

А. В. Трилис

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 15, Новосибирск, 630090, Россия*

trilisav@hydro.nsc.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В ПЛОСКОРАДИАЛЬНОМ КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

Исследованы акустические свойства двух слоев газов с разными температурами, возникающих на начальном этапе развития поперечных детонационных волн в кольцевом канале. Численно-аналитическими методами изучена механика акустических колебаний и волн. Обнаружены вращающиеся окружные волны на границе раздела слоев газов с разными температурами и определены скорости вращения этих волн.

Ключевые слова: поперечная детонационная волна, акустические колебания, собственные частоты, вращающаяся окружная волна, кольцевой канал, граница раздела.

Введение

Идея сжигания смеси в режиме детонации для создания двигателей, использующих энергию горения, появилась много лет назад. Профессор Б. В. Войцеховский был первым, кто предложил сжигать смесь в режиме *непрерывной* детонации с помощью поперечных вращающихся волн, например поперечной волны спиновой конфигурации [1; 2]. Он реализовал данную идею на практике [3; 4] в кольцевой камере сгорания (кольцевой клиновидный канал) при радиальной подаче смеси из центра. Исследования вращающейся поперечной волны в кольцевых камерах сгорания выявили важную особенность: *скорость распространения редко достигает величины скорости идеальной детонации D_0 и чаще всего лежит в диапазоне от D_0 до скорости звука в продуктах c_d (для газовых горючих смесей $c_d \approx 0,55D_0$)*. Объяснения этому до сих пор не существует. В силу такого поведения поперечную детонационную волну принято называть *квазидетонационной*. Из экспериментов [3; 4] следует, что на начальном этапе поджига горючей смеси в кольцевой ка-

мере реализуется дефлаграционное горение, и возникают неустойчивые колебания и бегущие волны с малыми амплитудами. С течением времени неустойчивости развиваются в упомянутые квазидетонационные волны. При этом в канале присутствуют два слоя газа: свежая горючая смесь и высокотемпературные продукты горения.

В настоящей работе предпринята попытка описать числовое значение скорости вращающейся квазидетонационной волны на начальном этапе ее развития с точки зрения исследования акустических (малые амплитуды колебаний и волн) свойств системы «холодный газ – горячий газ» в кольцевом канале и возможных в ней колебаний и волн.

Постановка задачи

На рис. 1 изображен канал в кольцевой камере сгорания плоскорadiaльного типа, представляющий собой углубление между круговыми внутренней и внешней стенками радиусами R_1 и R_2 соответственно. На стенках сверху вдоль окружности расположены узкие щели (ширина щели в 10 раз

меньше углубления канала) для подачи горючей смеси в канал из центра концентрических окружностей R_1 , R_2 и выхода продуктов горения, соответственно.

Скорость радиального потока в кольцевой камере, поперек которого распространяются волны в кольцевом канале, является дозвуковой. Так как скорость потока, подающего горючую смесь в канал, и скорость горения, распространяющегося навстречу потоку, примерно на порядок меньше скорости звука в смеси [3; 4], то в пределах характерных значений времени, соответствующих начальному этапу поджига, этими скоростями можно пренебречь, считая среду покоящейся.

Рассмотрим задачу в плоской постановке. Для этого выберем полярные координаты (r, φ) с началом в центре окружностей R_1 и R_2 . При сделанных ранее допущениях покоящийся фронт горения радиусом R разделит газ на два слоя с равными значениями давления:

1) $\Omega_1 = \{(r, \varphi) | R_1 < r < R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$ – слой горючей смеси с газодинамическим состоянием $(p_1, \rho_1, T_1, u_1 = 0)$;

2) $\Omega_2 = \{(r, \varphi) | R < r < R_2, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$ – слой высокотемпературных продуктов горения с состоянием $(p_2, \rho_2, T_2, u_2 = 0)$.

Здесь и далее приняты следующие обозначения: p – давление; ρ – плотность; T – температура; u – массовая скорость. Следует отметить, что в силу разных значений температуры отличаться будут и значения скорости звука в слоях.

Будем рассматривать все возмущения параметров периодическими, зависящими от времени: $\tilde{f}(r, \varphi, t) = \delta f(r, \varphi) e^{-i\omega t}$, где δf – комплексная амплитуда возмущения какого-либо из параметров; ω – круговая частота периодических колебаний. Здесь и далее $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица. Процесс распространения возмущений считается изоэнтропическим. Горячий и холодный газы в слоях считаются невязкими и термически совершенными с постоянной теплоемкостью. Тогда для комплексных амплитуд акустических возмущений параметров справедливы следующие соотношения [5]:

$$\Delta \delta p_j + \frac{\omega^2}{c_j^2} \delta p_j = 0, \quad (1)$$

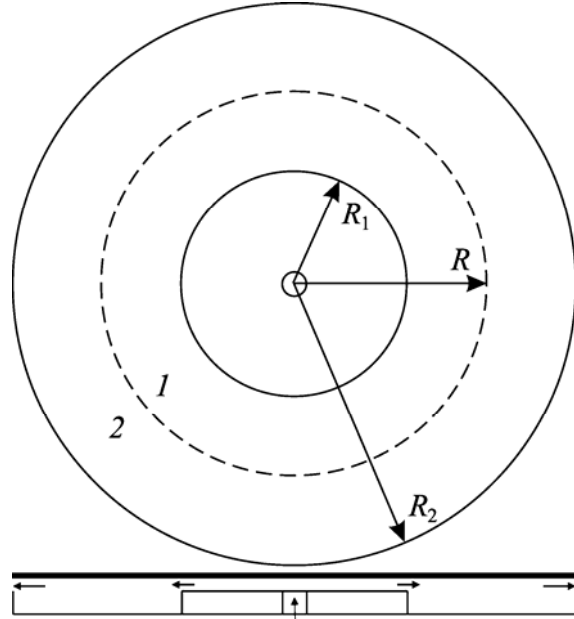


Рис. 1. Схематичное изображение канала в кольцевой камере сгорания

$$i\omega \delta \mathbf{u}_j = \frac{\nabla \delta p_j}{\rho_j}, \quad (2)$$

$$\delta p_j = c_j^2 \delta \rho_j, \quad (3)$$

где $j=1, 2$ – индекс, обозначающий слои Ω_1 и Ω_2 ; Δ – оператор Лапласа; $c_j^2 \equiv \gamma_j p_j / \rho_j = \gamma_j R_g T_j / \mu_j$ – скорость звука в слоях (γ_j – показатель политропы газов в слоях, μ_j – молярная масса газов, R_g – универсальная газовая постоянная). Уравнения (1)–(3) являются следствием линеаризации на покой законов сохранения массы, импульса и энергии соответственно.

На границах R_1 и R_2 (см. рис. 1) ставятся условия равенства нулю нормальной составляющей возмущения скорости (условия непротекания). Согласно (2) эти условия имеют вид

$$i\omega \rho_1 \delta u_{1r} \equiv \frac{\partial \delta p_1}{\partial r} = 0, \quad r = R_1,$$

$$i\omega \rho_2 \delta u_{2r} \equiv \frac{\partial \delta p_2}{\partial r} = 0, \quad r = R_2.$$

Возмущение границы раздела слоев R моделируется следующим образом:

$$\tilde{R}(\varphi, t) = R + A(\varphi) \cdot e^{-i\omega t}, \quad (4)$$

где $A(\varphi)$ – малая амплитуда возмущения границы раздела. Нормальная скорость движения границы раздела согласно (4) в линейном приближении будет иметь вид

$$D_n \equiv \frac{\partial \tilde{R}}{\partial t} = -i\omega A(\varphi) \cdot e^{-i\omega t}.$$

На границе раздела горячего и холодного слоев R ставятся два условия:

$$\delta p_1 = \delta p_2, \quad r = R,$$

$$\begin{aligned} \delta u_{1r} = \delta u_{2r} = D_n &\Leftrightarrow \beta \frac{\partial \delta p_1}{\partial r} = \frac{\partial \delta p_2}{\partial r} = \\ &= \rho_2 \omega^2 A(\varphi), \quad r = R, \end{aligned} \quad (5)$$

где первое соотношение – динамическое условие равенства возмущений давления, а второе – кинематическое условие равенства нормальных компонент возмущений скорости соответственно;

$$\beta = \frac{\rho_2}{\rho_1} \equiv \frac{\gamma_2 c_1^2}{\gamma_1 c_2^2} \quad (6)$$

есть отношение плотностей газов в горячем и холодном слоях.

Таким образом, получаем задачу сопряжения слоев Ω_1 и Ω_2 в терминах возмущений давления:

$$\begin{aligned} \Delta \delta p_1 + \frac{\omega^2}{c_1^2} \delta p_1 &= 0, \\ \Delta \delta p_2 + \frac{\omega^2}{c_2^2} \delta p_2 &= 0, \\ \frac{\partial \delta p_1}{\partial r} &= 0, \quad r = R_1, \\ \frac{\partial \delta p_2}{\partial r} &= 0, \quad r = R_2, \\ \delta p_1 &= \delta p_2, \\ \beta \frac{\partial \delta p_1}{\partial r} &= \frac{\partial \delta p_2}{\partial r} = \rho_2 \omega^2 A(\varphi), \\ &r = R. \end{aligned} \quad (7)$$

При разделении переменных методом Фурье уравнения в (7) имеют следующие решения в виде мод:

$$\begin{aligned} \delta p_1^{(k)}(r, \varphi) &= \\ &= [a_1^{(k)} H^{(1)}(k, \omega r) + a_2^{(k)} H^{(2)}(k, \omega r)] e^{ik\varphi}, \\ \delta p_2^{(k)}(r, \varphi) &= \\ &= [a_3^{(k)} H^{(1)}(k, \omega r) + a_4^{(k)} H^{(2)}(k, \omega r)] e^{ik\varphi}, \end{aligned} \quad (8)$$

где k – константа разделения переменных, целое число, выделяющее отдельную угловую моду колебаний; $(a_1^{(k)}, a_2^{(k)}, a_3^{(k)}, a_4^{(k)})$ – произвольные постоянные комплексные амплитуды; $H^{(1)}(k, \omega r), H^{(2)}(k, \omega r)$ – функции Ганкеля целого индекса k первого и второго рода соответственно.

При подстановке мод (8) в соответствующие граничные условия в задаче (7) мы получим однородную систему из четырех линейных уравнений для нахождения неизвестных комплексных амплитуд

$$\vec{x} = (a_1^{(k)}, a_2^{(k)}, a_3^{(k)}, a_4^{(k)})$$

с матрицей $\hat{G}(\omega; k)$:

$$\hat{G}(\omega; k) \cdot \vec{x} = 0. \quad (9)$$

Известно, что система (9) имеет нетривиальное (ненулевое) решение тогда и только тогда, когда определитель матрицы системы равен нулю:

$$\det(\hat{G}(\omega; k)) = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) определяет собственную частоту колебаний газов ω_k в слоях Ω_1 и Ω_2 . Для каждого k существует набор собственных частот ω_{kl} , соответствующих радиальным модам колебаний, где l – радиальный номер моды. При $k = 0$ уравнение (10) дает частоты чисто радиальных осесимметричных колебаний слоев и границы раздела. Комплексную амплитуду возмущения границы раздела $a_5^{(k)}$ можно найти при помощи решения (8) и кинематического условия в (5), предварительно разложив функцию $A(\varphi)$ в ряд Фурье по угловой координате:

$$A(\varphi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_5^{(k)} e^{ik\varphi},$$

$$\frac{\partial \delta p_2^{(k)}}{\partial r} = \rho_2 \omega^2 a_5^{(k)} e^{ik\varphi}, \quad r = R.$$

Общее решение задачи (7) в силу ее линейности представляется решением Фурье – Бесселя по модам:

$$\begin{aligned} \delta p_1(r, \varphi) &= \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} [a_1^{(kl)} H^{(1)}(k, \omega_{kl} r) + a_2^{(kl)} H^{(2)}(k, \omega_{kl} r)] e^{ik\varphi}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta p_2(r, \varphi) &= \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} [a_3^{(kl)} H^{(1)}(k, \omega_{kl} r) + a_4^{(kl)} H^{(2)}(k, \omega_{kl} r)] e^{ik\varphi}. \end{aligned}$$

Выражение для возмущенной границы раздела, соответствующей моде $\{k-l\}$ имеет вид:

$$\begin{aligned}\tilde{R}(\varphi, t) &= R + a_s^{(kl)} \exp[ik\varphi - i\omega_{kl}t] = \\ &= R + a_s^{(kl)} \exp[ik(\varphi - \frac{\omega_{kl}}{k}t)].\end{aligned}\quad (11)$$

Из соотношения (11) видно, что существует поперечная окружная волна возмущения границы раздела, распространяющаяся (вращающаяся) по кругу радиусом R с угловой скоростью ω_{kl}/k . Для мод $\{k-l\}$ возмущенная граница раздела будет иметь k локальных пучностей («горбов»), вращающихся по окружности радиусом R с соответствующей угловой скоростью ω_{kl}/k . Для наглядности на рис. 2 приведены формы возмущенной границы раздела слоев горячего и холодного газов.

Для моды $\{k-l\}$ можно также рассчитать линейную скорость распространения поперечной окружной волны возмущения вдоль окружной координаты по кругу радиусом R :

$$V_{kl} = \frac{\omega_{kl}}{k} R. \quad (12)$$

Конкретный расчет

Проведем конкретные расчеты для кольцевого канала камеры сгорания, в которой проводились эксперименты по сжиганию топлива в поперечных квазидетонационных волнах [3; 4]. Радиус передней стенки канала $R_1 = 88 \cdot 10^{-3}$ м, задней стенки – $R_2 = 118 \cdot 10^{-3}$ м. Радиус (положение) границы раздела, R , возьмем средним арифметическим радиусов передней и задней стенок

канала: $R = (R_1 + R_2)/2 = 103 \cdot 10^{-3}$ м. В эксперименте в канал подавалась стехиометрическая ацетиленокислородная смесь с температурой $T_1 = 321$ К, молярной массой $\mu_1 = 0,03$ кг/моль и показателем политропы $\gamma_1 = 1,33$. Таким образом, скорость звука в холодном слое Ω_1 : $c_1 = 342,48$ м/с. Скорость звука и показатель политропы горячего слоя Ω_2 можно получить из параметров дефлаграции Чепмена – Жуге для ацетиленокислородной смеси в приближении химического равновесия реагентов и продуктов реакции [6]: $c_2 = 1126,33$ м/с, $\gamma_2 = 1,22$. Таким образом, отношение плотностей горячего и холодного газов (6) будет следующим: $\beta = 0,08$.

В экспериментах по сжиганию топлива в поперечных волнах изучались режимы с тремя и четырьмя волнами (головами) [3; 4]. В таблице (см. далее) приведены скорости вращения вдоль окружной координаты, вычисленные по соотношению (12) для некоторых мод с тремя и четырьмя «горбами». Из таблицы видно, что скорости вращения «горбов» в 2–5 раз выше скорости звука в холодном слое: $c_1 = 342,48$ м/с. С увеличением радиального номера l скорость вращения возрастает, а с увеличением k , количества «горбов», падает. Из таблицы также видно, что существуют моды, скорость вращения которых располагается в диапазоне выше скорости звука в горячем слое: $c_2 = 1126,33$ м/с. Именно такое качественное поведение скоростей квазидетонационных волн наблюдается в эксперименте [3; 4]. Экспериментально наблюдаемые скорости

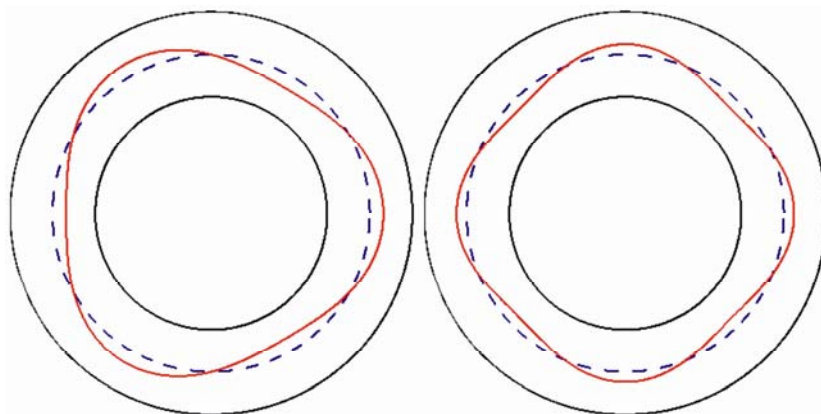


Рис. 2. Формы возмущенной границы раздела слоев для мод $\{3-l\}$ (слева) и $\{4-l\}$ (справа).
Пунктирная синяя линия – невозмущенная граница раздела R ,
красная линия – возмущенная граница раздела

Скорость вращения окружных волн
вдоль окружности радиусом
 $R = (R_1 + R_2)/2$

	Мода			
	{3-1}	{3-2}	{4-1}	{4-2}
V_{kp} , м/с	777	1 699	740	1 377

распространения квазидетонационных волн [3; 4] составляют 852 и 767 м/с для режимов с тремя и четырьмя волнами соответственно.

Следует отметить, что скорость вращения «горбов» по окружной координате, возникающая из акустических возмущений границы раздела горячего и холодного сло-

ев, является скоростью точки контакта слоев. Эта скорость может существенно отличаться от скорости звука, поэтому возможен сверхзвуковой режим вращения «горбов».

Интересно также посмотреть изменение скоростей вращения окружных волн в зависимости от положения границы раздела горячего и холодного слоев в кольцевом канале (см. рис. 1). При этом с увеличением радиуса границы раздела R площадь холодного слоя увеличивается, а горячего уменьшается. И наоборот, с уменьшением радиуса R площадь холодного слоя уменьшается, а горячего увеличивается (см. рис. 1). На рис. 3 представлены зависимости скорости вращения окружных волн от радиуса R для некоторых мод с тремя и четырьмя «горбами» на возмущенной границе раздела.

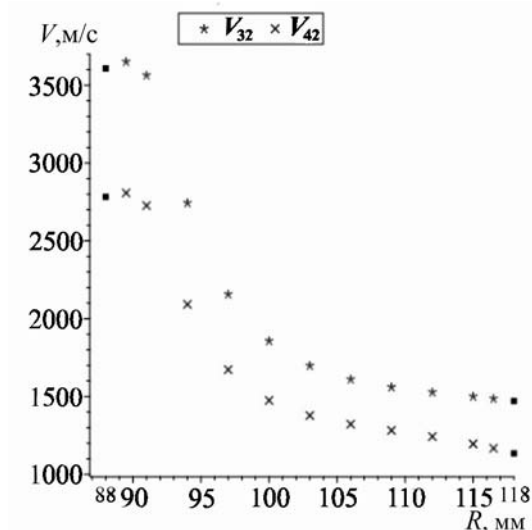
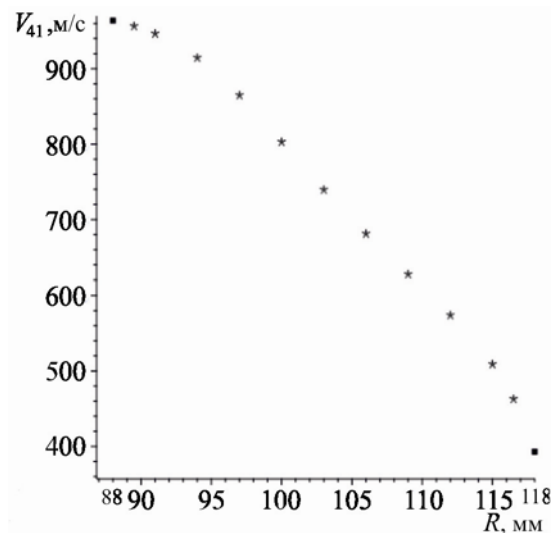
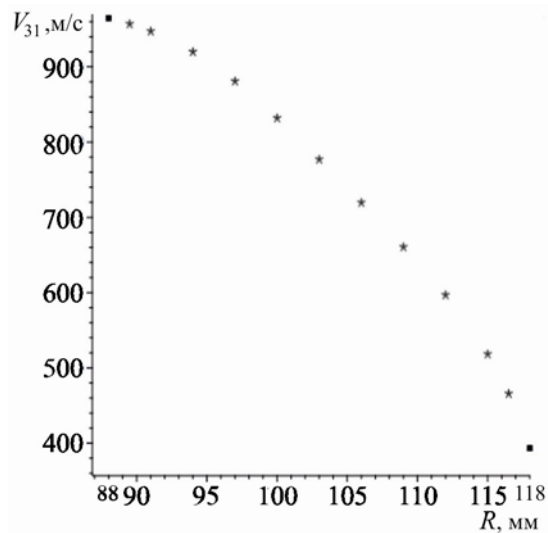


Рис. 3. Зависимость скорости вращения окружных волн от расположения границы раздела в кольцевом канале

Черными квадратными символами отмечены предельные значения скорости вращения при $R = R_1 = 88 \cdot 10^{-3}$ (в канале полностью отсутствует холодный слой газа) и $R = R_2 = 118 \cdot 10^{-3}$ м (в канале полностью отсутствует горячий слой газа). Как видно из зависимостей, представленных на рис. 3, скорости вращения окружных волн, стремящиеся к своим предельным значениям при стремлении R к значениям R_1 и R_2 , всегда больше скорости звука c_1 в слое холодного газа.

Заключение

Исследованы акустические свойства слоев двух неравномерно нагретых газов в кольцевом канале. При помощи численно-аналитических исследований изучена механика акустических колебаний и волн, возникающих в слоях и на границе раздела. Получены собственные моды и частоты колебаний.

Обнаружены вращающиеся окружные волны возмущения границы раздела слоев с конечным количеством локальных пучностей, и получены скорости вращения этих волн. Показано, что скорости вращения окружных волн всегда больше скорости звука в холодном слое и могут располагаться в диапазоне выше скорости звука в горячем слое.

Исследована зависимость скоростей вращения окружных волн от радиуса границы

раздела в кольцевом канале. Показано, что при любом положении границы раздела слоев в канале скорости вращения больше скорости звука в холодном слое.

Результаты расчетов скорости вращения окружных волн возмущения границы раздела слоев качественно совпадают с результатами экспериментальных наблюдений [3; 4] над распространением поперечных квазидетонационных волн.

Список литературы

1. Щелкин К. И., Трошин Я. К. Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 256 с.
2. Войцеховский Б. В. О спиновой детонации // ДАН СССР. 1957. Т. 114. С. 717–720.
3. Войцеховский Б. В. Стационарная детонация // ДАН СССР. 1959. Т. 129, № 6. С. 1254–1256.
4. Войцеховский Б. В. Спиновая стационарная детонация // ПМТФ. 1960. № 3. С. 157–164.
5. Блохинцев Д. И. Акустика движущейся неоднородной среды. М.: Наука, Физматлит, 1981. 208 с.
6. Васильев А. А. Оценка зависимости скорости пламени от давления и температуры // ФГВ. 2011. Т. 47, № 5. С. 13–17.

Материал поступил в редколлегию 10.02.2017

A. V. Trilis

*M. A. Lavrentiev Institute of Hydrodynamics SB RAS
15 Academician Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

trilisav@hydro.nsc.ru

MODELING OF TRANSVERSE DETONATION WAVES IN A FLAT-RADIAL ANNULAR CHANNEL

Acoustic properties of two regions of gases with different temperatures arising at the initial stage of evolution of transverse detonation waves in annular channel were examined. Mechanics of acoustic vibrations and waves are studied using both numeric and analytical methods. Rotating circumferential waves at boundary surface of two gases with different temperatures were discovered and rotation velocities of these waves were determined.

Keywords: transverse detonation wave, acoustic vibrations, eigen frequencies, rotating circumferential wave, annular channel, boundary surface.