении замыкающего скачка. В этом случае замыкающий скачок, взаимодействуя с ней, разрушается. В результате формируется новый замыкающий скачок, который устанавливается выше зоны подвода энергии. Приближенно можно считать, что подводимая мощность равна потоку энергии через половину цилиндрической поверхности:

$$Q = W_m \rho_z r \Delta y / \Delta t = \pi R_1 \rho_\infty \frac{D^3}{\alpha}, \quad (15)$$

где R_1 – радиус полуцилиндрической ударной волны в системе отсчета газа, D – ее скорость, α – коэффициент, приближенно равный 2, ρ_z – средняя плотность в зоне подвода энергии. Из (15) выражаем скорость ударной волны:

$$D = \left(\frac{\alpha W_m \rho_z r \Delta y}{\Delta t \pi R_1 \rho_\infty} \right)^{1/3}. \quad (16)$$

Радиус возмущения в момент достижения замыкающего скачка можно считать приближенно равным $(R+r)/2$, а в момент

достижения задней кромки – $(R+r+R')/2$. Зона подвода энергии состоит из N равных по объему порций газа, причем самая верхняя по потоку получила один импульс энергии, следующая за ней – 2 импульса, следующая – 3 импульса, а последняя – соответственно N импульсов. Плотность газа при этом уменьшается с продвижением вниз по потоку. В приближении сильной ударной волны для грубой оценки можно положить, что плотность газа в порции равна

$$\rho_i = \rho_\infty \cdot \left(\frac{\Delta y}{\Delta y + \Delta t \sqrt{W_m}} \right)^{i-1},$$

где i – номер порции газа протяженностью $a_\infty \Delta t$ от верхней границы зоны подвода энергии. Тогда для средней плотности с учетом (6) получаем выражение

$$\rho_z = \frac{\rho_\infty}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta y}{\Delta y + \Delta t \sqrt{W_m}} \right)^{i-1} \right) \approx \frac{\rho_\infty}{Ho_z} = \frac{\rho_\infty \Delta t}{(r/a_\infty)}. \quad (17)$$

На основе (16) и (17), а также с учетом оценки расстояний получаем

$$H_\lambda = \left(\frac{2\alpha W_m \Delta y}{\pi a_\infty^2 (R+r)} \right)^{1/3}.$$

Для $\alpha = 2$ и рассматриваемого течения $H_\lambda = 0,22$, что существенно меньше единицы. В этом случае сдвига замыкающего скачка вверх по потоку выше зоны подвода энергии не должно быть. Расчет это подтверждает.

Заключение

В результате применения теории подобия к трансзвуковому обтеканию крылового профиля получены критерии, определяющие изменения ударно-волновой структуры течения при энергоподводе, получены аналитические выражения критериев для зон разной формы и различных режимов – импульсного и квазинепрерывного. Проанализирован процесс установления решений и проведено сравнение с результатами численного моделирования. Показано, что критериальный прогноз позволяет предсказать качественные особенности формирующейся картины трансзвукового обтекания профиля при энергоподводе и степень изменения ударно-волновой структуры.

Полученные критерии и количественные оценки могут быть использованы как для выбора параметров для численного исследования, так и в качестве средств верификации результатов численных расчетов.

Список литературы

1. *Benard N., Zouzou N., Claverie A., Sotton Ju., Moreau E.* Optical Visualization and Electrical Characterization of Fast-Rising Pulsed Dielectric Barrier Discharge for Airflow Control Applications // *J. Appl. Phys.* 2012. No. 111. P. 033303.

2. *Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П.* Критериальный анализ нелинейных режимов трансзвукового обтекания крыловых профилей с импульсно-периодическим источником энергии // *Вестн. Ново-*

сиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2012. Т. 7, вып. 4. С. 96–106.

3. *Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П.* Критериальный анализ нелинейных режимов трансзвукового обтекания крыловых профилей при энергетическом локальном воздействии // *ЖТФ.* 2013. Т. 83, вып. 4 С. 21–28.

4. *Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П.* Резонансные явления при трансзвуковом обтекании крыловых профилей с импульсно-периодическим подводом энергии // *ПМТФ.* 20011. Т. 52, № 5. С. 85–93.

5. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1957. 376 с.

Материал поступил в редколлегию 22.01.2014

S. M. Aulchenko, V. P. Zamuraev, A. P. Kalinina

CRITERION PREDICTION OF CHANGES OF SHOCK-WAVE STRUCTURE AT TRANSONIC FLOW AROUND AIRFOILS WITH LOCAL IMPULSE ENERGY

The results of numerical modeling of transonic streamline of profile with a local pulse energy supply were generalized in terms of criteria analysis for a wide range of parameters. Defined set of criteria allows predicting not only the degree, but the features of the flow transformation. A comparison of the results of the criteria analysis with numerical calculations of transonic streamline (Mach number $M_\infty = 0,85$) of a symmetrical profile NASA-0012 were performed for energy supply in areas such as narrow and compact form.

Keywords: transonic flow, airfoil, pulse energy supply, criteria homochronicity, Euler equations.