

**В. С. Бердников, К. А. Митин, А. В. Митина**

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН  
пр. Акад. Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия*

*Новосибирский государственный технический университет  
пр. К. Маркса, 20, Новосибирск, 630073, Россия*

*berdnikov@itp.nsc.ru*

## **СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛООБМЕН U-ОБРАЗНОГО КРЕМНИЕВОГО СТЕРЖНЯ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ В РЕЖИМЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ГАЗА \***

Численно в трехмерной постановке задачи исследован сопряженный свободно-конвективный теплообмен разогреваемого за счет пропускания электрического тока U-образного кремниевого стержня, помещенного в прямоугольный контейнер, заполненный газом, с изотермическими холодными стенками. На поверхности U-образного стержня выбрана контрольная точка, в которой за счет изменения напряжения электрического тока поддерживается постоянная температура. Перепад температуры между контрольной точкой и холодными стенками равен 70 К. Методом конечных элементов в декартовых координатах решены уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска в переменных температура, вихрь и векторный потенциал поля скорости. Исследована пространственная форма конвективных течений. Исследованы поля температуры в газе и в твердом теле.

*Ключевые слова:* свободная (термогравитационная) конвекция, сопряженный теплообмен, численное моделирование, метод конечных элементов.

### **Введение**

В качестве исходного сырья для производства монокристаллов кремния высокого качества во всем мире в основном используется поликремний, получаемый с помощью Сименс-процессов [1–3]. Суть Сименс-процесса состоит в водородном восстановлении трихлорсилана на разогреваемых электрическим током затравочных кремниевых стержнях. В настоящее время количество U-образных стержней, устанавливаемых в различных промышленных реакторах, достигает 24–36 единиц. Разработаны варианты современных отечественных реакторов, в ко-

торых стержни-основы не прикреплены ко дну установки, а подвешиваются на верхнюю крышку реактора. При разработке новой аппаратуры явно просматривается тенденция к увеличению длины стержней. В реально работающих реакторах длина стержней варьируется от 1,5 до 3 м.

Одной из самых важных проблем при получении поликристаллов кремния является определение оптимальных условий ведения технологического процесса. На разогревом до высокой температуры вертикальном стержне при малых скоростях продувки газа через реактор развивается свободно-конвективный пограничный слой [4–7]. При уве-

---

\* Работа выполнена при поддержке СО РАН (проект III.18.2.5, номер государственной регистрации 01201350443) и РФФИ (грант 12-08-00487).

личении массового расхода исходных газов через реактор теплообмен происходит в режимах смешанной или вынужденной конвекции [6; 8]. Полного подавления влияния сил плавучести в данной технологии добиться практически невозможно. Термогравитационная и смешанная конвекция в рассматриваемой задаче осложнена химическими реакциями на поверхности разогретого стержня. В режиме термогравитационной конвекции локальные коэффициенты теплоотдачи и массообмена сильно неоднородны в направлении от нижнего торца стержня вниз по потоку (вверх по стержню) в ламинарных режимах и еще более неоднородны (и нестационарны) в режимах ламинарно-турбулентного перехода [5–7].

Оптимизация тепловых условий процесса сводится к необходимости обеспечить высокую степень изотермичности разогретого электрическим током кремниевого стержня. Режимы смешанной конвекции исследованы недостаточно подробно и в основном для систем и геометрий, которые встречаются в энергетических объектах [6; 8]. В основном это течения в трубах и каналах различного сечения и различной ориентации. Для геометрий, характерных для реакторов водородного восстановления, исследования имеют или предварительный характер [2], или для них характерен крайне упрощенный подход [3]. В рассматриваемом классе задач процессы тепло- и массообмена необходимо рассматривать в сопряженной постановке. В полной постановке задачи они практически не могут быть решены, поскольку требуется учет свойств реальной

смеси газов при наличии химических реакций и радиационно-конвективного теплообмена.

В стержнях и в массивных телах произвольной формы, разогреваемых электрическим током [9; 10], поле температуры определяется радиационно-конвективной теплоотдачей с поверхности и перетечками тепла в стержне за счет молекулярной теплопроводности. Задачи теплообмена разогреваемых электрическим током массивных тел до настоящего времени практически не исследованы. В предшествующих работах [9; 10] решены задачи по определению полей температуры в проволоках и цилиндрических бесконечных телах или в тонких оболочках.

Отсюда следует постановка задачи в данной работе. В качестве первого шага рассмотрена задача сопряженного конвективного теплообмена одиночного U-образного стержня с квадратным поперечным сечением аналогично схеме простейшего реактора [1]. Задача решена в декартовой системе координат в трехмерной постановке. Один U-образный стержень находится в прямоугольном контейнере с холодными изотермическими стенками. На поверхности стержня выбрана точка, в которой с помощью подбора напряжения электрического тока поддерживается постоянная температура.

### Постановка задачи

Для реакторов водородного восстановления на начальном этапе технологического процесса характерна U-образная форма кремниевых стержней-основ с квадратным поперечным сечением. Как правило, в современных реакторах стержни расположены с азимутально-радиальной симметрией. Подобная геометрия области требует трудоемких расчетов. Поэтому рассмотрим упрощенную трехмерную постановку задачи. Рассмотрим теплоотдачу от одного U-образного стержня в режиме термогравитационной конвекции. В качестве расчетной области возьмем прямоугольный контейнер со стержнем квадратного сечения, разогреваемым электрическим током.

Расчетная область (рис. 1) состоит из U-образного стержня 1 и ростовой камеры 2, заполненной газом. Граница 3 – торцы кристалла, 4 – слой диэлектрика между кристаллом и стенками ростовой камеры, 5 – стенки-образующие U-образного стержня

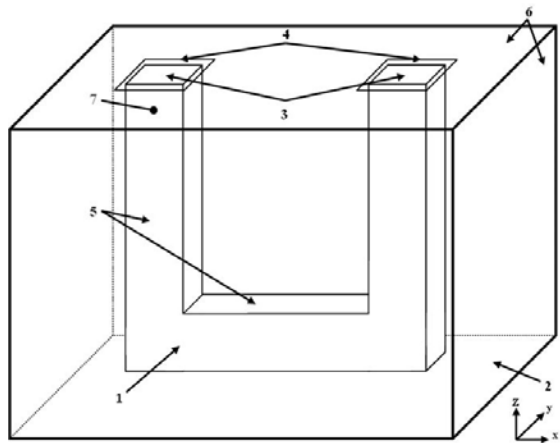


Рис. 1. Схема расчетной области

различного пространственного расположения, границы 6 – изотермические холодные стенки ростовой камеры. Постоянная температура поддерживается в точке 7, которая находится на грани  $zy$ . Ее фиксированные безразмерные координаты:  $z = 2,0$  и  $y = 0,6$ .

Передняя грань U-образного тела расположена в безразмерном сечении  $y = 0,5$ . Задняя грань в безразмерном сечении  $y = 0,7$ . Левая и правая внешняя боковые грани расположены в безразмерных сечениях  $x = 0,5$  и  $x = 1,7$  соответственно. Левая и правая внутренние грани расположены в безразмерных сечениях  $x = 0,7$  и  $x = 1,5$  соответственно. Верхняя и нижняя грани перемычки находятся в безразмерных сечениях  $z = 0,7$  и  $z = 0,5$  соответственно.

Задача решалась в безразмерном виде, в качестве масштаба геометрических размеров выбрано расстояние между центрами вертикальных стержней U-образного тела –  $L$ . Для скорости использован масштаб  $v/L$ , где  $v$  – кинематическая вязкость газа. Масштаб температуры –  $\Delta T = T_{\max} - T_{\min}$ , где  $T_{\max}$  и  $T_{\min}$  – температура в контрольной точке и на стенке корпуса соответственно.

Процесс сопряженного конвективного теплообмена в режиме термогравитационной конвекции газа описывается безразмерной системой уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска, которая записана в терминах температуры, векторного потенциала поля скорости и вихря скорости с учетом внутренних источников тепла в твердом теле:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{R^2}{\text{Pr} \cdot (T_{\max} - T_{\min})} \frac{Q}{\lambda_{cr}} \\ - \frac{\sigma}{R^2} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) = 0 \\ v_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} + Gr \frac{\partial T}{\partial y} \\ v_x \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v_y}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2} - Gr \frac{\partial T}{\partial x} \\ v_x \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial \omega_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v_z}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v_z}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \\ - \left( \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} \right) = 0 \quad V_x = \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ - \left( \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} \right) = 0 \quad V_y = \frac{\partial \psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \\ - \left( \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} \right) = 0 \quad V_z = \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \end{array} \right.$$

Здесь  $F$  – размерный потенциал электрического поля в кристалле;  $T$  – безразмерная температура;  $\omega$  – безразмерный вихрь скорости;  $\psi$  – безразмерный векторный потенциал поля скорости;  $x, y$  и  $z$  – пространственные координаты;  $Q = U^2/R(T)$  – объёмная плотность выделяемого тепла при

пропускании постоянного электрического тока по стержню с единицей измерения [Вт/м<sup>3</sup>];  $U$  – локальное падение напряжения (вычисляется как разность потенциалов);  $R(T)$  – сопротивление кремния, зависящее от температуры:  $R(T) = 1/\sigma(T)$ ,  $\sigma(T) = \sigma_0 \exp[-\Delta E_g/(2kT)]$ ;  $\Delta E_g = 1,13$  [эВ] –

ширина запрещенной зоны (является функцией температуры, и выше 250 К справедливо линейное приближение  $\Delta E_g = 1,205 - 2,84 \cdot 10^{-4} T$  [эВ]);  $\sigma_0$  – собственная электропроводность, обратная собственному удельному сопротивлению (для высокочистого кремния при температуре 20 °С  $\rho = 2 \cdot 10^3$  [Ом·м]);  $k = 8,617343(15) \cdot 10^{-5}$  [эВ] – постоянная Больцмана. В расчетах принято, что  $R(T) = e^{1,13/(17,24 \cdot 10^{-5} \cdot T)} / (1,027 \cdot 10^6)$  – локальное сопротивление стержня кремния, зависящее от температуры в стержне [11].

В декартовых координатах поле скорости связано с векторным потенциалом поля скорости следующим соотношением:

$$V = (V_x, V_y, V_z) = \text{rot } \Psi, ,$$

где  $\Psi = (\psi_x, \psi_y, \psi_z)$ . Безразмерный вихрь скорости вычисляется по формуле  $\omega = \text{rot } V$ .

Торцы поликристалла теплоизолированы:  $\partial T / \partial n|_{\Gamma_3} = 0$ . Начальные значения для потенциала:

$$\text{на левом торце стержня } F|_{\Gamma_3} = 0,$$

$$\text{на правом торце } F|_{\Gamma_3} = \varphi_n.$$

Диэлектрик теплоизолирован, на нем заданы краевые условия непротекания и прилипания для скорости и нулевые для потенциала:

$$\partial T / \partial n|_{\Gamma_4} = 0, \quad \psi|_{\Gamma_4} = 0, \quad F|_{\Gamma_4} = 0,$$

$$\omega_x|_{\Gamma_4} = \left( \partial V_z / \partial y - \partial V_y / \partial z \right)|_{\Gamma_4},$$

$$\omega_y|_{\Gamma_4} = \left( \partial V_x / \partial z - \partial V_z / \partial x \right)|_{\Gamma_4},$$

$$\omega_z|_{\Gamma_4} = \left( \partial V_y / \partial x - \partial V_x / \partial y \right)|_{\Gamma_4}.$$

Стенки корпуса ростовой камеры изо термически холодные, на них заданы условия непротекания и прилипания для скорости и учитывается отсутствие потенциала:

$$\omega_x|_{\Gamma_6} = \left( \partial V_z / \partial y - \partial V_y / \partial z \right)|_{\Gamma_6},$$

$$\omega_y|_{\Gamma_6} = \left( \partial V_x / \partial z - \partial V_z / \partial x \right)|_{\Gamma_6},$$

$$\omega_z|_{\Gamma_6} = \left( \partial V_y / \partial x - \partial V_x / \partial y \right)|_{\Gamma_6},$$

$$T|_{\Gamma_6} = 0, \quad \psi|_{\Gamma_6} = 0, \quad F|_{\Gamma_6} = 0.$$

На стенках поликристалла заданы краевые условия непротекания и прилипания:

$$\psi|_{\Gamma_5} = 0,$$

$$\omega_x|_{\Gamma_5} = \left( \partial V_z / \partial y - \partial V_y / \partial z \right)|_{\Gamma_5},$$

$$\omega_y|_{\Gamma_5} = \left( \partial V_x / \partial z - \partial V_z / \partial x \right)|_{\Gamma_5},$$

$$\omega_z|_{\Gamma_5} = \left( \partial V_y / \partial x - \partial V_x / \partial y \right)|_{\Gamma_5}.$$

Кроме того, для температуры и тепловых потоков поставлены условия идеального теплового контакта:

$$\begin{cases} \left. \begin{array}{l} -\frac{\lambda_s}{\lambda_g} \frac{\partial T}{\partial n} \\ \lambda_g \frac{\partial n}{\partial n} \end{array} \right|_{\Gamma_{5-}} = - \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{5+}} \\ T|_{\Gamma_{5-}} = T|_{\Gamma_{5+}} \end{cases}$$

Для потенциала на внешних границах кристалла поставлены условия:

$$\begin{cases} -\sigma_s \frac{\partial F}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{5-}} = -\sigma_g \frac{\partial F}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{5+}} \\ F|_{\Gamma_{5-}} = F|_{\Gamma_{5+}} \end{cases}$$

При проведении расчетов принято число Прандтля  $Pr = 0,68$  и число Грасгофа  $Gr = 6800$ . Для определения величин безразмерных параметров, таких как числа Грасгофа  $Gr = (\beta g / \nu^2) \cdot \Delta T \cdot L^3$  и Прандтля  $Pr = \nu / \alpha$ , и относительных геометрических размеров использовались следующие постоянные значения физических параметров: ускорение свободного падения  $g = 9,8$  [м/с<sup>2</sup>]; коэффициент объемного расширения газа (аргон)  $\beta = 6,4 \cdot 10^{-4}$  [1/К]; расстояние между центрами вертикальных стержней U-образного тела  $L = 0,1$  [м]; кинематическая вязкость газа  $\nu = 2,54 \cdot 10^{-4}$  [м<sup>2</sup>/с]; теплопроводность газа аргона  $\lambda_g = 5,83 \cdot 10^{-2}$  [Вт/(м·К)]; теплопроводность кремния  $\lambda_s = 26$  [Вт/(м·К)]; температуропроводность газа  $\alpha = 3,74 \cdot 10^{-4}$  [м<sup>2</sup>/с]; температура в контрольной точке  $T_{\max} = 1273$  [К]; перепад температуры  $\Delta T = 70$  [К].

Методом конечных элементов [12] решалась задача на установление. При решении использовалась равномерная кубическая конечно-элементная сетка с квадратичными базисными функциями. Значение вихря на твердых стенках вычислялось из значений компонент скорости с прошлой итерации. При вычислении значений вихря и скорости использовался метод согласованных результатов [12], позволяющий с высокой точностью получать значения частных производных произвольного конечно-элементного решения. В программе реализован итерационный процесс, в который при необходимости подставляются нужные значения переменных с предыдущих шагов. При этом

сначала находится температура, затем вихрь, функция тока. Размерность сетки составляла  $89 \times 49 \times 89$  узлов.

### Результаты исследований

Очевидно, что пространственная форма конвективного течения в случае теплоотдачи от U-образного стержня в режиме термогравитационной конвекции будет сложной и трехмерной. В этом случае исследования должны быть направлены на понимание влияния пограничных слоев, развивающихся на вертикальных стенках, друг на друга и их взаимодействия с пограничными слоями у вертикальных стенок холодного корпуса. Важным моментом, определяющим локальные особенности конвективного течения и теплоотдачи у нижних торцов вертикальных стержней, является наличие горизонтальной перемычки. Поскольку перемычка – также активный элемент, на котором формируется конвективное течение со своими пограничными слоями на вертикальных и горизонтальных гранях, то сочленение трехмерных пограничных слоев существенно усложняет общую пространственную форму конвективного течения. В данной работе рассмотрены начальные стадии технологического процесса, когда форма поперечного сечения кремниевых стержней квадратная.

На рис. 2 представлено поле скорости, изолинии функции тока и изотермы в центральном сечении ( $y = 0,6$ ) в плоскости  $xz$ . Видно, что в зазорах между внешними стенками U-образного стержня и холодными стенками корпуса устанавливается общее циркуляционное течение: восходящие потоки у боковых граней стержня и нисходящие

потоки у стенок корпуса. В зазоре между нижней гранью перемычки и дном корпуса формируется восходящее течение. В центральной части U-образного тела над перемычкой формируется восходящее течение, имеющее форму плоской струи практически по всей высоте слоя, за исключением области, прилегающей к верхней холодной крышке. У верхней крышки в области лобовой точки формируется слабое возвратное течение, вызванное выхолаживанием газа в подторможенной зоне.

За счет набегания на U-образный стержень потока охлажденного на холодных стенках корпуса газа растет эффективность охлаждения нижней части U-образного тела. Однако за счет перемычки нижняя часть разогревается более интенсивно и, несмотря на набегающий поток холодного газа, оказывается перегретой относительно верхней части.

На рис. 3 приведены профили вертикальной компоненты скорости и температуры в различных сечениях по высоте при  $y = 0,6$  в плоскости  $xz$ . Профили вертикальной компоненты скорости (рис. 3, а) показывают интересную особенность течения в центральном сечении: расход газа у внешних границ разогреваемого стержня существенно отличается от расхода у холодных стенок корпуса в центральном сечении, что является явным признаком трехмерности конвективного течения. Профили температуры показывают (рис. 3, б), что газ, заключенный между внутренними гранями U-образного стержня, оказывается перегретым относительно газа, заключенного между холодными стенками корпуса и внешними гранями стержня. Это связано с тем, что газ в зазоре

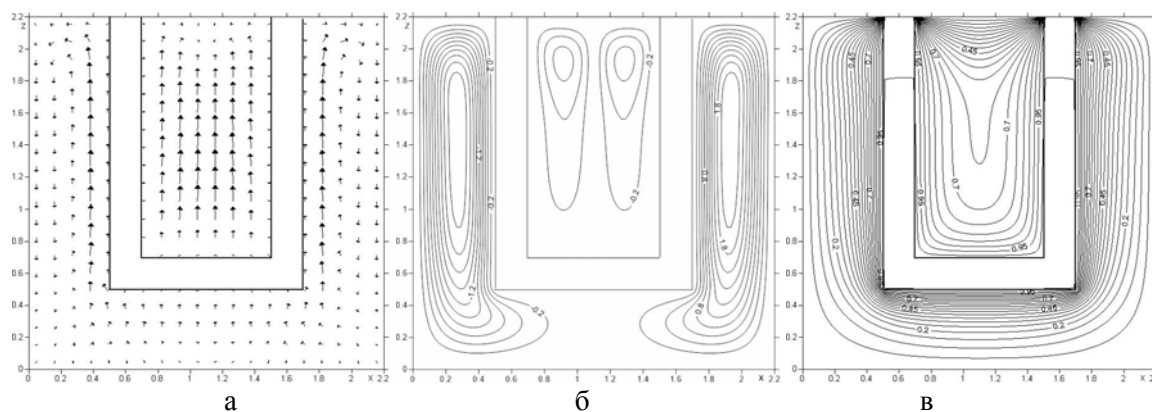


Рис. 2. Поле скорости (а), изолинии функции тока (б), изотермы (в) в сечении  $y = 0,6$

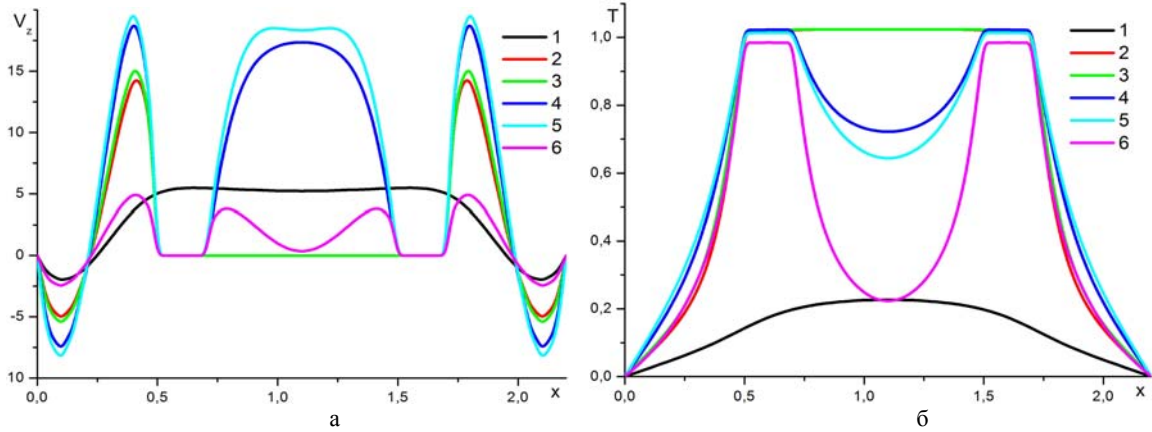


Рис. 3. Профили вертикальной компоненты скорости (а) и температуры (б) в сечениях по высоте ( $y = 0,6$ ):  
 $1 - z = 0,25$ ;  $2 - z = 0,55$ ;  $3 - z = 0,6$ ;  $4 - z = 0,95$ ;  $5 - z = 1,45$ ;  $6 - z = 2,1$

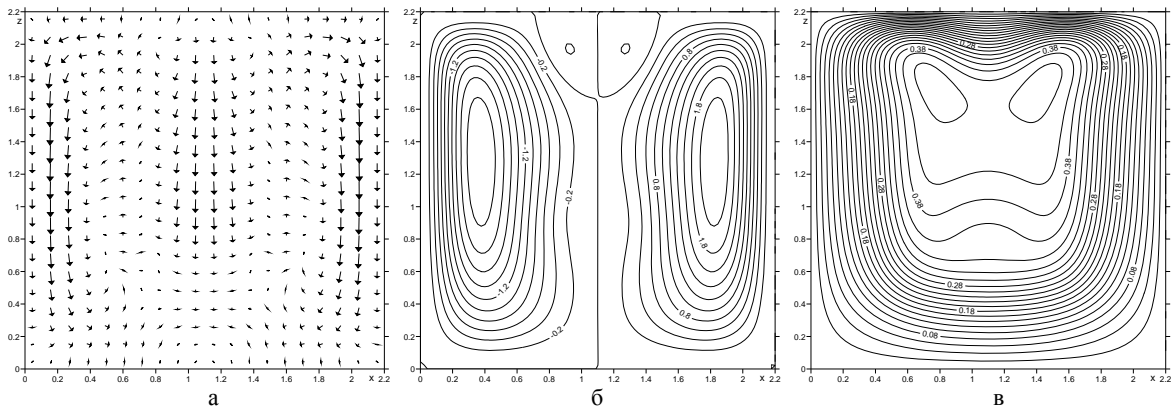


Рис. 4. Поле скорости (а), изолинии функции тока (б), изотермы (в) в сечении  $y = 0,25$

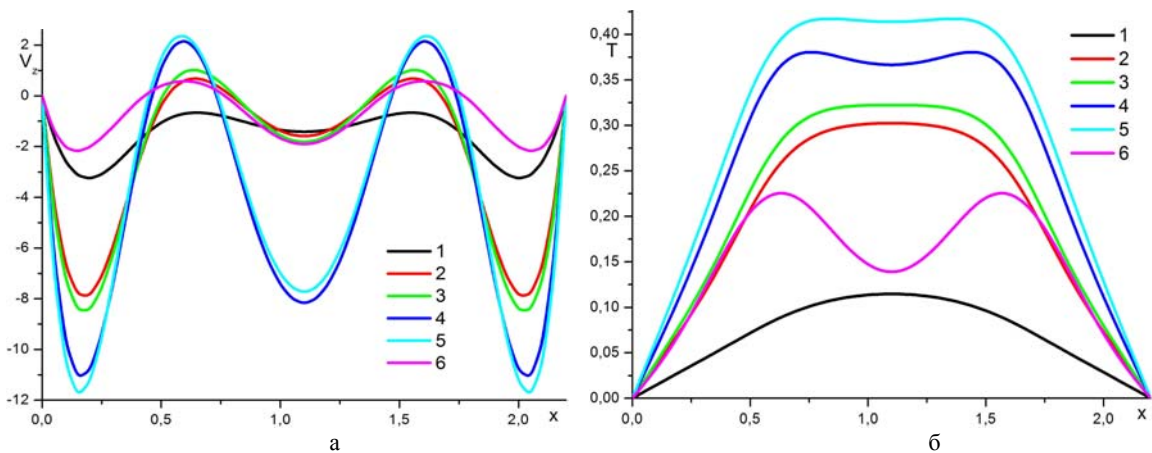


Рис. 5. Профили вертикальной компоненты скорости (а) и температуры (б) в сечениях по высоте ( $y = 0,25$ ):  
 $1 - z = 0,25$ ;  $2 - z = 0,55$ ;  $3 - z = 0,6$ ;  $4 - z = 0,95$ ;  $5 - z = 1,45$ ;  $6 - z = 2,1$

между внутренними гранями U-образного стержня подогревается снизу и с боков за счет теплоотдачи от вертикальных внутренних граней стержня. В результате внешние

грани стержня охлаждаются эффективнее, чем его внутренние грани.

Для понимания особенностей пространственной формы течения и его локальных

характеристик построены поля скоростей, изолинии функции тока, изотермы и профили скорости и температуры в других характерных сечениях.

На рис. 4 приведено поле скорости, изолинии функции тока и изотермы в сечении  $y = 0,25$ , соответствующем половине расстояния от лобовой холодной стенки до передней грани U-образного стержня. Сравнительный анализ векторных полей скорости показывает (см. рис. 2, а и 4, а), что в сечении  $y = 0,25$  в областях, соответствующих газовым зазорам между кристаллом и стенками реактора, наблюдаются опускные потоки газа. Итак, устанавливается циркуляционное течение между лобовой стенкой реактора и передней гранью стержня.

На рис. 5 представлены профили вертикальной компоненты скорости и температуры в различных сечениях по высоте при  $y = 0,25$ . Хорошо видно, что интенсивность опускных потоков существенно зависит от координаты  $x$ . Интенсивность нисходящих потоков заметно превосходит интенсивность восходящих потоков. Это является явным свидетельством трехмерности пространственной формы конвективного течения. Профили скорости с рис. 5, а хорошо согласуются с данными рис. 3, а и показывают, что в этом сечении амплитуда скорости выше у холодных стенок корпуса.

На рис. 6 отображено поле скорости в различных сечениях по  $x$ . Сечение  $x = 0,6$  проходит через центр левого вертикального стержня,  $x = 0,25$  – через середину зазора между торцевой холодной стенкой корпуса и левой гранью стержня,  $x = 1,1$  – через центр U-образного стержня. На рис. 7 приведены изолинии функции тока в аналогичных сечениях. Заметно, что формируются интенсивный восходящий поток на вертикальных гранях разогреваемого стержня и менее интенсивный опускной поток у холодных стенок реактора. Между дном камеры и перемычкой U-образного тела формируется слабый восходящий поток.

Достигая перемычки, поток обтекает ее и разогревается на ее вертикальных гранях. Затем он вливается в восходящую конвективную струю над перемычкой. Видна интересная особенность: существенная часть газа, охлажденного на стенках корпуса, не успевает опуститься на дно, вместо этого она участвует в поворотном течении на уровне нижней грани перемычки.

На рис. 8 представлены профили вертикальной компоненты скорости и температуры в различных сечениях по  $x$  на различных уровнях по  $z$ . Хорошо видно, что интенсивность конвективных течений в придонной области сравнительно мала, максимальная интенсивность восходящих конвективных

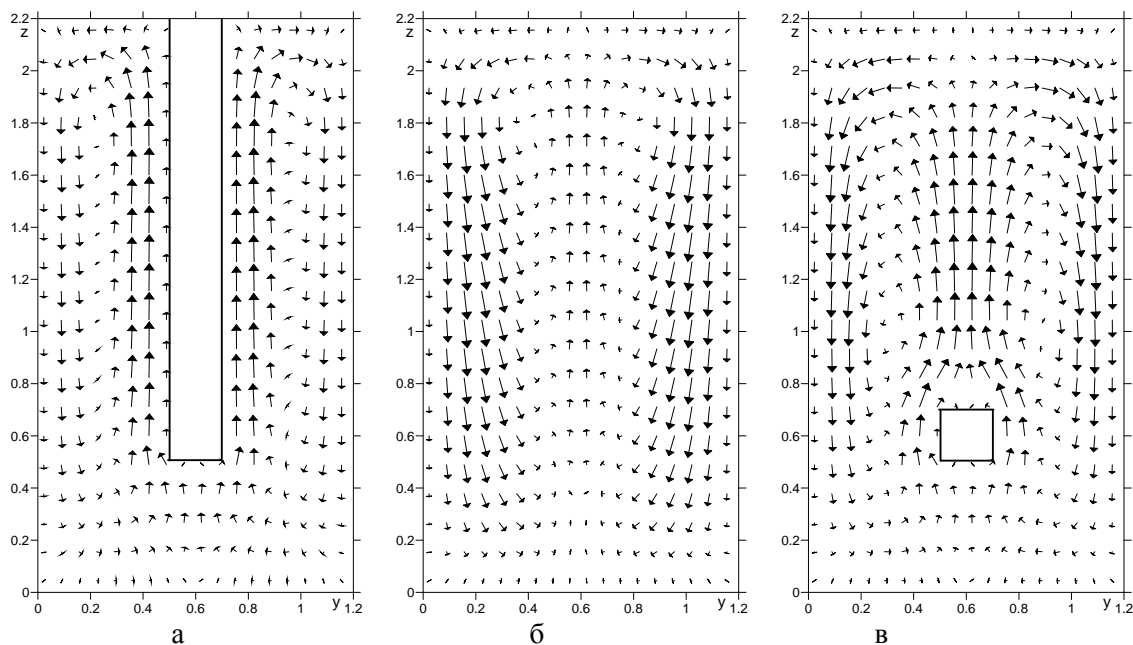


Рис. 6. Поле скорости в различных сечениях:

а –  $x = 0,6$ ; б –  $x = 0,25$ ; в –  $x = 1,1$

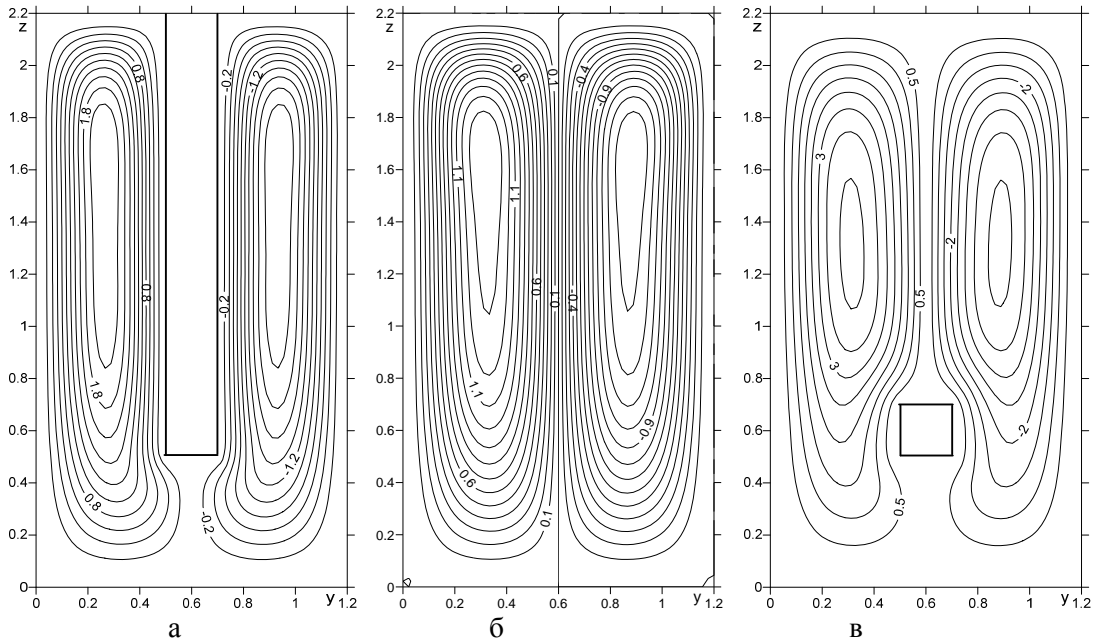


Рис. 7. Изолинии функции тока в различных сечениях:  
 $a - x = 0,6$ ;  $b - x = 0,25$ ;  $v - x = 1,1$

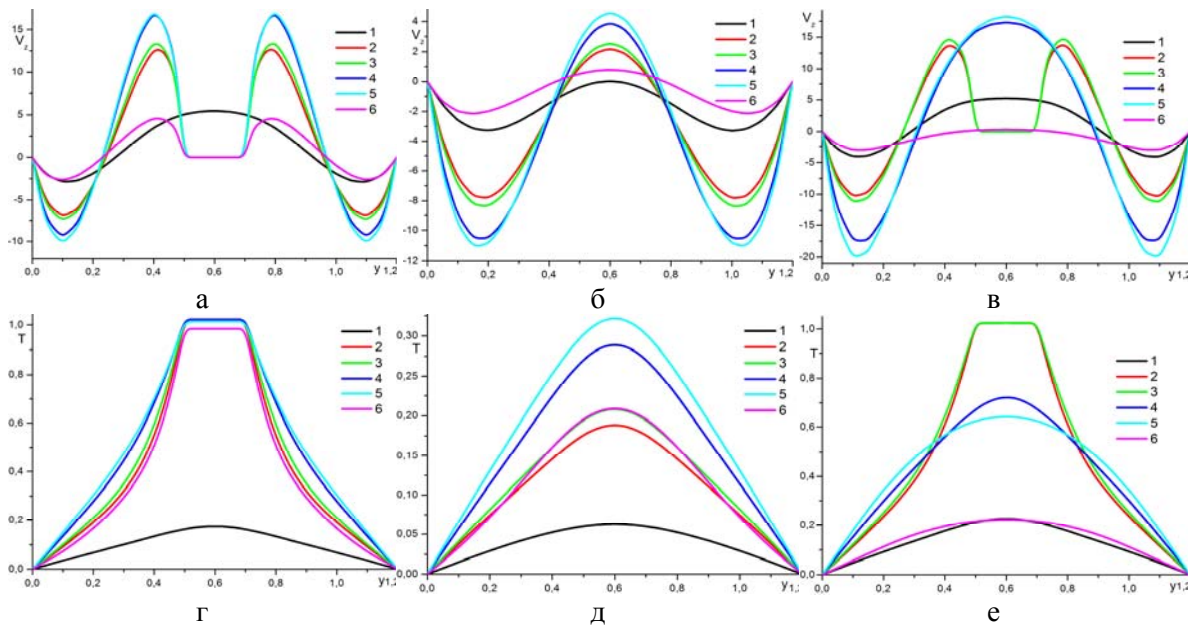


Рис. 8. Профили вертикальной компоненты скорости ( $a - x = 0,6$ ;  $b - x = 0,25$ ;  $v - x = 1,1$ ) и температуры ( $v - x = 0,6$ ;  $z - x = 0,25$ ;  $v - x = 1,1$ ) на уровнях:  
 $1 - z = 0,25$ ;  $2 - z = 0,55$ ;  $3 - z = 0,6$ ;  $4 - z = 0,95$ ;  $5 - z = 1,45$ ;  $6 - z = 2,1$

потоков достигается над перемычкой. Максимальная интенсивность нисходящих потоков достигается в центральном сечении.

На рис. 9 показано поле скорости и изолинии функции тока на различных уровнях по высоте. Уровень  $z = 0,25$  соответствует половине высоты зазора между холодным дном и нижней гранью кремниевого стерж-

ня,  $z = 0,6$  проходит по центральному сечению перемычки,  $z = 0,95$  расположен над верхней гранью перемычки на высоте, равной половине зазора между дном и нижней гранью.

На рис. 10 приведены профили поперечной компоненты скорости на уровнях по высоте, аналогичных уровням с рис. 9, в различ-



ных сечениях по  $y$ . Характеристики поля скорости на рис. 9, 10 хорошо отражают трехмерность пространственной формы конвективных течений. На рис. 9, а, г и 10, а видны сходящиеся к центру нижней грани потоки газа, при этом формируется компактная струя газа, восходящая к нижней грани U-образного тела. Данные рис. 9, б, д и 10, б наглядно демонстрируют центры восходящих и нисходящих течений, зоны

слабого конвективного течения и зоны формирования областей, существенно отличающихся градиентами температуры. Также видно, что восходящий поток газа имеет тенденцию к формированию компактных струй, центры которых практически совпадают с серединами вертикальных стенок U-образного тела (рис. 9, е). Результаты, представленные на рис. 9, в, е и 10, в, дополняют картину формирования трехмерных погра-

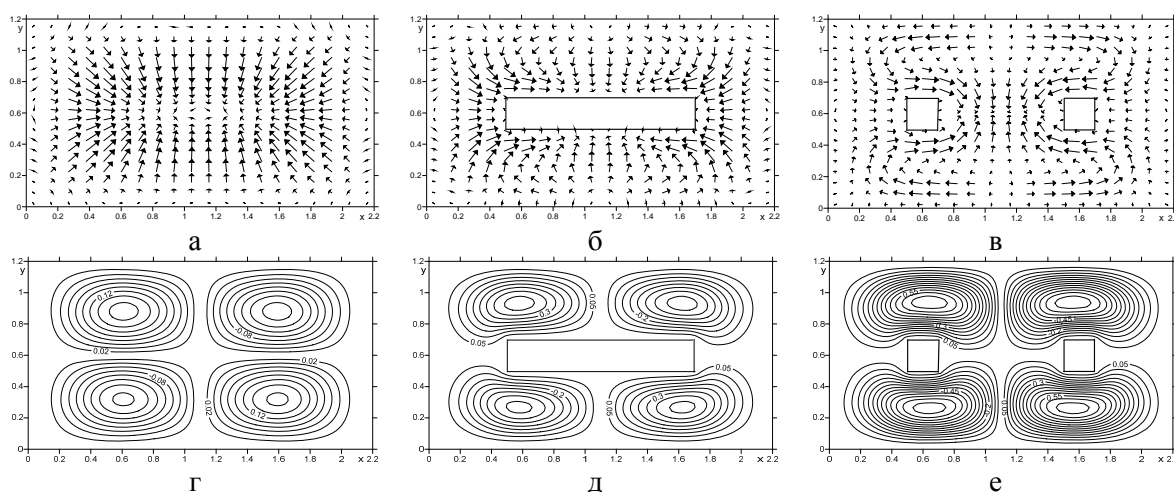


Рис. 9. Поле скорости на уровнях: а –  $z = 0,25$ ; б –  $z = 0,6$ ; в –  $z = 0,95$ ; изолинии функции тока на уровнях: г –  $z = 0,25$ ; д –  $z = 0,6$ ; е –  $z = 0,95$

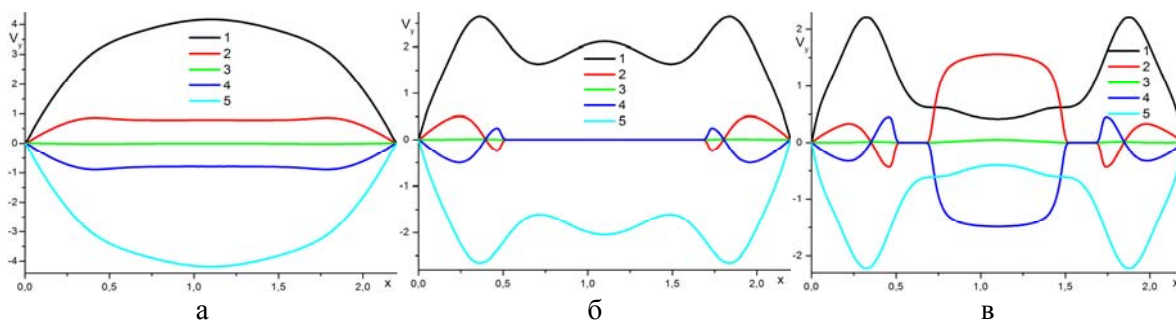


Рис. 10. Профили поперечной компоненты скорости на уровнях: а –  $z = 0,25$ ; б –  $z = 0,6$ ; в –  $z = 0,95$ ; в сечениях: 1 –  $y = 0,25$ ; 2 –  $y = 0,55$ ; 3 –  $y = 0,6$ ; 4 –  $y = 0,65$ ; 5 –  $y = 0,95$

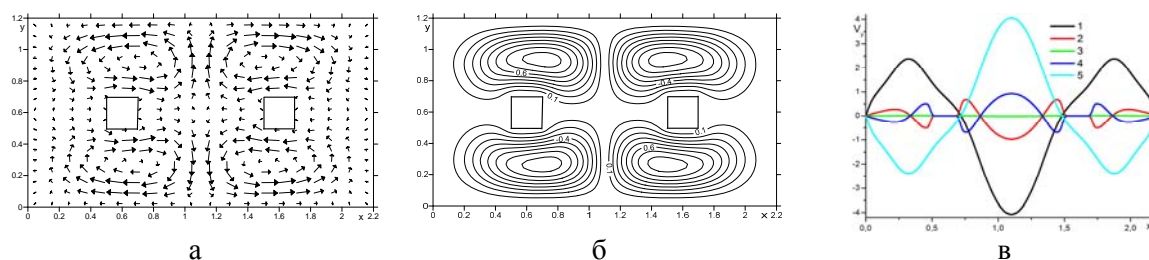


Рис. 11. Поле скорости (а), изолинии функции тока (б), профиль поперечной компоненты скорости (в) на уровне  $z = 1,45$  в сечениях: 1 –  $y = 0,25$ ; 2 –  $y = 0,55$ ; 3 –  $y = 0,6$ ; 4 –  $y = 0,65$ ; 5 –  $y = 0,95$

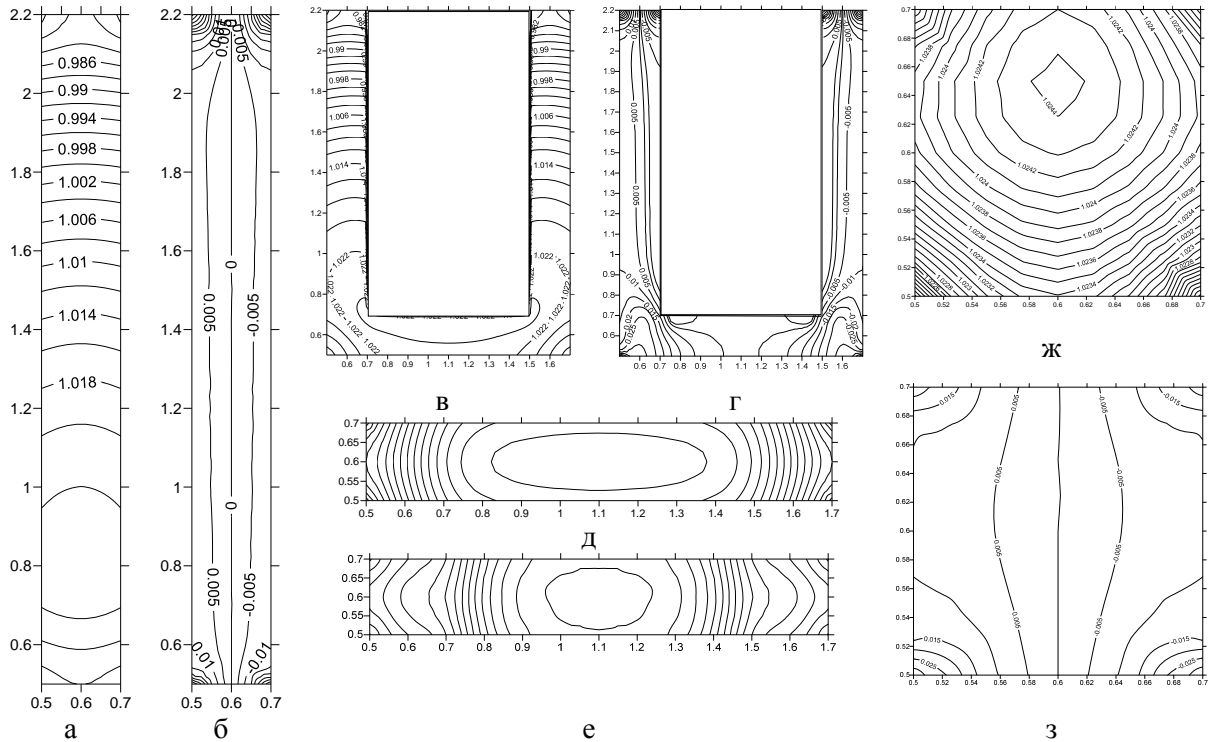


Рис. 12. Изотермы и поля градиентов внутри кристалла:  
 а, б  $(dT/dy) - x = 0,6$ ; в, г  $(dT/dx) - y = 0,6$ ; д, е  $(dT/dz) - z = 0,6$ ; ж, з  $(dT/dy) - x = 1,1$

нических слоев и локализованных восходящих потоков, подобных плавучим струям. Здесь видно, что на вертикальных гранях стержня, параллельных оси  $x$ , скорость имеет горизонтальную компоненту, направленную к центру перемычки. И видно положение опускной струи в плоскости  $yz$ .

На рис. 11 представлено поле скорости, изолинии функции тока и профили поперечной компоненты скорости на уровне  $z = 1,45$ , расположенном на середине зазора между верхней гранью перемычки и холодной крышкой. Прекрасно видна трехмерность течения. Характерной особенностью поля скорости на данном уровне является наличие ярко выраженных течений в горизонтальном направлении вдоль холодных стенок корпуса и вдоль вертикальных граней кремниевого стержня, параллельных оси  $x$ . В результате вдоль грани стержня течение направлено в струю, восходящую над перемычкой. Струя, в свою очередь, также имеет трехмерную структуру. На этом уровне она имеет плоскую форму в центре по оси  $x$ , и восходящий поток горячего газа растекается к холодной лобовой и задней стенкам корпуса. Затем потоки на-

гретого газа растекаются вдоль холодных стенок корпуса в угловые области корпуса. Таким образом, получается, что течение становится закрученным.

На рис. 12 отображены изотермы и поля градиентов внутри U-образного тела в различных сечениях:  $x = 0,6$  – по центру вертикального стержня;  $y = 0,6$  – по центру U-образного тела;  $z = 0,6$  – по центру перемычки;  $x = 1,1$  – поперечное центральное сечение перемычки. Хорошо заметно, что поле температуры внутри кристалла выражено неоднородно. На рис. 12, в видно, что нижняя часть U-образного тела оказывается перегретой относительно верхней части. Это связано с более интенсивным разогревом за счет наличия перемычки. Интенсивности набегающего на перемычку потока холодного газа недостаточно, чтобы охладить ее до температуры верхней части U-образного тела, где находится контрольная точка. Также существенно отличается пространственная форма конвективных течений, обтекающих перемычку и вертикальные стержни. Изотермы и поля градиентов температуры в центральном поперечном и продольном сечениях перемычки показаны на рис. 12, д–з.

Видно, что важную роль играет теплоотдача к холодному дну. Представленные на рис. 12, *a–z* результаты показывают, что на внешних гранях стержня, обращенных к торцевым стенкам корпуса, и в меньшей степени на гранях, обращенных к лобовой и задней стенкам корпуса, за счет набегания холодных потоков газа резко увеличиваются градиенты температуры в твердом теле. Максимальные градиенты температур наиболее неоднородны и смещены к торцам перемычки.

### Заключение

Проведены численные исследования сопряженного конвективного теплообмена разогреваемого электрическим током кремниевого стержня U-образной формы, помещенного в корпус с изотермическими холодными стенками. Задача решена в трехмерной постановке при заданном перепаде температуры между стенками корпуса и контрольной точкой на поверхности U-образного тела 70 К. Исследована пространственная форма конвективных течений аргона. Показано, что структура конвективных течений имеет трехмерный характер, и в системе возникают закрученные потоки. Показано, что локальные особенности течения и конвективного теплообмена оказывают значительное влияние на поле температуры в U-образном теле: поля температуры и градиентов температуры в кристалле трехмерны и пространственно неоднородны. Максимальные локальные градиенты температуры сосредоточены в зонах сочленения горизонтальных перемычек с вертикальными стержнями и верхней части вертикальных стержней. Таким образом, полученные результаты позволяют прогнозировать локализацию максимальных термических напряжений. Результаты исследований представляют интерес для отработки начального этапа получения поликристаллических стержней кремния в реакторах водородного восстановления трихлорсилана на разогретых пропусканием электрического тока стандартных стержнях-основах квадратного сечения.

### Список литературы

1. Фалькевич Э. С., Пульнер Э. О. Технология полупроводникового кремния. М.: Металлургия, 1992. 408 с.

2. Елютин А. В., Попов В. П., Иванов Л. С. Тепло- и массообмен в реакторах для получения полупроводникового кремния // Высокочистые вещества. 1996. № 1. С. 92–101.

3. Бровин Д. С., Ловцюс А. А., Колгатиш С. Н. Одномерный подход к моделированию Siemens-процесса // Материалы электронной техники. 1996. № 4. С. 6–10.

4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

5. Berdnikov V. S., Kutateladze S. S. Structure of thermogravitational convection in flat variously oriented layers of liquid and on vertical wall // Int. J. Heat Mass Transfer. 2000. № 17. С. 1595–1611.

6. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. 5-е изд., перераб. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.

7. Бердников В. С., Гришков В. А. Ламинарно-турбулентный переход в свободно-конвективном пограничном слое и теплоотдача вертикальных стенок // Тр. IV Рос. нац. конф. по теплообмену. М.: МЭИ, 2006. Т. 3. С. 67–70.

8. Петухов Б. С., Поляков А. Ф. Теплообмен при смешанной турбулентной конвекции. М.: Наука, 1986. 192 с.

9. Калашников С. Г. Электричество. М.: Наука, 1970. 668 с.

10. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.

11. Кожитов Л. В., Косушкин В. Г., Крапунин В. В., Пархоменко Ю. Н. Технология материалов микро- и нанoeлектроники. М.: МИСИС, 2007. 544 с.

12. Соловейчик Ю. Г., Рояк М. Э., Персова М. Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 896 с.

V. S. Berdnikov, K. A. Mitin, A. V. Mitina

**CONJUGATE HEAT TRANSFER U-SHAPED SILICON ROD WITH THE ENVIRONMENT  
WITH GAS THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION**

The conjugated natural convective heat transfer of electrically heated U-shaped silicon rod which placed in a rectangular container filled with gas with isothermal cold walls was numerically studied in a three-dimensional formulation of the problem. The temperature was maintained constant at the control point which placed on a surface of the U-shaped rod by selection of voltage. Temperature difference between the control point and the cold walls is 70 K. The equations of natural convections in Cartesian coordinates with Boussinesq approximation in terms of temperature, vortex and vector potential of velocity field were solver by FEM. Convective flows spatial form and temperature fields inside gas and the solid were investigated.

*Keywords:* natural (thermogravitational) convection, conjugated heat transfer, numerical simulation, FEM.