

УДК 532.526

С. А. Гапонов, А. Н. Семенов

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН  
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия*

*gaponov@itam.nsc.ru, semenov@itam.nsc.ru*

## **ВЛИЯНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ВДУВА ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ ПОВЕРХНОСТЬ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ\***

Теоретически исследуется влияние направления вдува газа через пористую поверхность на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя с использованием классического метода элементарных волн и эволюционного метода при числе Маха 2. Установлено, что с уменьшением угла наклона вдува газа к плоскости пластины устойчивость пограничного слоя повышается, а тангенциальный вдув слабо влияет на устойчивость пограничного слоя.

*Ключевые слова:* устойчивость, математическое моделирование, пористая поверхность, вдув.

### **Введение**

Пористое охлаждение является эффективным методом тепловой защиты теплонапряженных элементов технических аппаратов [1–2]. Основной механизм пористого охлаждения состоит в поглощении поступающей от горячего газа тепловой энергии охладителем, подающемуся через проницаемую поверхность. При этом направление вдува холодного газа относительно обтекаемой поверхности может быть различным (от нормального до тангенциального).

Наряду с проблемой теплозащиты существует другая важная задача, она связана с управлением ламинарно-турбулентным переходом. Известно, что с повышением плотности газа вблизи стенки устойчивость пограничного слоя повышается. Для повышения плотности вблизи стенки можно вдувать через пористую стенку тяжелый газ. Для случая дозвукового пограничного слоя принципиальная возможность его стабилизации на основе вдува тяжелого газа была

подтверждена в [3]. К сожалению, возможность подавления возмущений таким способом ограничена. Нормальный относительно поверхности вдув способствует появлению в профиле скорости точки перегиба, что ведет к дестабилизации течения [4–6]. Для уменьшения этого эффекта можно попытаться вдувать газ под некоторым углом к направлению основного потока. Предельным случаем может служить тангенциальный вдув. Устойчивость пограничного слоя при вдуве газа под углами, не равными  $\pi/2$  к поверхности, не исследовалась до настоящего времени. Это служило мотивацией настоящей работы, в которой рассмотрен случай однокомпонентного газа.

Что касается методов расчета характеристик устойчивости, нужно заметить, что, как правило, авторами используется стандартный метод элементарных волн, приводящий к решению задачи на собственные значения однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с однородными граничными условиями [4; 7]. Недостатком

\* Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (№ 15-01-00866 А).

этого метода является трудность нахождения волн с наибольшим инкрементом. Его поиск завершается успешно при условии, что известно его приближенное значение. Поэтому параметры нарастающей во времени волны заданного направления ее фронта и волнового числа в зависимости от входящих величин основного течения, таких как число Маха, число Рейнольдса и др., рассчитываются на основе малого изменения определяющих параметров. Однако волна с максимальным инкрементом при одних основных величинах не будет оставаться определяющей (с максимальным инкрементом) при других параметрах течения. Поэтому желательно иметь такой метод расчета, который однозначно гарантировал бы получение характеристик волны с наивысшим инкрементом. Для линейных задач этого можно добиться эволюционным методом: путем интегрирования по времени уравнений в частных производных. В силу того что любое возмущение, удовлетворяющее однородным граничным условиям, может быть разложено в сумму волн с различными инкрементами, на больших временах будет преобладать волна с наибольшим инкрементом. Этот метод можно называть привычным термином «метод установления». В отличие от общепринятого метода установления, когда параметры решения выходят на постоянные величины, в нашем случае решение выходит на экспоненциальную зависимость от времени. В теории гидродинамической устойчивости рассматривают временную неустойчивость (волновые числа по однородным пространственным координатам реальные) и пространственную, когда изучают нарастание возмущений по пространству при реальной частоте. При малых степенях усиления в пространстве и во времени, что характерно для пограничных слоев, временные и пространственные инкременты связаны простым приближенным соотношением: степень усиления в пространстве равна временному инкременту, взятому с обратным знаком и поделенному на групповую скорость волны [4; 8]. При необходимости более точное значение пространственной степени усиления можно получить классическим методом.

В данной работе теоретически исследуется влияние направления вдува газа через пористую поверхность на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя с ис-

пользованием классического метода элементарных волн и эволюционного метода.

### Основные уравнения

Исходными уравнениями эволюции возмущений в сверхзвуковом пограничном слое являются, хорошо известны уравнения Навье – Стокса, неразрывности, энергии и состояния [9]:

$$\begin{aligned} \rho^* \frac{d\mathbf{v}^*}{dt} &= \\ &= -\text{grad}(p^*) - \frac{2}{3} \text{grad}(\mu^* \text{div}(\mathbf{v}^*)) + 2\text{Div}(\mu^* \dot{S}), \\ \frac{d\rho^*}{dt} + \rho^* \text{div}(\mathbf{v}^*) &= 0, \\ c_p \rho^* \frac{dT^*}{dt} - \frac{dp^*}{dt} &= 2\mu^* \dot{S}^2 - \frac{2}{3} \mu^* (\text{div}(\mathbf{v}^*))^2 + \\ &+ \text{div} \left( \mu^* \text{grad} \left( \frac{c_p T^*}{Pr} \right) \right), \\ p^* &= \rho^* R T^*. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{v}^*$  – скорость с компонентами  $(u^*, v^*, w^*)$  в направлениях  $x, y, z$ ,  $p^*$ ,  $\rho^*$ ,  $T^*$  – давление, плотность и температура,  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $R$  – газовая постоянная,  $\dot{S}$  – тензор скоростей,  $Pr = c_p \mu^* / \lambda^*$ ,  $\lambda^*$  – теплопроводность,  $\mu^*$  – динамическая вязкость.

В данной работе будут исследоваться возмущения в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине при высоких числах Рейнольдса  $Re_x = u_e^* x \rho_e^* / \mu_e^*$ , где  $u_e^*$ ,  $\rho_e^*$ ,  $\mu_e^*$  – скорость, плотность и динамическая вязкость на границе пограничного слоя, а  $x$  – расстояние от передней кромки пластины до исследуемого участка. В этом случае основной поток не зависит от трансверсальной координаты  $z$  и слабо зависит от  $x$ , а скорость в направлении  $y$  мала. Поэтому основное (стационарное) течение можно считать плоскопараллельным, зависящим только от  $y$ , с единственной не равной нулю скоростью в направлении потока  $u^*(y)$ . Для решения задачи вводились безразмерные координаты, время и параметры потока в виде

$$\begin{aligned} dX &= dx / \delta, \quad dY = dy / \delta, \quad dZ = dz / \delta, \\ d\tau &= u_e^* dt / \delta, \quad v = v^* / u_e^*, \quad p = p^* / p_e^*, \\ T &= T^* / T_e^*, \quad \rho = \rho^* / \rho_e^*, \end{aligned}$$

где  $\delta = \sqrt{\chi \mu_e^* / \rho_e^* u_e^*}$  – толщина пограничного слоя, индекс  $e$  обозначает, что величина берется на внешней границе пограничного слоя.

Скорость, плотность, давление и температуру потока сжимаемого газа в пограничном слое представим в виде

$$\begin{aligned} u &= U(Y) + \varepsilon u', \quad v = \varepsilon v', \quad w = \varepsilon w', \\ p &= P(Y) + \varepsilon p', \quad T = T_0(Y) + \varepsilon \theta', \\ \rho &= \frac{1}{T_0(Y)} + \varepsilon \zeta'. \end{aligned}$$

$U(Y), P, T_0(Y)$  – скорость, давление и температура в ламинарном невозмущенном пограничном слое. Штрихом помечены возмущения параметров течения, которые зависят от  $X, Y, Z$  и  $\tau$ .

В приближении Дана-Линя, Алексева уравнения для линейных возмущений в двумерном пограничном слое имеют вид [10]

$$\begin{aligned} &\frac{1}{T_0(Y)} \left( \frac{\partial u'}{\partial \tau} + U \frac{\partial u'}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} v' \right) = \\ &= -\frac{1}{\gamma M^2} \frac{\partial p'}{\partial X} + \frac{\mu}{Re} \frac{\partial^2 u'}{\partial Y^2}, \\ &\frac{1}{T_0(Y)} \left( \frac{\partial v'}{\partial \tau} + U \frac{\partial v'}{\partial X} \right) = -\frac{1}{\gamma M^2} \frac{\partial p'}{\partial Y}, \\ &\frac{1}{T_0(Y)} \left( \frac{\partial w'}{\partial \tau} + U \frac{\partial w'}{\partial X} \right) = \\ &= -\frac{1}{\gamma M^2} \frac{\partial p'}{\partial Z} + \frac{\mu}{Re} \frac{\partial^2 w'}{\partial Y^2}, \\ &\frac{\partial \zeta'}{\partial \tau} + U \frac{\partial \zeta'}{\partial X} + \frac{d}{dY} \left( \frac{1}{T_0} \right) v' + \\ &+ \frac{1}{T_0(Y)} \left( \frac{\partial u'}{\partial X} + \frac{\partial v'}{\partial Y} + \frac{\partial w'}{\partial Z} \right) = 0, \\ &\frac{1}{T_0(Y)} \left( \frac{\partial \theta'}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta'}{\partial X} + \frac{dT_0}{dY} v' \right) = \\ &= \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left( \frac{\partial p'}{\partial \tau} + U \frac{\partial p'}{\partial X} \right) + \frac{\mu}{Pr Re} \frac{\partial^2 \theta'}{\partial Y^2}, \\ &p' / P = T_0 \zeta' + \theta' / T_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Система (1) решается при граничных условиях [4]

$$u' = v' = c\theta' + d \frac{d\theta'}{dY} = 0 \quad \text{при } Y = 0, \infty. \quad (2)$$

Классическая теория устойчивости основана на методе элементарных волн

$$\mathbf{a}', p' = (\mathbf{a}(Y), \pi) \exp(i(\alpha X + \beta Z - \omega \tau)).$$

В нашем случае компоненты вектора  $\mathbf{a} = (f, \varphi, h, \theta, \zeta')$  – амплитуды возмущений скоростей  $u', v', w', \theta', \zeta'$ . В этом случае уравнения (1) приводятся к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{1}{T_0} \left[ i\alpha(U - c)f + \varphi \frac{\partial U}{\partial Y} \right] + \\ &+ \frac{i\alpha\pi}{\gamma M^2} = \frac{\mu}{Re} \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2}, \\ &\frac{1}{T_0} i\alpha(U - c)h + \frac{i\beta\pi}{\gamma M^2} = \frac{\mu}{Re} \frac{\partial^2 h}{\partial Y^2}, \\ &\frac{1}{T_0(Y)} i\alpha(U - c)\varphi + \frac{1}{\gamma M^2} \frac{\partial \pi}{\partial Y} = 0, \\ &i\alpha(U - c)\zeta' + \frac{d}{dY} \left( \frac{1}{T_0} \right) \varphi + \\ &+ \frac{1}{T_0} \left( i\alpha f + i\beta h + \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right) = 0, \\ &\frac{1}{T_0} \left[ i\alpha(U - c)\theta + \varphi \frac{\partial T}{\partial Y} \right] + \\ &+ (\gamma - 1) \left( i\alpha f + i\beta h + \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right) = \\ &= \frac{\gamma\mu}{Pr Re} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}, \\ &\pi / P = T_0 \zeta' + \theta / T_0, \end{aligned} \quad (3)$$

а условия (2) к виду

$$f = \varphi = c\theta + d \frac{d\theta}{dY} = 0 \quad \text{при } Y = 0, \infty. \quad (4)$$

При временной неустойчивости волновые числа  $\alpha$  и  $\beta$  реальные, а частота  $\omega$  комплексная, которая находится в результате решения задачи на собственные значения однородных уравнений устойчивости с однородными граничными условиями. При положительных значениях мнимой части  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ , течение в пограничном слое неустойчиво.

В общем случае число собственных значений бесконечно или, по крайней мере, велико. Нас, однако, интересуют в первую очередь частоты с наибольшими значениями

ми мнимой части, поиск которых составляет сложную задачу.

В данной работе впервые для нахождения таких частот предложен и реализован эволюционный метод. Суть такого подхода состоит в том, что при произвольном задании начальных данных и достаточно больших  $\tau$  будут превалировать возмущения с наибольшими инкрементами, которые изменяются по закону  $\exp[-i\omega\tau]$ .

Для возмущений типа

$$\mathbf{a}' = \tilde{\mathbf{a}}(\tau, X, Y) \exp(i\beta Z)$$

уравнения (1) и граничные условия (2) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \tau} &= -U \frac{\partial f}{\partial X} - \varphi \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{T_0}{\gamma M^2} \frac{\partial \pi}{\partial X} + \\ &+ \frac{\mu T_0}{Re} \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2}, \\ \frac{\partial h}{\partial \tau} &= -U \frac{\partial h}{\partial X} - \frac{T_0}{\gamma M^2} i\beta \pi + \\ &+ \frac{\mu T_0}{Re} \frac{\partial^2 h}{\partial Y^2}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} &= -U \frac{\partial \varphi}{\partial X} - \frac{T_0}{\gamma M^2} \frac{\partial \pi}{\partial Y}, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} &= -U \frac{\partial \zeta}{\partial X} - \varphi \frac{\partial r}{\partial Y} - \frac{d}{dY} \left( \frac{1}{T_0} \right) \times \\ &\times \left( \frac{\partial f}{\partial X} + i\beta h + \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right), \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= - \left[ U \frac{\partial \theta}{\partial X} + \varphi \frac{\partial T}{\partial Y} \right] - (\gamma - 1) \times \\ &\times T_0 \left( \frac{\partial f}{\partial X} + i\beta h + \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right) + \frac{\gamma \mu T_0}{Pr Re} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}, \\ \pi &= \frac{r}{\rho} + \frac{\theta}{T}; \\ f(0) &= 0, \varphi(0), h(0), \left( c\theta + d \frac{d\theta}{dY} \right) \Big|_{y=0} = \\ &= 0, f|_{y=\infty}, \theta|_{y=\infty}, \zeta|_{y=\infty}, h|_{y=\infty} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

### Расчетная область и численная схема

Кроме условий монохроматичности по боковой координате  $z$ , задача решалась для периодических возмущений по координате  $x$ , то есть  $\mathbf{a}(Y, X, \tau) = \mathbf{a}(Y, X + L, \tau)$ . Область

интегрирования в нормальном направлении была ограничена промежутком  $0 < Y < Y^*$ . При этом накладывались условия равенства нулю возмущений при  $Y^*$ . Значение  $Y^*$  бралось таким, чтобы его увеличение не приводило к существенному изменению инкремента возмущения.

Для интегрирования системы (5) использовалась 2-шаговая конечно-разностная схема [11].

Первый шаг:

$$\begin{aligned} \frac{f^{n+\frac{1}{2}} - f^n}{\Delta} &= -U' \varphi^n + \\ &+ \frac{\mu T_0}{Re} \frac{f_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2f_i^{n+\frac{1}{2}} + f_{i-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2} - \\ &- \frac{T_0}{\gamma M^2} \frac{(\pi_{j+1}^n - \pi_{j-1}^n)}{2h_x}, \\ \frac{h^{n+\frac{1}{2}} - h^n}{\Delta} &= -\frac{i\beta T_0 \pi^n}{\gamma M^2} + \\ &+ \frac{\mu T_0}{Re} \frac{h_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2h_i^{n+\frac{1}{2}} + h_{i-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2}, \\ \frac{\varphi^{n+\frac{1}{2}} - \varphi^n}{\Delta} &= -\frac{T_0}{\gamma M^2} \frac{(\pi_{i+1}^n - \pi_{i-1}^n)}{2h_y}, \\ \frac{\zeta^{n+\frac{1}{2}} - \zeta^n}{\Delta} &= -\frac{d}{dY} \left( \frac{1}{T_0} \right) \varphi^n - \\ &- \frac{1}{T_0} \left( \frac{f_{j+1}^n - f_{j-1}^n}{2h_x} + i\beta h^n + \frac{(\varphi_{i+1}^n - \varphi_{i-1}^n)}{2h_y} \right), \\ \frac{\theta^{n+\frac{1}{2}} - \theta^n}{\Delta} &= -T' \varphi^n - (\gamma - 1) \times \\ &\times T_0 \left( \frac{f_{j+1}^n - f_{j-1}^n}{2h_x} + i\beta h^n + \frac{(\varphi_{i+1}^n - \varphi_{i-1}^n)}{2h_y} \right) + \\ &+ \frac{\gamma \mu T_0}{Pr Re} \frac{\theta_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_i^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2}, \\ \frac{\pi^{n+\frac{1}{2}}}{P} &= \frac{r^{n+\frac{1}{2}}}{\rho} + \frac{\theta^{n+\frac{1}{2}}}{T}. \end{aligned} \quad (6a)$$

Второй шаг:

$$\frac{a^{n+1} - a^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta} = -U \frac{a_{j+1}^{n+1} - a_{j-1}^{n+1}}{2h_x}, \quad (66)$$

$$\frac{\pi^{n+1}}{P} = \frac{r^{n+1}}{\rho} + \frac{\theta^{n+1}}{T}.$$

Схема абсолютно устойчива, порядок аппроксимации  $O(\tau, h_x^2, h_y^2)$ . Значения  $f, \varphi, r, \theta, \pi, h$  на  $(n+1)$ -м слое получаются из каждого уравнения в соответствующем порядке. Неизвестные значения на границе получались путем интерполяции 3-х соседних точек.

Значение  $\omega$  определялось по формуле  $\omega = -\frac{1}{iN2\Delta} \ln\left(\frac{\pi^{n+N}}{\pi^n}\right)$ . Расчет проводился до тех пор, пока  $\omega$  не становилось постоянным с приемлемой точностью. При этом реальная или мнимая часть  $q(Y_c, X, \tau_c)$  будет изменяться как

$$q_{r,i}(Y, X, \tau) = a_{r,i} \sin(\alpha X + \psi_{r,i}).$$

Значение  $\alpha = 2\pi n / L$ , где  $n$  – число периодов, укладываемых в расчетный интервал  $L$ . Для расчета использовалась прямоугольная разностная сетка размером 240 по координате  $X$  и 400 по координате  $Y$  с шагом по времени  $\Delta = 0,001$ .

### Уравнения пограничного слоя и их решение

В автомодельной системе координат уравнения пограничного слоя имеют вид [12]

$$\frac{d}{dY} \left( \mu \frac{dU}{dY} \right) + g \frac{dU}{dY} = 0,$$

$$\frac{d}{dY} \left( \frac{\mu}{Pr} \frac{dT}{dY} \right) + g \frac{dT}{dY} +$$

$$+(\gamma - 1) M_e^2 \mu \left( \frac{dU}{dY} \right)^2 = 0,$$

$$\frac{dg}{dY} = \frac{U}{2T}.$$

Здесь  $\gamma = C_p / C_v$  – показатель адиабаты,  $M = u_e^* / a_e$  – число Маха и  $a_e$  – скорость звука на границе пограничного слоя.

При вдуве однородного газа через стенку под углом  $\lambda$  к направлению основного потока компоненты скорости на стенке определяем следующим образом:

$$V(0) = G \sin \lambda, \quad U(0) = G \cos \lambda.$$

В силу того что  $g(0) = -V(0) \frac{Re}{T_w}$  [3], получим

$g(0) = -\frac{G Re}{T_w} \sin \lambda$ . Введем параметр

$C_q = -G \frac{Re}{T_w}$ , характеризующий интенсивность вдува или отсоса через поверхность.

В этом случае граничные условия на теплоизолированной поверхности можно записать в следующем виде:

при  $Y = 0$

$$g = C_q \sin \lambda, \quad U = \frac{T_w}{Re} C_q \cos \lambda, \quad \frac{dT}{dY} = 0;$$

при  $Y = \infty$

$$T = U = 1.$$

Введем замену переменных:

$$z_1 = \mu \frac{dU}{dY}, \quad z_2 = g, \quad z_3 = U,$$

$$z_4 = \frac{\mu}{Pr} \frac{dT}{dY}, \quad z_5 = T.$$

Уравнения пограничного слоя записываются в виде системы уравнений первого порядка:

$$\frac{dz_1}{dY} = g \frac{z_1}{\mu}, \quad \frac{dz_2}{dY} = \frac{U}{2T},$$

$$\frac{dz_3}{dY} = \frac{z_1}{\mu},$$

$$\frac{dz_4}{dY} = -g \frac{Pr z_4}{\mu} - (\gamma - 1) M_e^2 \mu \left( \frac{F}{\mu} \right)^2, \quad (7)$$

$$\frac{dz_5}{dY} = \frac{Pr z_4}{\mu}.$$

Граничные условия переписываются в виде

$$z_2(0) = C_q \sin \lambda, \quad z_3(0) = \frac{T_w}{Re} C_q \cos \lambda,$$

$$z_4(0) = 0, \quad z_3(\infty) = z_5(\infty) = 1.$$

Система (7) интегрировалась методом Рунге – Кутты от стенки до  $Y_m$ . Необходимые значения  $a = z_1(0)$ ,  $b = z_5(0)$  и  $Y_m$  определялись в процессе итераций, основанных на методе Ньютона и условии, что  $|z_3(Y_m) - 1|, |z_5(Y_m) - 1| < \varepsilon_1$ . Зависимость  $\mu$  от температуры принималась в соответствии с законом Сатерленда, который в безразмерном виде можно записать следующим образом:

$$\mu = (T_0)^{3/2} \frac{1 + T_s / T_e^*}{T_0 + T_s / T_e^*},$$

где  $T_s = 110 \text{ }^\circ\text{K}$  – постоянная Сатерленда,  $T_e^*$  – температура на границе пограничного слоя. В аэродинамических трубах без подогрева при постоянной температуре торможения  $T_0^*$ ,  $T_e^* = T_0^* / (1 + (\gamma - 1)M^2)$ . В работе принималось  $T_0^* = 300 \text{ }^\circ\text{K}$ .

## Результаты

На рис. 1, 2 представлены результаты расчетов стационарных величин пограничного слоя при числе Маха  $M = 2$ .

Распределение продольной скорости, температуры и динамической вязкости для параметра вдува  $C_q = 0$  показаны на рис. 1. Заметим, что все стационарные параметры течения выходят на единицу примерно при  $Y = 8$ . Результаты расчетов профилей продольной скорости для разных значений параметра  $C_q$  представлены на рис. 2, а. Видим, что выход скорости на единицу замедляется с увеличением скорости вдува. Таким образом, отчетливо видно, что нормальный вдув утолщает пограничный слой. Кроме того, в профиле скорости появляется точка перегиба, что может способствовать дестабилизации пограничного слоя.

Влияние направления вдува на распределение продольной скорости,  $C_q = -0,5$ , пока-

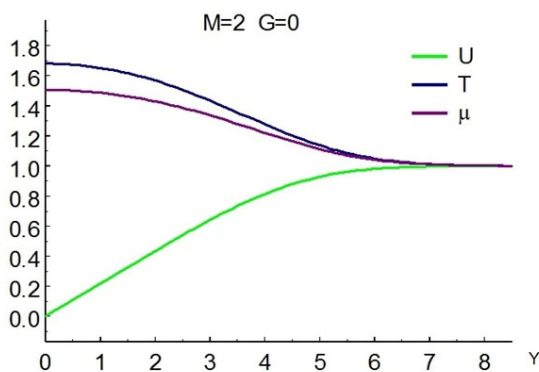


Рис. 1. Профиль стационарных параметров течения

зано на рис. 2, б. Распределение скорости без вдува помечено символами. Из приведенных данных следует, что стационарные параметры течения слабо зависят от тангенциального вдува. Решающую роль в этом отношении играет нормальная компонента скорости.

На рис. 3–6 представлены результаты расчетов параметров возмущений в сверхзвуковом пограничном слое, в том числе максимальных степеней их временного нарастания. Основные результаты получены на основе системы уравнений (3). Для обработки схемы (4) проводились расчеты устойчивости по классической теории. Как уже отмечалось, на больших временах устанавливается решение с экспоненциальной зависимостью от времени. Мы не останавливаемся подробно на начальных данных, которые задавались произвольно.

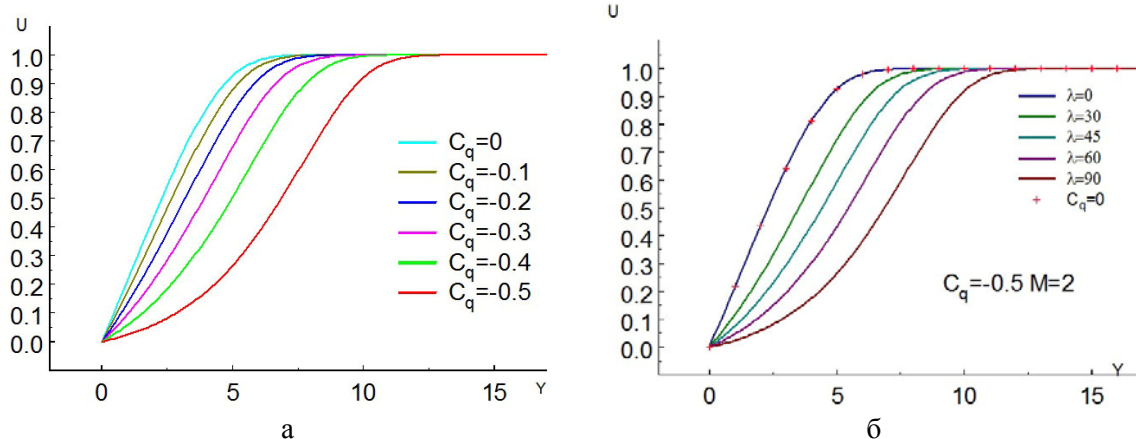


Рис. 2. Распределение продольной скорости:

а – при разных значениях параметра  $C_q$ ; б – в зависимости от  $Y$  при разных значениях угла  $\lambda$

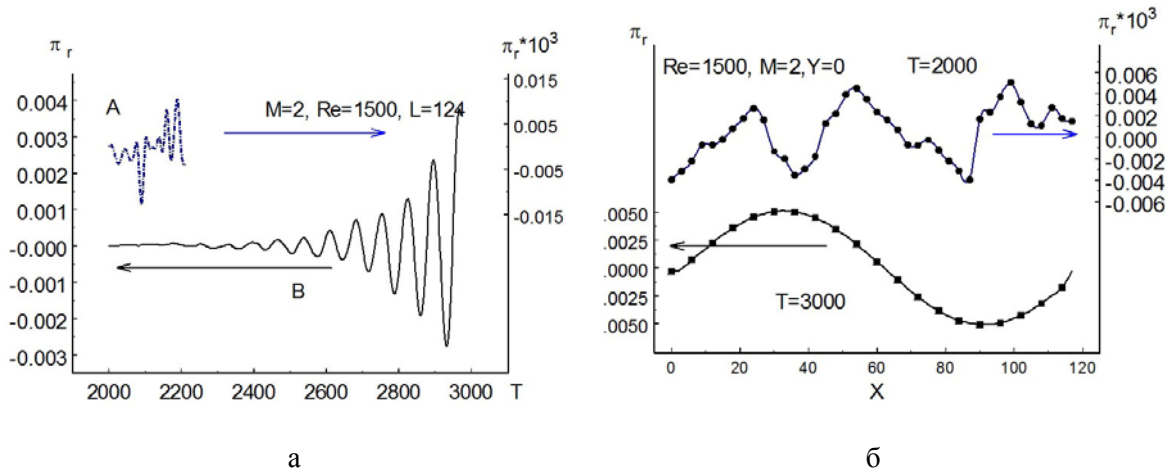


Рис. 3. Зависимость реальной части амплитуды возмущения давления: а – возле стенки ( $Y = 0$ ) от времени; б – от координаты  $X$

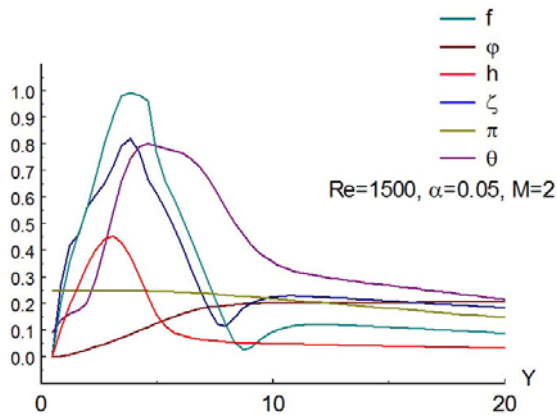


Рис. 4. Профиль модулей амплитуд возмущения скорости, плотности, температуры и давления

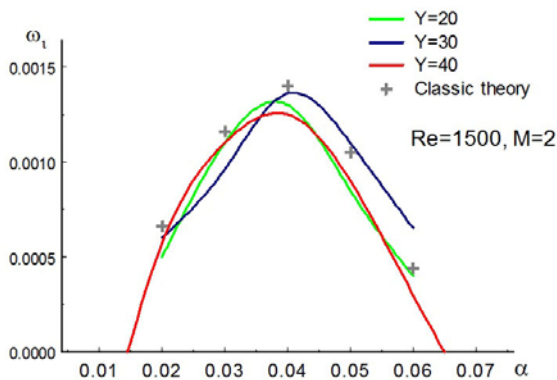


Рис. 5. Расхождение результатов степени нарастания в зависимости от  $\alpha$  для разных толщин

На рис. 3, а показано изменение во времени реальной части амплитуды давления возле стенки,  $Y = 0$ , при  $Y^* = 40$ . Результат, приведенный на графике В, представлен во временном промежутке  $2\,000 < \tau < 3\,000$ .

Верхний график А – это увеличенный в тысячу раз начальный участок графика В, из которого отчетливо видно, что в полученной реализации присутствует несколько частот. Однако со временем выделяется одна – максимально растущая, которая изменяется по закону  $\cos(\omega_i \tau + \psi_0) \exp \omega_i \tau$ . Полученный инкремент нарастания  $\omega_i$  практически не отличался от его значения в классической теории.

Аналогично рис. 3, а на рис. 3, б представлены распределения реальной части амплитуды давления при двух значениях времени. Видно, что при больших значениях пространственная зависимость хорошо описывается гармонической зависимостью с волновым числом  $\alpha = 2\pi / L$ .

Профили абсолютных значений амплитуд возмущений, представленные на рис. 4, соответствуют времени выхода решения на экспоненциальную зависимость. Характерно, что наибольшую амплитуду имеет продольная скорость. Поэтому проводилась нормировка на единицу в максимальном значении именно продольной скорости. Также следует заметить, что значение амплитуды возмущений нормальной скорости выходит на максимальное значение на внешней границе.

Размеры расчетной области мы определяли опытным путем, сопоставляя инкременты при разных значениях  $Y^*$  с данными классической теории. На рис. 5 отчетливо видно, что при толщине расчетной области  $Y^* = 40$  результаты численного моделирования мало отличаются от данных классической теории.

На рис. 6 показано как изменяется степень нарастания в зависимости от волнового числа  $\alpha$  при различных направлениях вдува для  $C_q = -0,5$ . Красная линия показывает тангенциальный вдув, зелеными кружками отмечены точки без вдува. Видно, что с уменьшением угла  $\lambda$  устойчивость пограничного слоя повышается, а тангенциальный вдув ( $\varphi = 0$ ) практически не влияет на устойчивость пограничного слоя. В то же время нормальный к поверхности вдув может усилить степень нарастания в несколько раз.

### Заключение

1. Предложен новый метод решения задачи об устойчивости пограничного слоя, основанный на эволюционном развитии возмущений во времени.

2. Впервые исследовано влияние направления вдува газа через пористую поверхность на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя. В отличие от известного сильного влияния нормального к поверхности вдува на устойчивость пограничного слоя, тангенциальный вдув слабо влияет на устойчивость

3. Разработанный метод предполагается использовать в задаче об устойчивости сверхзвукового пограничного слоя при вдуве инородного газа, а численную схему, кроме того, – для моделирования нелинейных задач ламинарно-турбулентного перехода.

### Список литературы

1. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоиздат, 1985. 320 с.
2. Волчков Э. П. Пристенные газовые завесы. Новосибирск: Наука, 1983. 240 с.
3. Powers J. O., Heiche G., Shen S. F. The Stability of Selected Boundary-Layer Profiles // NOLTR. 1963. P. 62–143.
4. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980. 144 с.
5. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях // Изв. РАН, МЖГ. 2009. № 3. С. 36–46.

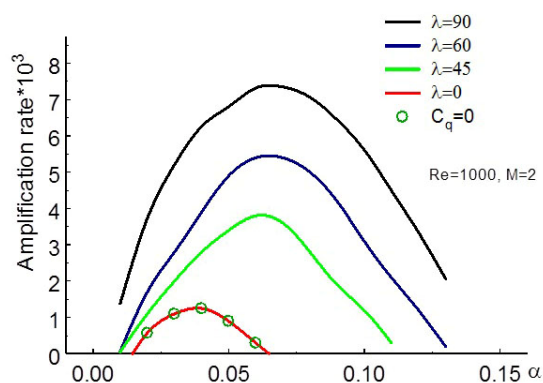


Рис. 6. Зависимость степени нарастания от параметра  $\alpha$  при разных значениях  $\lambda$  ( $C_q = -0,5$ ) и  $C_q = 0$

6. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Устойчивость и трехволновое взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое с массообменом на стенке // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 3. С. 301–316.

7. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости / Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 194 с.

8. Gaster M. A note on a relation between temporally increasing and spatially increasing disturbances in hydrodynamic stability // J. Fluid Mech. 1962. Vol. 14. P. 222–224.

9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М: Наука, 1973. 848 с.

10. Алексеев М. А. Об асимптотических приближениях в задаче устойчивости ламинарного пограничного слоя при сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. 1972. Вып. 1420. 27 с.

11. Ковеня В. М. Разностные методы решения многомерных задач. Новосибирск, 2004. С. 37–45.

12. Mack L. M. Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. New York: Academic Press // Methods in Computational Physics / ed. by B. Alder. 1965. Vol. 4. P. 247–299.



**S. A. Gaponov, A. N. Semenov**

*Institute of Theoretical and Applied Mechanics of SB RAS  
4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

*gaponov@itam.nsc.ru, semenov@itam.nsc.ru*

**INFLUENCE THE DIRECTION OF BLOWING GAS  
THROUGH A POROUS SURFACE ON THE STABILITY OF THE SUPERSONIC  
BOUNDARY LAYER**

In the paper the influence of the gas blowing direction through a porous surface on the supersonic boundary layer stability is investigated theoretically, using the classical method of elementary waves and the evolutionary method at Mach number  $M = 2$ . It was found that with decreasing of the gas injection angle to the plane plate the boundary layer stability was improved and the tangential blowing effect on the boundary layer stability is little in a comparison with the case of a boundary layer without mass exchange.

*Keywords:* stability, mathematical modeling, porous surface, blowing.