#### А. В. Аржанников, М. А. Макаров, Д. А. Самцов С. Л. Синицкий, В. Д. Степанов

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН пр. Акад. Лаврентьева, 11, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

arzhan1@ngs.ru

# МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ ЗАМАГНИЧЕННОГО ПУЧКА ИЗ ИЗМЕРЕНИЙ ИХ ПОГЛОЩЕНИЯ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЛИМАТОРОВ

В задаче о движении потока замагниченных релятивистских электронов в цилиндрическом канале, размеры которого соизмеримы с их ларморовским радиусом, найдено распределение по длине канала поглотившихся в его стенке электронов при различном начальном угловом разбросе этих частиц. Данное решение получено с учетом отражения релятивистских электронов от цилиндрической поверхности канала при произвольном угле падения электронов на нее. В соответствии с полученным решением создан и проверен в реальном эксперименте многоканальный датчик углового разброса электронов, построенный как совокупность последовательно размещенных поглощающих коллиматоров с постепенно уменьшающимися диаметрами. Описана математическая процедура нахождения функции распределения скоростей электронов по углам, в которой используются результаты измерения токов электронов, поглотившихся в этих коллиматорах.

Ключевые слова: угловой разброс, электронный пучок, цилиндрический коллиматор.

#### Введение

Сильноточные релятивистские электронные пучки (РЭП) широко применяются для накачки электромагнитных волн в различных вакуумных генераторах излучения миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Они также используются для возбуждения интенсивных ленгмюровских колебаний в плазме применительно к нагреву ее электронов и генерации электромагнитного излучения. И в том, и в другом случае основным параметром пучка, определяющим инкремент раскачки колебаний и, следовательно, эффективность передачи энергии от него к колебаниям, является плотность электронов пучка в фазовом пространстве. Данная характеристика пучка пропорциональна плотности тока пучка и обратно пропорциональна квадрату разброса электронов по скоростям. В случае моноэнергетического пучка разброс по продольным скоростям частиц определяется их угловым разбросом. Таким образом, для решения задач по накачке колебаний в вакууме и плазме с помощью сильноточного РЭП необходимо проводить измерения угловой расходимости его электронов. Например, в работе [1] отмечается, что для достижения эффективной генерации суб-

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 14-12-00610.

Аржанников А. В., Макаров М. А., Самцов Д. А., Синицкий С. Л., Степанов В. Д. Методика нахождения углового распределения релятивистских электронов замагниченного пучка из измерений их поглощения в последовательности цилиндрических коллиматоров // Сибирский физический журнал. 2017. Т. 12, № 1. С. 26–42.

миллиметрового излучения по схеме двухстадийного мазера на свободных электронах необходим релятивистский ленточный пучок с угловым разбросом скоростей электронов менее пяти градусов. В задаче генерации мощного терагерцового излучения на основе пучково-плазменного взаимодействия также требуется электронный пучок с малым угловым разбросом [2]. Как правило, для транспортировки и фокусировки интенсивных пучков в мощных генераторах электромагнитных колебаний используется сильное магнитное поле, в котором электроны пучка оказываются замагниченными и движутся по винтовым траекториям. В таких условиях единственной величиной, определяющей угловое распределение скоростей электронов, является их питч-угол, т. е. угол между скоростью электронов и направлением силовых линий магнитного поля в области измерения. Поэтому далее под термином «угловой разброс электронов» будет подразумеваться разброс по их питч-углам. Характер движения замагниченных электронов существенно затрудняет процесс измерения углового разброса электронов традиционными методами. Разработанные для этих условий методы измерения малого углового разброса электронов пучка можно разбить на два класса: бесконтактные и контактные.

Среди бесконтактных методов можно особо выделить метод, в котором используется рассеяние лазерного излучения на электронах пучка [3; 4], а также метод, базирующийся на измерении диамагнитного эффекта пучка [5]. При практической реализации первого из них достигается хорошее разрешение по углу (~1°), но возникают проблемы с выделением слабого полезного сигнала на фоне интенсивного свечения плазмы и паразитного света из-за рассеяния лазерного луча на элементах конструкций установки. Трудности в использовании второго метода состоят в выделении доли диамагнитного эффекта, обусловленного именно угловым разбросом электронов пучка, из значительного вклада в диамагнитный сигнал со стороны электростатического расталкивания электронов, частично компенсированного сжатием пучка собственным магнитным полем. Безусловно, достоинством бесконтактных методов является отсутствие их заметного воздействия на исследуемый пучок. Но, с другой стороны, их использование связано с большими техническими трудностями, как при проведении измерений, так и при обработке результатов.

Применение контактных методов требует, как правило, выделения небольшой части потока электронов с помощью коллиматора, который устанавливается на входе в датчик. Контактные методы можно условно разделить на две группы. В первой используются цилиндрические каналы с длиной, заметно превышающей характерный шаг спиральной траектории электрона, и диаметром, сопоставимым с поперечным ларморовским радиусом электронов (известны как «колодцы»). Зависимость тока прошедших сквозь такой канал электронов от его длины была вычислена в работе [6] в предположении об отсутствии отражения электронов при падении на боковую цилиндрическую поверхность канала. Опираясь на эти результаты, был создан и проверен в эксперименте датчик углового разброса, имеющий набор цилиндрических каналов различной длины, за которыми измерялись токи прошедших электронов пучка [7]. Далее, из сопоставления измеренной в эксперименте зависимости ослабления тока электронов от длины отверстия с расчетными кривыми ослабления потока электронов для их гауссова распределения по углам с различной шириной определялось значение углового разброса электронов. Такая методика измерений имеет ряд существенных недостатков. Первый - невозможность в каждом импульсе пучка измерить в одном и том же месте его сечения ослабление сразу несколькими отверстиями различной 32 длины. Второй - сильная зависимость результатов измерений углового разброса электронов от вида их функции распределения по углам, которая в общем случае априори не известна. Значительную погрешность в измерения также должно вносить отражение электронов от боковой поверхности цилиндрических каналов, что особенно важно в случае электронных пучков с малым угловым разбросом. В этом случае электроны падают на боковую поверхность практически под скользящими углами и, отражаясь от нее с вероятностью, близкой к единице, могут проходить существенно глубже вдоль оси канала. Для устранения первого недостатка в реализации данного метода был избран путь разбиения единого цилиндрического канала на отдельные изолированные друг от друга поглощающие участки. В этом случае ток поглощенных электронов измеряется одновременно по всей глубине канала [8]. Однако два других недостатка, а именно зависимость результатов измерений углового разброса электронов от предполагаемой модельной функции их распределения по углу и влияние отражения электронов от стенок длинного цилиндрического отверстия, по-прежнему могут вносить заметные погрешности в результаты измерений.

Ко второй группе контактных методов можно отнести детекторы с входной диафрагмой, диаметр отверстия которой существенно меньше характерного поперечного ларморовского радиуса электронов пучка (так называемые «pin-holes»). В этом случае угловой разброс прошедших сквозь входную диафрагму электронов измеряют либо с помощью системы коллекторов [9], либо по распределению свечения пятна на полимерной пленке в месте поглощения электронов [10]. В последнем случае детектор имеет, как правило, плохое временное разрешение, определяемое свойствами такой пленки (лавсан или астролон). Более того, при обработке экспериментальных данных трудно учитывать существенную нелинейность в зависимости интенсивности свечения пленки от плотности тока упавших на нее электронов. По этой причине из результатов измерений очень трудно, а иногда и невозможно извлечь информацию о функции распределения электронов по питч-углам.

В качестве примера использования коллекторов для определения угловых характеристик пучка электронов в режиме «pinhole» отметим детектор, описанный в работе [11]. В нем коллекторы, регистрирующие ток электронов, располагались на близком расстоянии за входной диафрагмой с малым отверстием. Поскольку было выбрано расстояние от диафрагмы до коллекторов существенно меньше шага ларморовской спирали электронов, то после прохождения диафрагмы они двигались по слабо искривленным траекториям, близким к прямым линиям. При энергии электронов пучка 0,8 МэВ их ларморовский радиус внутри датчика с магнитным полем 0,21 Тл составлял  $\rho_1 = 1,9$  см. Если диаметр приемных коллекторов был менее 6 мм, а расстояние до них от входной диафрагмы было такого же масштаба, то измерения углового распределения электронов можно было проводить корректно только при большой величине углового разброса (не менее 20°). Для использования датчика такого типа для измерений малых значений питч-углов электронов величиной в несколько градусов с разрешением около 1° необходимо существенно изменить его геометрию. Либо сильно (в 10 раз) уменьшить максимальный диаметр коллекторов, что на практике сделать очень трудно, либо значительно увеличить расстояние между коллекторами и входной диафрагмой, что нарушило бы условие слабого искривления траектории движения электронов после диафрагмы. По этой причине для улучшения разрешающей способности такого датчика, в работе [11] было предложено локально компенсировать магнитное поле внутри датчика с помощью быстрого встречного магнитного поля. В этих условиях электроны движутся внутри вакуумной полости датчика практически прямолинейно, и токовые коллекторы можно располагать на большом расстоянии от входной диафрагмы, что необходимо в случае регистрации малых углов. С помощью такой методики и тщательной юстировки детектора удалось измерить характерный питч-угол величиной около 10° у электронов пучка с энергией 0,5 МэВ в магнитном поле 1,1 Тл. Очевидным недостатком такого способа регистрации является приобретение электронами пучка дополнительного углового разброса в области перехода от сильного внешнего магнитного поля к слабому полю детектора, что требует дополнительных уточняющих расчетов.

Таким образом, описанные в литературе методики измерений углового разброса в пучке релятивистских электронов в рамках контактных методов имеют существенные недостатки. К ним можно отнести неучтенное влияние отражения электронов от стенок полых цилиндров на распределение токов, регистрируемых коллекторами в датчике, что не позволяет математически корректно найти реальное угловое распределение скоростей электронов. Более того, подчас в эксперименте не удается достигнуть приемлемой точности даже в определении такой интегральной характеристики пучка, как среднеквадратичный угловой разброс электронов. Данное обстоятельство связано с тем, что при решении обратной задачи о нахождении искомой функции распределения из интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода приходится выбирать некую модельную функцию распределения скоростей пучковых электронов по углам, которая априори не известна.

Поскольку нам необходимо было измерить угловое распределение скоростей электронов пучка с характерными значениями углов в несколько градусов, то предстояло преодолеть отмеченные трудности при создании датчика с требуемыми характеристиками. Исходя из опыта, накопленного нами в предыдущих экспериментах, и компьютерных расчетов, детально учитывающих поглощение и рассеяние электронов в длинных цилиндрических каналах, мы создали такой датчик и проверили его возможности для измерения углового разброса электронов реальном эксперименте. Описание результатов этой работы составляют содержание данной статьи.

#### Схема датчика углового разброса

Конструкция датчика углового разброса представлена на рис. 1. На входе в датчик установлена входная диафрагма, представляющая собой тонкий диск из тантала толщиной  $L_0 = 0,5$  мм ( $L_0 \ll \rho_L$ , где  $\rho_L$  – ларморовский радиус электрона пучка по полной энергии) с малым коллимирующим отверстием диаметром 0,4 мм.

При выборе толщины диска следует, прежде всего, исходить из требования, что

она должна превышать глубину полного поглощения электронов пучка с энергией ~ 1 МэВ в тантале при их нормальном падении на его плоскость. В то же время для достижения минимального числа электронов, отраженных от цилиндрической боковой поверхности диафрагмы, толщина диска должна быть выбрана наименьшей. Кроме того, толщина диска должна быть достаточной для обеспечения необходимой прочности при воздействии нескольких импульсов мощного электронного пучка. За диском располагался набор измерительных коллекторов, представляющих собой соосные кольца из графита с радиусами отверстий, которые последовательно уменьшаются по мере удаления от диафрагмы. Измерительные коллекторы были электрически изолированы друг от друга с помощью непроводящих шайб из капролона с толщиной 2 мм и внутренним диаметром 8 мм. Этот диаметр существенно превышал диаметры отверстий в коллекторах, чтобы исключить попадание электронов пучка на внутреннюю поверхность изолирующих шайб. Токи поглощенных в каждом коллекторе электронов измерялись с помощью резистивных шунтов, сигналы с которых регистрировались осциллографом Tektronix tds 2014b в частотном диапазоне 0÷200 МГц. Диаметры отверстий в коллекторах подбирались приблизительно равными двойному поперечному ларморовскому радиусу электронов с питч-углами  $\theta_i$ , которые предполагалось



Рис. 1. Схема многоколлекторного датчика углового разброса



Рис. 2. Траектории движения электронов и геометрия кольцевых коллекторов

регистрировать с помощью і-го кольцевого коллектора:  $d_i = 2\rho_L \sin \theta_i$ . Толщина коллекторов выбиралась из условия полного поглощения электронов с энергией около 1 МэВ в графите, т. е. более 4 мм. Данная конструкция датчика позволяла в одном импульсе пучка измерять одновременно для всех коллекторов временные зависимости токов поглощенных в них электронов. Далее из соотношения этих токов и рассчитанных зависимостей вероятности поглощения электронов в коллекторах от их питч-угла на основе решения обратной задачи производилось восстановление функции распределения электронов по углам в точке сечения пучка, где располагался датчик.

## Расчеты вероятности поглощения электронов в последовательности кольцевых коллекторов

В качестве основы для выбора оптимальной геометрии датчика нами использовалась простая квазианалитическая модель, позволяющая рассчитывать токи поглощенных электронов. В рамках этой модели предполагалось следующее:

 все электроны, попавшие на лицевую и боковую поверхности коллекторов, поглощаются без отражения;

 магнитное поле однородно и направлено вдоль оси коллекторов; 3) собственные электрические и магнитные поля потока электронов внутри датчика достаточно малы, чтобы не учитывать их влияние на движение электронов.

Предположим, что однородный поток электронов, имеющих одинаковые поперечные ларморовские радиусы р<sub>1</sub> и продольные –  $\rho_{\parallel}$ , распространяется вдоль однородного магнитного поля B = (0, 0, B) и падает на последовательность стоящих друг за другом плоских пластин с толщиной  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ , ...,  $d_N$ . Каждая *i*-я пластина имеет цилиндрическое отверстие с определенным радиусом  $a_i$ , при этом оси этих отверстий совпадают с осью OZ (рис. 2). Вследствие аксиальной симметрии задачи функция распределения электронов должна зависеть только от трех переменных: r – расстояние от оси OZ до центра ларморовской окружности, по которой движется электрон, ффазы вращения электрона по этой окружности и z – текущей координаты вдоль оси датчика. Для удобства будем отсчитывать фазу вращения от вектора *r* (см. рис. 2). При условии однородности падающего потока электронов исходная функция распределения  $F_0(\phi, r)$  не зависит ни от  $\phi$ , ни от r:  $F_{0}(\phi, r) = F_{0}$ . Предполагая, что внутрь первого цилиндрического отверстия попадают только те электроны, которые находятся в круге радиуса a<sub>0</sub> в плоскости Z=0, легко вычислить ток этих электронов:

$$I = nev_{\parallel}\pi a_0^2 \,. \tag{1}$$

Далее, сравнивая эту величину с выражением для того же тока через константу  $F_0$  в случае  $\rho \le a_0$ , можно найти эту константу: I =

$$= nev_{\parallel} \left[ \int_{0}^{a_{0}-\rho} 2\pi r dr \int_{0}^{2\pi} F_{0} d\phi + \int_{a_{0}-\rho}^{a_{0}+\rho} 2\pi r dr \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} F_{0} d\phi \right] = nev_{\parallel} \pi a_{0}^{2} 2\pi F,$$
(2)

где

$$\phi_{\min} = \arccos \frac{a_0^2 - r^2 - \rho_{\perp}^2}{2\rho_{\perp}r},$$
  
$$\phi_{\max} = 2\pi - \arccos \frac{a_0^2 - r^2 - \rho_{\perp}^2}{2\rho_{\perp}r}.$$

В этом выражении первый интеграл описывает вклад в ток частиц, траектория которых полностью лежит внутри отверстия, а второй – только частиц с определенными фазами вращения по ларморовской окружности в диапазоне [ $\phi_{\min}, \phi_{\max}$ ], которые при z = 0находились внутри круга с радиусом  $a_0$ . Далее, сравнивая выражение (1) с результатом интегрирования (2), получаем, что  $F_0 =$  $= 1/2\pi$ . Тот же результат может быть получен и в случае  $\rho > a_0$ .

По мере прохождения вдоль цилиндрического отверстия часть электронного потока теряется на его боковой стенке. На выходе из первого отверстия (или на входе во второе, если второй коллектор примыкает вплотную к первому) функция распределения может быть получена из предыдущей функции распределения путем сдвига по фазе на угол поворота электрона  $2\beta_0 =$  $= d_0 / \rho_{\parallel}$ , который приобретен во время движения внутри первого отверстия. При этом функцию распределения следует дополнительно умножить на коэффициент пропускания данного отверстия  $T_0(\phi, r)$ , который описывает выбывание электронов из функции распределения при их попадании на внутреннюю боковую стенку цилиндрического отверстия. Таким образом, получаем закон преобразования функции распределения электронов по мере их продвижения в цилиндрических отверстиях от одного коллектора к другому:

$$F_1(\varphi + 2\beta_0, r) = F_0(\varphi, r)T_0(\varphi, r).$$
(3)

Функцию пропускания  $T_0(\varphi, r)$  для отверстия радиусом *а* и длиной *d* легко получить из рассмотрения движения электрона по спирали с поперечным радиусом  $\rho_{\perp}$  и продольным шагом  $2\pi\rho_{\parallel}$ . Вид этой функции пропускания отражен в табл. 1.

В выражениях, приведенных в табл. 1, использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} r_0 &= \rho_\perp \cdot \cos\beta + \sqrt{a^2 - \rho_\perp^2 \sin^2\beta} ,\\ r_{1,2} &= \rho_\perp \cdot \cos\beta \pm \sqrt{a^2 - \rho_\perp^2 \sin^2\beta} ,\\ \phi_1 &= \arccos\left(\frac{a^2 - \rho_\perp^2 - r^2}{2\rho_\perp r}\right),\\ \phi_2 &= 2\pi - \arccos\left(\frac{a^2 - \rho_\perp^2 - r^2}{2\rho_\perp r}\right) - 2\beta, \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{d}{2\rho_{\parallel}}$$
.

Области изменения переменных  $\varphi$  и *r*, в которых функция пропускания равна единице для случаев  $\rho_{\perp} < a$  и  $a < \rho_{\perp} < a / \sin\beta$ , выделены черным цветом на рис. 3, *a* и 3, *б* соответственно.

Далее, применяя формулу (3) для преобразования функции распределения и используя соответствующие функции пропускания  $T_0$ ,  $T_1$ ,...,  $T_{N-1}$  последовательно для каждого из коллекторов, можно получить функции распределения  $F_1$ ,  $F_2$ ,...,  $F_N$  на выходе каждого из них. Проинтегрировав по углу и радиусу разницу входной и выходной функций распределения, можно найти ток поглощенных электронов в каждом *i*-м коллекторе:

$$I_{i} = nev_{\parallel} \int_{0}^{a_{0}+\rho_{\perp}} 2\pi r dr \int_{0}^{2\pi} d\phi (F_{i}(\phi,r) - F_{i+1}(\phi,r)).$$
(4)

Отношение полученного тока к полному току электронов, вошедших в отверстие первого коллектора, описывает вероятность поглощения исходных электронов в і-м коллекторе. Эта величина названа нами функцией чувствительности *i*-го коллектора – S<sub>i</sub>. Из представленного выше рассмотрения следует, что эта функция зависит, во-первых, от геометрических размеров и последовательности расположения коллекторов, во-вторых, от значений ларморовских радиусов электрона  $\rho_{\perp}$  и  $\rho_{\parallel}.$  При заданной геометрии датчика и определенном значении энергии электронов функция чувствительности для каждого коллектора зависит только от питч-угла электрона.

Необходимо отметить, что прямое использование формул для коэффициента пропускания цилиндрического отверстия, взятых из работы [6], дает в нашем случае неверный результат. Неточность получаемого результата вызвана тем, что авторы работы использовали предположение о равномерном распределении электронов по фазам при входе в отверстие каждого из коллекторов. Но в действительности это предположение нарушается из-за выбывания частиц в определенном интервале углов из-за поглощения в стенке цилиндрического отверстия в предыдущем коллекторе. Таблица I

	$p_{\perp} < a$				a	$<\rho_{\perp} < a / \sin\beta$			$\rho_{\perp} > a / \sin \beta$
ī	$p_\perp < r < r_0$		$r > r_0$	$r < r_1$		$r_1 < r < r_2$		$r > r_2$	$\forall r$
p1 <	$\phi < \phi_2$	$\varphi > \varphi_2$	$0\div 2\pi$	$0\div 2\pi$	$\phi < \phi_1$	$\phi_1 < \phi < \phi_2$	$\phi > \phi_2$	$0\div 2\pi$	$0\div 2\pi$
	1	0	0	0	0	1	0	0	0



*Рис.* 3. Функция пропускания электронов цилиндрическим отверстием. Области переменных ф и r, выделен-ные черным цветом, соответствуют 100 % пропусканию электронов, вне этих областей пропускание равно 0

Поскольку в процессе движения электроны исчезают только за счет полного поглощения в стенках отверстия, то функция распределения  $F(\varphi, r)$  для каждого r при переходе от коллектора к коллектору разбивается на несколько отрезков по  $\varphi$ , на которых она отлична от нуля и по-прежнему равна исходной  $F_0 = 1/2\pi$ . Поэтому приходится только пересчитывать положение границ этих отрезков после прохождения очередного коллектора. В целом расчет по формулам из табл. 1, (3) и (4) осуществляется очень быстро и не составляет труда.

В условиях наших экспериментов предполагалось использовать датчик для измерения малого углового разброса (менее 0,2 рад) у пучков с характерной энергией электронов в диапазоне 0,5–1 МэВ, распространяющихся в магнитном поле 0,5–1 Тл. Поэтому, используя описанную методику для вычисления функций чувствительностей коллекторов, были подобраны диаметры и длины

внутренних отверстий колец-коллекторов так, чтобы в интервале углов от 0 до 0,3 рад укладывались максимумы почти всех функций  $S_i$  (рис. 4). Соответствующие значения диаметров и длин отверстий в коллекторах представлены в табл. 2. Чувствительности каналов  $S_i(\theta)$  фактически равны вероятности поглотиться электрону с заданным значением питч-угла  $\theta$  в *i*-м кольце-коллекторе. Из представленных на рисунке зависимостей чувствительностей каналов от угла в видно, что последние четыре коллектора с номерами 4, 5, 6, 7 будут преимущественно поглощать электроны, у которых угол  $\theta$ лежит в диапазоне от 0 до 10° (от 0 до 0.17 рад).

В ходе экспериментов было замечено сильное влияние отраженных частиц на сигналы токов, регистрируемых с коллекторов. Также было установлено, что если для восстановления функции распределения частиц по скоростям использовать функции



*Рис. 4.* Функции чувствительности коллекторов – *S<sub>i</sub>*, вычисленные с использованием квазианалитической модели. Энергия электронов 0,6 МэВ, магнитное поле 0,6 Тл

Таблица 2

Параметр	Номер кольца								
(мм)	0	1	2	3	4	5	6	7	
Диаметр отверстия	0,4	6	4	3	2	1,2	0,4	0	
Длина кольца	0,5	19	15	6	6	6	6	10	



*Рис. 5.* Функции *S<sub>i</sub>* чувствительности коллекторов, вычисленные с учетом отраженных частиц с использованием программы EMSH-2. Энергия электронов 0,6 МэВ, магнитное поле 0,6 Тл



*Рис. 6.* Сравнение функций чувствительности коллекторов, вычисленных с учетом отраженных частиц с использованием программ EMSH-2 и Geant4

чувствительности  $S_i(\theta)$ , вычисленные на основе квазианалитического подхода, то получаются неудовлетворительные результаты по погрешности восстановления функции распределения. Поэтому потребовалось провести моделирование с учетом отражения от стенок коллекторов первичных элек-

тронов, а также выхода из коллекторов вторичных электронов. Для этого были применены два подхода, в которых использовались программы для моделирования электромагнитных ливней в веществе. В первом случае использовалась программа EMSH-2 [12]. С ее помощью нам удалось рассчитать распределение отраженных электронов по углам и энергиям от плоских поверхностей тантала и графита при падении на них электрона с заданной энергией и углом к нормали. На основе этих данных были получены интегральные функции вероятности, по которым разыгрывались методом Монте-Карло энергия и направление скорости электрона при отражении от стенки коллиматора. В результате моделирования движения электрона внутри датчика, его отражения и поглощения в стенках коллиматоров были получены функции чувствительности коллекторов, в которых учтено влияние отражения электронов (рис. 5).

В данном подходе к решению задачи не учитывалось два важных момента. Во-первых, не учитывались частицы, которые могли пролететь сквозь края отверстий входной диафрагмы или коллекторов. Во-вторых, программа EMSH-2 позволяет рассчитывать отражение частиц от плоских поверхностей, а не цилиндрических, и эта погрешность должна быть особенно существенной для входной диафрагмы и последних коллекторов, в которых имеются отверстия малого диаметра. Чтобы избавиться от этих недостатков и максимально точно рассчитать функции чувствительности каналов, было проведено моделирование движения электронов в датчике углового разброса с помощью пакета Geant4 [13]. В этих расчетах была заложена реальная геометрия всех элементов датчика углового разброса, учтены все доступные элементарные процессы, происходящие с электроном при взаимодействии с веществом диафрагмы и коллекторов. Сравнение функций чувствительности, полученных с помощью программ EMSH-2 и Geant4), приведенно рис. 6.

Видно хорошее совпадение результатов моделирования с использованием двух разных программ, а небольшие различия, по всей видимости, связаны с причинами, указанными ранее. Поэтому в дальнейшем при обработке экспериментальных результатов использовались функции чувствительности, вычисленные с помощью пакета Geant4.

### Эксперименты с датчиком углового разброса замагниченных электронов

Для отработки методики нахождения углового распределения замагниченных релятивистских электронов была проведена серия экспериментов с датчиком углового разброса пучка на ускорителе У-2 (рис. 7), генерирующем пучок для инжекции в установку ГОЛ-3Т (ИЯФ, Новосибирск). Эта установка предназначена для исследования генерации терагерцового излучения при релаксации сильноточного РЭП в плазме. Генерация ленточного РЭП с энергией электронов ~ 0,6÷1 МэВ, током до 50 кА, сечением 700 × 50 мм и длительностью до 10 мкс осуществлялась в ускорителе У-2 с помощью взрывоэмиссионного катода в магнитно-изолированном диоде с полем ~ 0,1÷ 0,2 Тл. Далее этот пучок поступал в преобразователь сечения пучка, где из ленточного он трансформировался в круглый с диаметром 40 мм. Для нейтрализации объемного заряда пучка, вызывающего запирание пучка за счет провисания потенциала, в область выхода сжатого пучка из преобразователя с помощью импульсного клапана напускался тяжелый газ – криптон.

В проведенных экспериментах датчик углового разброса размещался непосредственно после преобразователя сечения пучка. На выходе преобразователя перед датчиком



Рис. 7. Схема ускорителя У-2 в экспериментах по измерению углового разброса мощного РЭП: 1 – генератор импульсного напряжения; 2 – ленточный магнитно-изолированный диод; 3 – ленточный электронный пучок; 4 – преобразователь сечения пучка; 5 – датчик углового разброса; 6 – магнитная пробка



Рис. 8. Распределение магнитного поля по оси пучка от катода до коллектора пучка (a) и в месте расположения датчика ( $\delta$ )



Рис. 9. Медный диск, на котором размещалась лавсановая пленка для регистрации положения центра пучка электронов, прошедших в датчик углового разброса через входной коллиматор. Центр диска отмечен отверстием диаметром 0,16 мм, которое на изображении выглядит черным кружком

был установлен плоский графитовый коллектор толщиной 20 мм, который принимал на себя бо́льшую часть электронного пучка. По центру коллектора имелось круглое отверстие с диаметром 10 мм. За этим коллектором соосно с ним располагался датчик углового разброса. Необходимо заметить, что электроны пучка попадали в датчик углового разброса, расположенный в магнитном поле  $B_d = 0,6$  Тл, только после прохождения ими магнитной пробки с полем  $B_m = 5$  Тл, вследствие чего на вход датчика могли поступать электроны пучка только с питчуглами, меньшими  $\theta_m = \arcsin(\sqrt{B_d / B_m}) = 20^\circ$ .

Для создания участка однородного магнитного поля в области движения электронов внутри датчика углового разброса была установлена дополнительная катушка со специально профилированной намоткой, геометрия которой была рассчитана на компьютере. Результаты проведенных магнитных измерений подтвердили, что в области расположения датчика магнитное поле составляло 0.6 Тл, а неоднородность магнитного поля не превышала 5 %. Рассчитанное распределение индукции магнитного поля на этом участке показано на рис. 8. Для обеспечения коллинеарности направления силовых линий магнитного поля и оси датчика была проведена его дополнительная юстировка.

Для этого на входе в датчик вместо входной танталовой диафрагмы устанавливался графитовый коллиматор толщиной 6 мм с отверстием диаметром 1,2 мм. Все графитовые коллекторы убирались из датчика, а на его выходе устанавливалась тонкая лавсановая пленка с напылением алюминия. После выстрела пучком, исходя из положения отверстия, прожженного им в пленке из лавсана, проводилась корректировка положения оси датчика (рис. 9).

Для того чтобы точнее регистрировать несовпадение оси датчика с направлением силовых линий магнитного поля в центре медного диска, на котором была размещена пленка из лавсана, имелось отверстие диаметром 0,16 мм. В этих условиях круглое пятно испаренного электронами лавсана с помощью юстировочных винтов выводилось в положение, когда это отверстие в медном диске располагалось строго по центру пятна от пучка на лавсане. В результате таких опытов ось датчика была выставлена с точностью  $2 \cdot 10^{-3}$  рад. Отметим, что после проведения серии экспериментов с исполь-

зованием датчика углового разброса были осуществлены повторные измерения точности выставления его оси по отношению к направлению магнитного поля, которые подтвердили отсутствие отклонения оси датчика от ее исходного направления.

Оценить влияние неколлинеарности оси датчика и внешнего магнитного поля на измерения можно следующим образом. В случае отсутствия углового разброса у электронов пучка входная танталовая диафрагма пропускает внутрь датчика из всего сечения пучка только струйку электронов с диаметром 0,4 мм (см. табл. 2). При абсолютной коллинеарности оси датчика и направления магнитного поля эта струйка должна поглотиться только коллектором № 7. Если же наклонить ось датчика на угол 2.10<sup>-3</sup> рад, около 20 % тока этой струйки попадет на соседний коллектор № 6, что приведет к перераспределению вероятностей поглощения электрона в коллекторах № 6 и 7 на эту же величину. Очевидно, что такое перераспределение электронов между соседними коллекторами будет существенно только в случае малых питч-углов электронов, а также при равенстве расстояния от входной диафрагмы до последнего коллектора, кратного значению шага спирали электрона 2πр<sub>∥</sub>, когда огибающая электронной струи максимально приближается к оси датчика.

На рис. 10 приведены характерные осциллограммы токов с семи коллекторов датчика углового разброса  $(I_1 - I_7)$ , тока в диоде ускорителя У-2, тока пучка, прошедшего через преобразователь сечения пучка, а также напряжения на ускорительном диоде. Зарегистрированные сигналы представлены для двух выстрелов с разными значе-



*Рис. 10.* Осциллограммы сигналов токов с коллекторов  $I_1$ – $I_7$ , тока пучка в диоде ускорителя У-2  $I_{diod}$ , тока пучка, проходящего через преобразователь,  $I_{trans}$  и напряжения на диоде  $U_{diod}$ . Магнитное поле  $B_c$  в выстреле #10599 составляло 0,22 Тл, в выстреле #10601 – 0,13 Тл

ниями магнитного поля на катоде. Из осциллограмм коллекторных токов видно наличие сильной «изрезанности» сигналов, которая обусловлена флуктуирующей микроструктурой в распределении плотности тока пучка. Существование подобного явления уже отмечалось в работе [14] и было объяснено флуктуацией эмиссии из локально неоднородной плазмы, образующейся у поверхности катода с взрывной эмиссией. При таком характере эмиссии электронный пучок формируется из множества тонких струй, в которых локально повышена плотность тока по отношению к величине средней плотности тока по сечению пучка.

# Методика нахождения функции распределения по углам скоростей электронов пучка

При проведении экспериментов производилась регистрация токов с коллекторов датчика и напряжения на диоде с временным разрешением 2 нс. Для уменьшения вклада микроструктуры пучка в зависимость коллекторных токов от времени осциллограммы усреднялись методом бегущего среднего по 50 точкам на интервале времени  $\Delta \tau = 100$  нс. Полученные усредненные величины токов вместе с их дисперсией, а также напряжение на диоде, соответствующее данному моменту времени, импортировались в программу для восстановления функции распределения скоростей электронов по углу θ. Восстановление функции распределения производилось путем решения системы уравнений для *n* измеренных токов посредством разложения функции распределения по базисным функциям. Ток *i*-го коллектора, очевидно, определяется следующим выражением:

$$I_{i} = I_{0} \int_{0}^{\theta_{0}} f(\theta) \cdot S_{i}(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta, \qquad (5)$$

где  $f(\theta)$  – функция распределения электронов по углу,  $S_i(\theta)$  – функция чувствительности соответствующего коллектора,  $I_i$  – значение тока, зарегистрированного на *i*-м коллекторе,  $I_0$  – суммарный ток всех коллекторов,  $\theta_0$  – верхняя граница диапазона углов, в котором строится разложение по базисным функциям ( $\theta_0 > \theta_m$ ). Дискретиза-

ция функции  $f(\theta)$  осуществлялась по числу базисных функций, равному количеству коллекторов, а в качестве этих функций были взяты функции чувствительности каналов  $S_i(\theta)$ :

$$f(\theta) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k \cdot S_k(\theta), \qquad (6)$$

где  $\alpha_k$  — коэффициенты разложения, а *n* — число коллекторов. Разумеется, точность решения некорректной задачи зависит от количества коллекторов и выбора базисных функций, поэтому на следующем этапе исследований планируется осуществить поиск наиболее оптимальных базисных функций. После подстановки (6) в (5) получим систему линейных уравнений:

$$I_{i}/I_{0} = \sum_{k=1}^{n} L_{i,k} \, \alpha_{k}, \qquad (7)$$

где  $L_{i,k}$  – матрица, определяемая выражени- $_{\theta_0}$ 

em 
$$L_{i,k} = \int_{0}^{0} S_i(\theta) \cdot S_k(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta$$
.

Как и в большинстве обратных задач, простой способ решения системы линейных уравнений методом Гаусса вследствие ошибок в измерениях коллекторных токов, неточностей в рассчитанных функциях чувствительности каналов и т. д. дает отрицательные значения функции распределения в некоторых областях электронных питчуглов, что лишено физического смысла. Особенно это проявляется в области больших значений питч-углов, где угловое разрешение датчика довольно низкое. По этой причине для нахождения решения системы (7) была использована схема Танабы -Хуанга [15], которая позволяет найти приближенное решение с наложением дополнительных условий, в частности неотрицательности коэффициентов разложения  $\alpha_k$ , что гарантирует положительную определенность решения  $f(\theta)$ . Для оценки достоверности решения, полученного таким способом, производились проверочные вычисления распределения токов по коллекторам по найденной функции распределения. Если полученные токи коллекторов совпадали в пределах дисперсии с экспериментальными значениями, то такое распределение электронов по питч-углам считалось достоверным. Исходя из предположения о независимости флуктуаций токов в измерительных каналах, по дисперсиям токов из решения

системы уравнений (7) строилась полоса событий для решения.

# Результат обработки экспериментальных данных

Характерный вид функции распределения электронов по углу, восстановленной по описанной выше методике, приведен на рис. 11 (выстрел #10599, момент времени t = 1,5 мкс от начала пучка). Представленный на рисунке вид функции распределения говорит о наличии выделенного значения питч-угла электронов, в котором функция распределения достигает максимума.

Как уже упоминалось, отклонение оси датчика от направления магнитного поля на угол 2 мрад приводит к росту ошибки определения функции распределения в области малых углов (порядка  $10^{-3} \div 10^{-2}$  рад). Поэтому для уточнения восстановленной функции распределения нами с помощью пакета Geant4 были рассчитаны новые функции чувствительности каналов теперь уже с учетом зарегистрированного на рис. 9 угла отклонения оси датчика от направления силовых линий магнитного поля, равного 2 мрад. Уточненная таким способом функция распределения электронов по питч-углам представлена на рис. 12. Следует отметить, что значения среднеквадратичных углов, вычисленные по функциям распределения, представленным на рис. 11 и 12, различались не более чем на 10 %, т. е. в пределах погрешности определения самих функций. Также, по мнению авторов, ширина полосы событий в области малых углов сильно завышена, поскольку она определяется не статистическими погрешностями в измерении токов коллекторов и алгоритмом нахождения функции распределения, а совсем другим физическим явлением – микрофлуктуациями тока во входной диафрагме.

Для оценки влияния различных факторов на угловой разброс электронов пучка в каждом выстреле в серии измерений находилось среднеквадратичное значение углового разброса электронов, усредненное по интервалу времени, в течение которого напряжение на диоде существенно не изменялось. Обычно этот интервал начинался непосредственно за передним фронтом напряжения и составлял 3–4 мкс. Эксперименты проводились при различных значениях магнитного поля в диоде и при различном давлении газа

криптона в системе магнитного сжатия пучка на выходе его из преобразователя. В реобработки экспериментальных зультате данных с восстановлением функции распределения электронов по углам были получены усредненные значения среднеквадратичного углового разброса электронного пучка при различной величине индукции магнитного поля в ускорительном диоде. Этот результат представлен в табл. 3 для случая, когда давление криптона над импульсным клапаном, обеспечивающим его напуск в вакуумный объем, где происходит сжатие сечения пучка, имело величину 3,5 ати. Из представленного результата видно, что повышение индукции ведущего магнитного поля в ускорительном диоде приводит к понижению величины среднеквадратичного



Рис. 11. Восстановленная функция распределения электронов по углу, полученная в выстреле #10599 в момент времени t = 1,5 мкс от начала пучка



*Рис. 12.* Восстановленная функция распределения электронов по углу. Обработка экспериментальных результатов проведена с учетом угла отклонения оси датчика от направления силовых линий магнитного поля (выстрел #10599, *t* = 1,5 мкс от начала генерации пучка)

Параметр	Значение			
Магнитное поле в диоде (Тл)	0,13	0,17	0,22	
Среднеквадратичный угловой разброс электронов (рад)	0,1	0,093	0,067	

Таблица 4

Таблица 3

Параметр	Значение			
Давление напускаемого газа (ати)	2	3,5	4	
Среднеквадратичный угловой разброс электронов (рад)	0,067	0,067	0,67	

углового разброса электронного пучка. Для случая магнитного поля в диоде около 0,22 Тл угловой разброс электронов в датчике имел значение менее 4°, что вполне приемлемо для пучково-плазменных экспериментов по генерации терагерцового излучения.

В дополнение к представленным выше результатам измерений следовало проверить влияние исходного давления импульсного впрыска криптона на величину углового разброса электронов. Для этого была проведена серия измерений углового разброса электронов при различном давлении криптона над импульсным клапаном, через который впрыскивался газ. Эти измерения были проведены при значении магнитного поля в диоде 0,22 Тл. Результат проведенных опытов представлен в табл. 4.

Из представленного в табл. 4 результата следует, что в избранном интервале рабочих давлений криптона над клапаном, при котором обеспечивается почти полная зарядовая нейтрализация сжимаемого электронного пучка, измеренный угловой разброс электронов практически не зависит от этого давления и имеет величину вполне достаточную для проведения экспериментов по накачке плазменных колебаний этим пучком.

#### Заключение

По результатам трехмерного моделирования движения релятивистских электронов замагниченного пучка в цилиндрическом канале переменного сечения с частично отражающей электроны поверхностью получены функции, которые описывают распределение тока поглотившихся электронов по длине этого канала в зависимости от исходного питч-угла электрона.

На основе найденной функции распределения тока поглотившихся электронов разработан и применен в эксперименте с сильноточным пучком многоколлекторный датчик, позволяющий определить угловое распределение скорости электронов этого пучка.

Отработана компьютерная программа, в которой реализована методика нахождения углового распределения релятивистских электронов замагниченного пучка по результатам измерений тока электронов, поглотившихся в протяженном цилиндрическом канале переменного сечения.

По итогам измерений доказана возможность достижения углового разброса масштаба 0,1 рад в микросекундных пучках, генерируемых в магнитно-изолированном диоде с взрывоэмиссионным катодом при напряжении порядка 1 MB.

#### Список литературы

1. Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Peskov N. Yu., Rozental R. M., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M., Zaslavsky V. Yu., Zotova I. V. Intercavity Scattering Scheme for Two-stage Generation of Submillimeter Radiation on the Base of Planar 2D Bragg FEM // Proc. of VI Int. Workshop «Strong Microwaves in Plasmas». N. Novgorod, Russia, 2006. Vol. 1. P. 228–232. 2. Arzhannikov A. V., Thumm M. K. A., Burdakov A. V., Burmasov V. S., Ginzburg N. S., Ivanov I. A., Kalinin P. V., Kasatov A. A., Kurkuchekov V. V., Kuznetsov S. A., Makarov M. A., Mekler K.I., Peskov N. Yu., Polosatkin S. V., Popov S. S., Postupaev V. V., Rovenskikh A. F., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Sklyarov V. F., Stepanov V. D., Vyacheslavov L. N., Zaslavsky V. Yu. Two Ways for High-Power Generation of Subterahertz Radiation by Usage of Strong Relativistic Electron Beams // IEEE Trans. on Terahertz Science and Tech. 2015. Vol. 5. No. 3. P. 478–485. DOI 10.1109/TTHZ.2015.2405255.

3. *Chen S. C., Marshall T. C.* Thomson Backscattering from a Relativistic Electron Beam as a Diagnostic for Parallel Velocity Spread // Phys. Rev. Letters. 1984. Vol. 52. No. 6. P. 425.

4. *Аржанников А. В.* Анализ возможностей применения лазерного рассеяния для диагностики МэВ-х пучков электронов. Новосибирск, 1991. Препринт ИЯФ 91-102.

5. Ерофеев В. И., Князев Б. А., Лебедев С. В., Чикунов В. В. Об определении углового разброса замагниченного РЭП с помощью диамагнитного зонда. Новосибирск, 1987. Препринт ИЯФ 87-151.

6. Алексин В. Д., Бочаров В. Г. Прохождение заряженных частиц в магнитном поле через отверстие // Диагностика плазмы: Сб. ст. / Под ред. С. Ю. Лукьянова. М., Атомиздат, 1973. Вып. 3. С. 345.

7. Аржанников А. В., Койдан В. С., Логинов С. В. Определение углового разброса замагниченного релятивистского электронного пучка по его прохождению через микроотверстия // ПТЭ. 1983. № 4. С. 36–38.

8. Воропаев С. Г., Князев Б. А., Койдан В. С., Лебедев С. В., Чикунов В. В., Щеглов М. А. Эксперименты по исследованию угловых характеристик мощного РЭП микросекундной длительности. Новосибирск, 1988. Препринт ИЯФ 88-52.

9. *Haan P. H. de, Singh R. N., Hopman H. J. et al.* A simple angular distribution analyzer for a relativistic electron beam // J. Phys. E: Sci. Instrum. 1981. Vol. 14. P. 373–377.

10. Стрелков П. С., Шкварунец А. Г., Шунка П. Анализ углового и энергетического спектра электронов сильноточного релятивистского пучка в магнитном поле // Физика плазмы. 1981. Т. 7, вып. 3. С. 564–572.

11. Лоза О. Т. Сильноточные релятивистские электронные пучки микросекундной длительности и СВЧ-генераторы на их основе: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 2004.

12. Таюрский В. А. EMSH-программа расчета прохождения через вещество электронов и фотонов при энергии 10 кэВ – 1 ТэВ. Новосибирск, 1989. Препринт ИЯФ 89-16.

13. *Agostinelli S., Allison J. et al.* Geant4 – a simulation toolkit // Nuclear Instruments and Methods. Ser. A. 2003. Vol. 506. P. 250–303.

14. Аржанников А. В., Койдан В. С. Микроструктура электронного пучка и вольтамперная характеристика релятивистского диода в сильном магнитном поле. Новосибирск, 1980. Препринт ИЯФ 80-73.

15. *Tanabe K.* Projection method for solving a singular system of linear equations and its applications // Numerische Mathematik. 1971. Bd. 17. S. 203–214.

Материал поступил в редколлегию 15.01.2017

#### A. V. Arzhannikov, M. A. Makarov, D. A. Samtsov S. L. Sinitsky, V. D. Stepanov

Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS 11 Acad. Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

Novosibirsk State University 2 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

arzhan1@ngs.ru

# THE METHOD TO FIND THE ANGULAR DISTRIBUTION OF RELATIVISTIC MAGNETIZED ELECTRON BEAM FROM MEASUREMENTS OF THEIR ABSORPTION IN A SEQUENCE OF CYLINDRICAL COLLIMATORS

In the problem on motion of magnetized relativistic electrons in a cylindrical channel with the radius comparable with characteristic Larmor radius of the electrons, a distribution of electrons with arbitrary initial angular spread absorbed in the channel wall along its axis is found. The solution is obtained by 3D modelling taking into account the reflection of electrons from the cylindrical surface of the channel. Basing on the received solution the multichannel detector of the electron angular spread in the form of sequential absorbing collimators with gradually decreasing diameter is constructed and tested in a real experiment. Mathematical procedure to find the angular distribution function of the electron velocities from the measurements of the collimator currents is described.

Keywords: angular divergence, electron beam, cylindrical collimator.