

**В. А. Лебига**<sup>1-3</sup>, **В. Н. Зиновьев**<sup>1</sup>, **А. Ю. Пак**<sup>1</sup>, **И. Р. Жаров**<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> *Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН  
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия*

<sup>2</sup> *Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия*

<sup>3</sup> *Новосибирский государственный технический университет  
пр. К. Маркса, 20, Новосибирск, 630073, Россия*

*lebiga@itam.nsc.ru*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ \***

Рассматривается моделирование течения Куэтта в круговом зазоре между коаксиальными цилиндрами, поскольку реализация плоского такого течения, в особенности для условий разреженного газа при больших числах Кнудсена, трудноосуществима в эксперименте. При разработке экспериментального стенда его геометрические размеры определялись с учетом обеспечения минимального отклонения профиля скорости в зазоре от линейного в случае ламинарного режима течения, а также предотвращения образования вихрей Тейлора – Гёртлера при выбранных параметрах потока. В качестве предварительного этапа выполнена серия испытаний с помощью термоанемометра при атмосферном давлении, показавшая как работоспособность самой установки, так и удовлетворительное согласование данных тарировок термоанемометра с помощью предложенного метода с использованием течения Куэтта и данных стандартных тарировок, полученных в модельной аэродинамической трубе DISA.

*Ключевые слова:* течение Куэтта, термоанемометр, тарировка, кольцевой зазор, вихри Тейлора – Гёртлера.

### **Введение**

Несмотря на простоту течения Куэтта, его изучению уделяется большое внимание, поскольку имеется множество дополнительных факторов, влияние и учет которых приводит к нетривиальным решениям и выводам. Например, реализация течения Куэтта в условиях сильно разреженной среды, магнитопроводящей жидкости, наличия теплообмена между стенками канала и рабочим телом, влияние стратификации и т. д. Плоское течение Куэтта было рассмотрено подробно теоретически для широкого круга параметров. Установлены особенности течения для ламинарного, когда профиль ско-

рости линейный, и турбулентного режима течения в канале. Так, на рис. 1 показаны профили скоростей для течения между двумя стенками, одна из которых движется, при ламинарном и турбулентном режимах. При этом профили скоростей совпадают в трех точках – на обеих стенках из-за прилипания и на оси канала [1].

В то же время экспериментальная реализация даже простейшего плоского течения Куэтта, вызывает много технических трудностей, таких как обеспечение жестких границ самого канала, с одной стороны, но позволяющих использование в конструкции достаточно гибкой «бесконечной ленты», с другой, из-за конечных размеров. На рис. 2, а

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-08-05738.

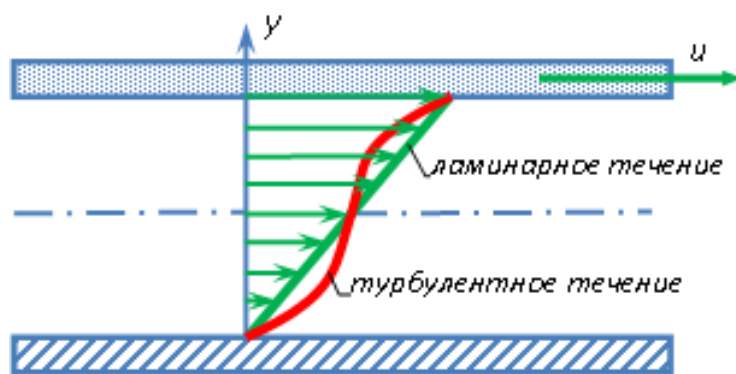


Рис. 1. Профили скоростей для течения между двумя стенками

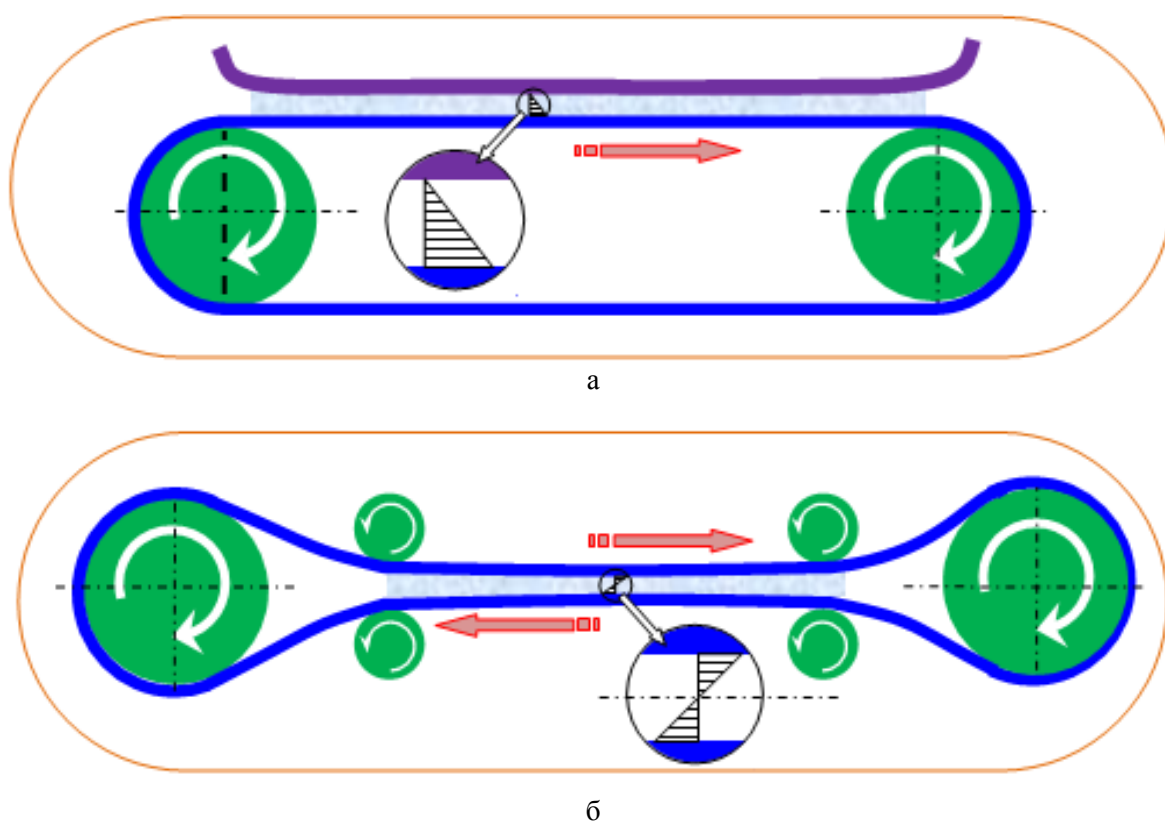


Рис. 2. Схемы установки для исследования течения Куэтта

показана принципиальная схема установки для исследования течения Куэтта, реализованной, например, в [2–4].

Другое конструктивное решение приведено на рис. 2, б, где течение в узком зазоре формируется между двумя движущимися по встречным направлениям стенками, при этом нулевая скорость потока имеет место на оси канала (см. [5–7]).

По схемам, приведенным выше, созданы установки различной конструкции, модели-

рующие течение Куэтта в плоском канале. Подробное описание таких установок имеется в работах [2; 4; 8]. В большинстве экспериментальных работ в качестве рабочего тела используются жидкости. В этих работах авторы отмечают также недостатки экспериментальных стендов и трудности при обеспечении плоского течения Куэтта. Известные экспериментальные установки предназначены для работы при нормальных условиях окружающей среды, имеют про-

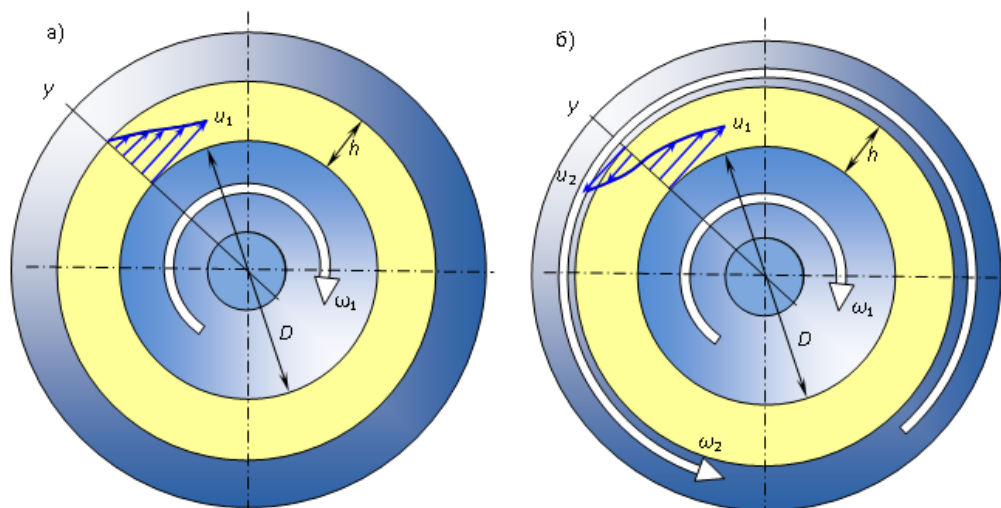


Рис. 3. Схема течения в кольцевом зазоре между двумя коаксиальными цилиндрическими поверхностями

зрачные стенки для визуализации. Для изучения характеристик течения Куэтта применяются методы термоанемометрии, Particle Image Velocimetry и др. В некоторых установках с помощью одной из стенок моделируется влияние ненулевой скорости на стенке и шероховатости стенки на развитие течения Куэтта [3; 4].

Течение, аналогичное течению Куэтта, может быть реализовано в кольцевом зазоре между двумя коаксиальными цилиндрическими поверхностями, когда отношение величины зазора  $h$  к диаметру цилиндра  $D = 2R$  достаточно мало. Принципиальная схема такой установки показана на рис. 3, а). Однако характеристики кольцевого течения могут значительно отличаться от характеристик плоского течения Куэтта – отклонение профиля скорости от линейного, возможность возникновения вихрей Тейлора – Гёртлера, влияние концевых эффектов [1; 9; 10].

Еще более сложной является структура кругового течения в случае различных комбинаций вращения внутреннего и внешнего цилиндров, см., например, рис 3, б), где показана схема течения при противоположном направлении вращения стенок канала. Из-за большого числа влияющих факторов, разнообразия возникающих явлений при различных параметрах потока, геометрических характеристик кольцевого канала, соотношения угловых скоростей стенок и т. д. течение Куэтта в кольцевом зазоре пред-

ставляет интерес для фундаментальных исследований. Имеется много работ, посвященных особенностям течения при различных конструктивных и параметрических различиях. Одной из основных особенностей течения в коаксиальном зазоре является возможность возникновения вихрей Тейлора – Гёртлера (см., например, [1]). В экспериментальных работах, как правило, в качестве рабочего тела используется жидкость [10–13]. При этом прозрачные стенки цилиндров позволяют получить картины визуализации течения. Применение инструментальных методов изучения течения очень ограничено из-за возмущений, создаваемых датчиками.

В эксперименте могут быть реализованы различные варианты течения в кольцевом зазоре – при вращении одного из коаксиальных цилиндров либо при разных комбинациях вращения каждого из цилиндров. Так, в работах [11–13] описаны эксперименты по моделированию течения Куэтта между двумя цилиндрами, каждый из которых мог независимо вращаться.

Помимо классических работ по теории течения Куэтта, в последнее время появились теоретические и расчетные работы, посвященные устойчивости течения Куэтта, переходу к турбулентности как в плоском, так и в кольцевом течении Куэтта (см., например, [14–16]).

Кроме чисто академического интереса к течению в кольцевом зазоре как источнику экспериментальных данных для верифика-

ции расчетных методов, имеется также ряд проблем прикладного характера. Важным приложением для практических задач может быть использование течения Куэтта для тарировок измерителей скорости при низких давлениях и относительно невысоких скоростях потока. Так, при исследовании пульсационных характеристик потока в разрядном промежутке CO<sub>2</sub>-лазера с помощью термоанемометра [17] возникла проблема тарировки датчика по скорости, поскольку в данной задаче оказалось невозможным применение каких-либо других методов измерения средней и пульсационной составляющих скорости. Хотя конечной целью является исследование потока при низких давлениях, тем не менее на первом этапе есть необходимость в проведении контрольных экспериментов при атмосферном давлении для сравнения полученных данных с измеренными традиционными способами, например, в аэродинамических трубах.

Анализ предполагаемых подходов к экспериментальному изучению кольцевого течения Куэтта показал, что в наибольшей степени задачам данного исследования удовлетворяет термоанемометрический метод, позволяющий проводить измерения как осредненных, так и нестационарных характеристик потока. В то же время необходимо получить дополнительные сведения об особенностях работы датчиков термоанемометра в низкоскоростном сильно разреженном потоке газа при больших числах Кнудсена [17]. В этом случае ключевым вопросом является возможность независимого определения (задания) скорости потока при тарировке датчика термоанемометра, поскольку пневмометрические методы в данном случае непригодны из-за малой разности динамического и статического давлений. То обстоятельство, что профиль скорости в плоском течении Куэтта является линейным, может быть использовано при тарировке, учитывая, что локальная скорость пропорциональна расстоянию от стенки и, следовательно, может быть легко определена.

С точки зрения практической реализации течения Куэтта в кольцевом зазоре при проведении экспериментов необходим учет и выбор различных параметров, таких как величина кольцевого зазора, длина вращающегося цилиндра, взаимное относительное угловое вращение внутренних и наружных

цилиндров, так как учет только относительной угловой скорости является недостаточным из-за эффектов центробежных сил, отличающихся для различных относительных вращений.

Две цели преследовались в данном исследовании: проверка работоспособности созданной установки для моделирования течения Куэтта и возможности калибровки датчиков термоанемометра с использованием течения Куэтта, для того чтобы избежать измерения скорости потока контактными методами.

### Экспериментальное оборудование Выбор схемы установки

Для простейшего случая плоского ламинарного течения Куэтта в канале шириной  $h$ , ограниченного стенками, неподвижной и движущейся со скоростью  $U$ , скорость потока  $u$  зависит от расстояния  $y$  от неподвижной стенки и изменяется линейно:

$$u = U \cdot (y/h).$$

Однако на практике реализовать плоскопараллельное течение Куэтта непросто из-за технических трудностей, конечной длины стенок и т. д., что описано в работах, использующих такие установки [2–8].

Кроме того, профили скорости в этих установках оказались отличающимися от линейных, однако симметричными относительно центральной линии канала, на которой скорость равнялась половине скорости движущейся стенки. Причиной нелинейности профиля скорости является турбулентный характер течения в канале.

Более реалистичной может быть схема установки, состоящей из двух коаксиальных цилиндров, в которой внутренний цилиндр вращается. Зная угловую скорость вращения внутреннего цилиндра  $\omega$  и его диаметр  $D = 2R$ , легко определить линейную скорость  $U$  поверхности цилиндра, как

$$U = 2\pi R\omega.$$

В этом случае поток в кольцевом зазоре также подобен течению Куэтта. Технически реализовать такое течение достаточно просто, обеспечив герметизацию установки, а следовательно, и возможность изменения давления в канале. Однако характеристики течения в таком канале могут отличаться от характеристик плоского течения Куэтта из-за влияния центробежных сил, приводящих к искажению профиля скорости, воз-

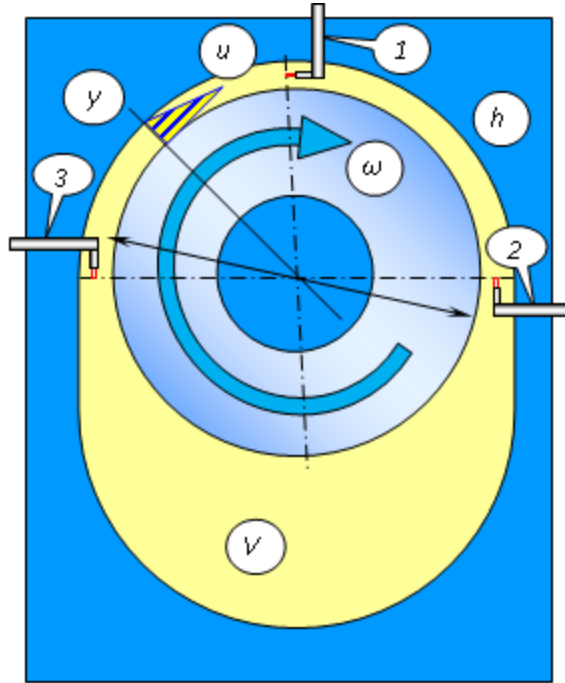


Рис. 4. Схема экспериментального стенда для создания течения Куэтта в полукольцевом канале

никновению вихрей Тейлора – Гёртлера. Кроме того, установка датчика в канале приведет к образованию следа за ним и появлению интенсивных пульсаций скорости.

При создании экспериментального стенда были выполнены предварительные расчеты для оценки возможных искажений потока в кольцевом зазоре с использованием известных теоретических соотношений (см., например, [1]). Возможное отклонение реального профиля скорости от линейного определялось с учетом следующих соотношений:

- для кольцевого зазора

$$u = \frac{\omega R^2}{R+y} \left( 1 - \frac{(2R+y)y}{(2R+h)h} \right);$$

- в случае линейного профиля в зазоре

$$u = U \left( 1 - \frac{y}{h} \right) = \omega R \left( 1 - \frac{y}{h} \right).$$

Выбор геометрических размеров стенда производился с учетом предотвращения возникновения вихрей Гёртлера и Тейлора [1; 9] с использованием соответствующих критериев  $G$  и  $Ta$ :

$$G = \frac{\rho U \theta}{\mu} \sqrt{\frac{\theta}{R}} = Re_{\theta} \sqrt{\frac{\theta}{R}} > 0,3, \quad (1)$$

$$Ta = \frac{\rho U h}{\mu} \sqrt{\frac{h}{R}} = Re_h \sqrt{\frac{h}{R}} \geq 41,3, \quad (2)$$

где  $\theta$  – толщина потери импульса,  $Re$  – число Рейнольдса. Было определено, что для выбранного из конструктивных соображений диаметра  $D = 200$  мм внутреннего цилиндра, вращающегося с угловой скоростью, обеспечивающей  $U = 60$  м/с, величина кольцевого зазора  $h = 4$  мм удовлетворяет условиям (1) и (2). При этом отклонение профиля скорости в зазоре от линейного не превышает 0,25 %.

Образование следа за установленными в канале датчиками может привести к искажению течения. В качестве возможного решения этой проблемы был использован полукольцевой зазор вместо кольцевого – вращающийся цилиндр был помещен в овальную камеру, как показано на рис. 4. Таким образом, поток типа течения Куэтта реализуется в полукольцевом зазоре между корпусом установки и вращающимся цилиндром. Объем  $V$  в нижней части корпуса, является своего рода «успокоительной» камерой, подавляющей возмущения, возникающие в следе за датчиком, установленным в кольцевом зазоре.

Предусмотрено несколько возможных положений для установки датчиков (см. 1–3 на рис. 4). Сравнение состояния потока в этих сечениях может использоваться для изучения развития течения в зазоре, определения, насколько установившимся является течение в зазоре. Изменение характеристик шероховатости поверхности внутреннего цилиндра позволит моделировать влияние шероховатости на развитие течения, а также и течение с ненулевой скоростью на стенке, как, например, в работе [3–4].

Для перемещения датчика термоанемометра поперек щелевого канала был спроектирован и изготовлен координатник на базе микрометра, обеспечивающий перемещение нити датчика по координате  $y$  с точностью  $\pm 0,005$  мм.

Поскольку камера выполнена в виде закрытого герметичного объема, давление внутри стенда может меняться в широких пределах – от очень низкого, разреженного до превышающего атмосферное. Изменение давления внутри стенда или частоты вращения внутреннего цилиндра позволяет исследовать влияние числа Рейнольдса различными способами.

### Измерительное оборудование, датчики термоанемометра

Термоанемометры постоянного тока Constant Current Anemometer-6 и постоянной температуры Constant Temperature Anemometer-5, разработанные и изготовленные в Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, были использованы в данной работе для измерений вместе с проводочными датчиками с вольфрамовой нитью диаметром 6–10 мкм [18; 19]. Регистрация и обработка экспериментальных данных проводились с использованием стандартных измерительных приборов, и разработанного для этой цели программного обеспечения. Применяемые методики приведены в [20]. Для сравнения данных калибровок в разработанном стенде с данными, полученными стандартными методами в условиях окружающей среды при атмосферном давлении, использовалась тарировочная аэродинамическая труба DISA 55D41/42.

### Результаты предварительных измерений с помощью термоанемометра

Первая серия измерений была проведена в созданном стенде при атмосферном давлении с помощью датчика термоанемометра, нить которого располагалась посередине кольцевого зазора в двух положениях: на расстоянии половины длины канала и в конце его, соответственно положения 1 и 2 на рис. 4. Существенных различий между результатами не было установлено, что указывает на установившийся характер течения в кольцевом канале.

При пониженном давлении в стенде были проведены аналогичные измерения, по результатам которых получены предварительные данные для построения зависимости числа Нуссельта  $Nu$  от числа Рейнольдса  $Re$ . Для объяснения наблюдаемых незначительных отличий требуются дополнительные измерения.

Сопоставление измерений при атмосферном давлении в стенде и тарировочной аэродинамической трубе DISA 55D41/42, показанных на рис. 5 в виде зависимости  $E^2(U^{0.5})$ , свидетельствует о том, что оба метода дают практически совпадающие результаты. Поэтому разработанный стенд

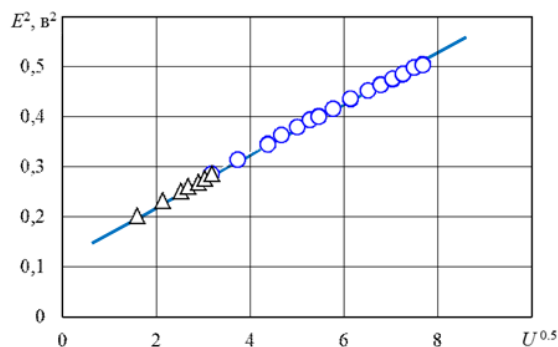


Рис. 5. Тарировка проволоочного датчика термоанемометра:  $\circ$  – в установке трубе DISA 55D41/4,  $\triangle$  – в созданном стенде

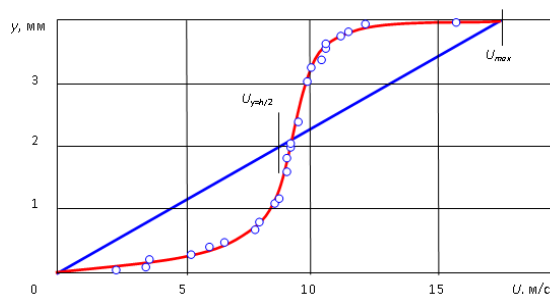


Рис. 6. Сравнение теоретического линейного профиля скорости в плоском ламинарном течении Куэтта с измеренным в данной работе при  $Re = 4554$  профилем скорости в кольцевом канале

может быть использован для создания течения Куэтта и его исследования методами термоанемометрии.

Используя тарировочные данные, полученные в установке DISA и в созданном стенде, в сечениях, соответствующих положениям 1 и 2 на рис. 4 были получены профили средней скорости для нескольких режимов течения. Пример такого профиля показан на рис. 6 для угловой скорости вращения внутреннего цилиндра  $\omega = 28 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует окружной скорости на поверхности цилиндра  $U = 17,6 \text{ м/с}$ . Координата отсчитывалась по нормали от неподвижной стенки поперек потока. Видно, что, как и остальные полученные профили скорости, приведенный профиль нелинейный, что указывает на турбулентный режим течения в кольцевом канале.

В тоже время полученные профили скорости отличаются и от классических профилей, измеренных в течении Куэтта, примеры которых приведены в [1; 3; 5]. В работе [5] плоское течение Куэтта создавалось между

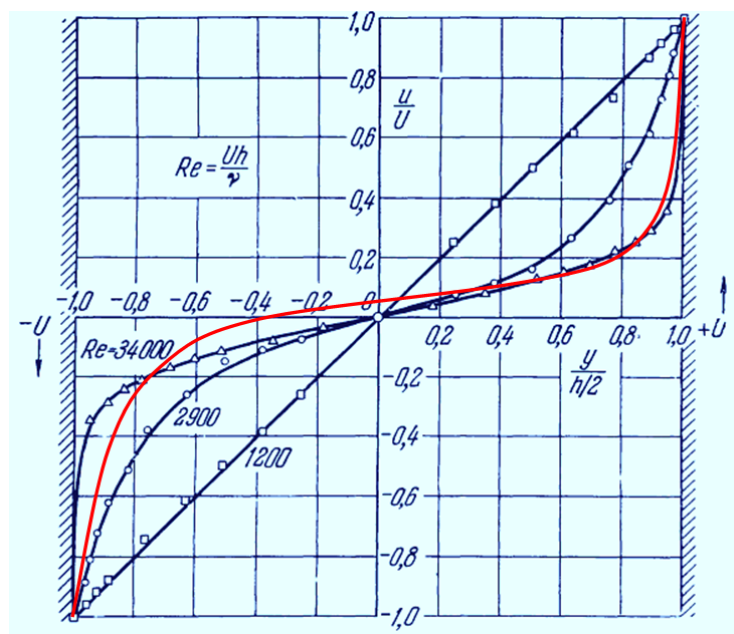


Рис. 9. Сравнение профилей скорости в плоском течении Куэтта [1] и в кольцевом канале,  $Re = 4554$

двумя движущимися во встречном направлении пластинами. Отличие профилей скорости, измеренных в данной работе в кольцевом и плоском каналах [1], демонстрируется на рис. 7, где данные приведены в безразмерном виде. Во-первых, профиль скорости в кольцевом канале не имеет центральной симметрии относительно оси канала. Во-вторых, скорость на оси кольцевого канала не равна половине окружной скорости поверхности вращающегося цилиндра. Причинами такого искажения скорости могут быть как влияние центробежных сил, действующих на поток из-за кривизны канала, так и возможное проявление действия вихрей Гёртлера, возникающих также из-за кривизны канала. Не исключено и совместное их влияние.

Задачей будущих исследований является установление факторов, определяющих различие в профилях скорости при турбулентном режиме в плоском и криволинейном течениях Куэтта. Сравнение профилей скорости для турбулентного течения в плоском и криволинейном каналах (см. рис. 7), показывает, что наблюдается большее отличие профилей скорости вблизи неподвижной стенки при  $0 < y < h/2$ , чем при  $h > y > h/2$ . Это может свидетельствовать о формировании в криволинейном канале вдоль стенки неподвижного цилиндра вихрей типа вихрей

Тейлора. Необходимы также детальные измерения параметров потока по длине криволинейного канала, включая пульсационные, для определения особенностей формирования течения.

### Заключение

Создана действующая установка, в которой выполнены предварительные измерения некоторых характеристик течения и показана возможность моделирования течения Куэтта в полукольцевом зазоре между коаксиальными цилиндрическими поверхностями.

Созданная установка вместе с термоанемометрической аппаратурой позволяет исследовать характеристики течения Куэтта в полукольцевом зазоре в диапазоне скоростей потока на поверхности вращающегося цилиндра от 10 до 100 м/с, в том числе для условий разреженного газа при больших числах Кнудсена и малых числах Рейнольдса.

Установлено, что течение в полукольцевом канале является турбулентным с возможным образованием вихревых структур.

Продемонстрирована возможность использования данного течения для исследования закона теплообмена между потоком и нагретой нитью с целью определения коэф-

фициентов чувствительности датчиков термоанемометра.

### Список литературы

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с
2. Aydin F. M., Leutheusser H. J. Novel experimental facility for the study of plane Couette flow // *Rev. Sci. Instrum.* 1979. Vol. 50. No. 11. P. 1362–1366.
3. Aydin F. M., Leutheusser H. J. Plane-Couette flow between smooth and rough walls // *Experiments in Fluids.* 1991. No. 11. P. 302–312.
4. Johnson T. J. Drag measurements across patterned surfaces in a low Reynolds number Couette flow facility: A Thesis. The University of Alabama, Tuscaloosa, 2009. 64 p.
5. Tillmark N., Alfredson P. H. Experiments on transition in plane Couette flow // *J. Fluid Mech.* 1992. Vol. 235. P. 89–102.
6. Tsukahara T., Tillmark N., Alfredsson P. H. Flow regimes in a plane Couette flow with system rotation // *J. Fluid Mech.* 2010. Vol. 648. P. 5–33.
7. Bottin S., Dauchot O., Daviaud F., Maneville P. Experimental evidence of streamwise vortices as finite amplitude solutions in transitional plane Couette flow // *Physics of Fluids.* 1998. Vol. 10. P. 2597–2607.
8. Aydin M., Leutheusser H. J. Very low velocity calibration and application of hot-wire probes // *DISA Information.* 1980. No. 25. P. 17–18.
9. Görtler H. Dreidimensionales zur Stabilitätstheorie laminarer Grenzschichten // *J. Applied Math. and Mech.* 1955. No. 35. 362–363.
10. Coles D., Van Atta C. Measured distortion of a laminar circular Couette flow by end effects // *J. Fluid Mech.* 1966. Vol. 25. No. 3. P. 513–521.
11. Andereck C. D., Liu S. S., Swinney H. L. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders // *J. Fluid Mech.* 1986. Vol. 164. P. 155–183.
12. Coles D. Transition in circular Couette flow // *J. Fluid Mech.* 1965. Vol. 21. P. 385–425.
13. Dontula P., Macosko C., Scriven L. Origins of concentric cylinders viscometry // *J. Rheol.* 2005. Vol. 49. No. 4. P. 807–818.
14. Pirozzoli S., Bernardini M., Orlandi P. Turbulence statistics in Couette flow at high Reynolds number // *J. of Fluid Mech.* 2014. Vol. 758. P. 327–343.
15. Dou H. S., Khoo B. C. Investigation of turbulent transition in plane Couette flows using energy gradient method // *Advances in Appl. Math. and Mech.* 2011. Vol. 3. No. 2. P. 165–180.
16. Dou H. S., Khoo B. C., Yeo K. S. Instability of Taylor-Couette Flow between Concentric Rotating Cylinders // *Inter. J. of Thermal Science.* 2008. Vol. 47. No. 11. P. 1422–1435.
17. Зиновьев В. Н., Лебига В. А., Пак А. Ю., Афонин Ю. В., Оришич А. М. Измерение пульсаций потока в проточной части контура непрерывного электроразрядного СО<sub>2</sub> лазера // *Теплофизика и аэромеханика.* 2011. № 1. С. 73–80.
18. Lebiga V. A., Pak A. Yu., Repkov V. V., Zinoviev V. N. Portable Autonomous Hot Wire Equipment for Measurements in Compressible Flows // 17<sup>th</sup> Inter. Conf. on Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 2014. Pt. 2. P. 120.
19. Zinoviev V. N., Lebiga V. A., Pak A. Yu. Hardware and software for hot-wire measurements of unsteady flows // NSC – RFBR Joint Sympos. «Study of Unsteady Processes in Problems of Continuum Mechanics by New Approaches to Physical and Numerical Modeling». Tainan, Taiwan, 2009.
20. Лебига В. А., Зиновьев В. Н., Пак А. Ю. Термоанемометрия сжимаемых течений. *Аэромеханика и газовая динамика.* 2003. № 4. С. 53–70.



**V. A. Lebiga<sup>1-3</sup>, V. N. Zinoviev<sup>1</sup>, A. Yu. Pak<sup>1</sup>, I.R. Zharov<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup> *Institute of Theoretical and Applied Mechanics, SB RAS  
4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

<sup>2</sup> *Novosibirsk State University  
2 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

<sup>3</sup> *Novosibirsk State Technical University  
20 K. Marx Ave., Novosibirsk, 630073, Russian Federation*

*lebiga@itam.nsc.ru*

### **THE CIRCULAR GAP COUETTE FLOW MODELING**

The simulation of Couette flow inside the circular gap between coaxial cylinders is observed due to the difficulty of the experimental implementation of the equal plane one, especially for rarefied gas conditions and high Knudsen numbers. Geometry configuration of the experimental facility have been defined in order to minimize speed profile deviation inside the gap from linear shape, existing in case of laminar flow and preventing appearance of Taylor – Görtler vortexes with chosen flow parameters. The previous stage, that was conducted using the hot-wire anemometer in atmosphere pressure conditions has shown the efficiency of the facility and sufficient agreement of calibration data, received using considered calibration method and data of standard calibration approach when the model wind tunnel DISA is applied.

*Keywords:* the Couette Flow, hot-wire anemometer, calibration, circular gap, Taylor – Görtler vortexes.