

П. В. Туев, А. П. Соседкин, К. В. Лотов

*Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН
пр. Академика Лаврентьева, 11, Новосибирск, 630090, Россия*

*Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия*

p.v.tuev@inp.nsk.su

ФОРМИРОВАНИЕ УСКОРЯЕМОГО СГУСТКА ИЗ ЭЛЕКТРОНОВ ПЛАЗМЫ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ КИЛЬВАТЕРНОГО УСКОРЕНИЯ КВАЗИСТАТИЧЕСКИМ КОДОМ *

Исследование плазменного кильватерного ускорения в настоящее время в значительной степени полагается на численное моделирование этого явления узкоспециализированными кодами. Чрезмерная вычислительная сложность задачи вынуждает применять упрощенные модели и методы, существенно ограничивающие область применимости этих кодов. Так, например, в квазистатическом приближении используется модель плазмы, не включающая в себя захват плазменных электронов полем кильватерной волны. В данной статье представлена методика, позволяющая применить квазистатический пучково-плазменный решатель для вычисления параметров захваченных в кильватерную волну электронов плазмы.

Ключевые слова: плазменное кильватерное ускорение, захват плазменных электронов, численное моделирование, квазистатическое приближение.

Введение

Развитие плазменных методов ускорения является перспективным путем развития ускорительной техники в целом [1]. Полностью ионизованная среда способна выдерживать напряженность электрического поля 100 ГВ/м и более, что на несколько порядков превышает значения поля пробоя в классических высокочастотных ускорительных секциях. Возможность существенно повысить темп ускорения способствует уменьшению размеров установок и повышению их доступности.

Экспериментальные исследования в этой области разделились на два направления: создание плазменного ускорителя следующего поколения в приложении к физике высоких энергий [1–4] и создание компактных источников рентгеновского излучения или электронных пучков [5–8].

Второе направление тесно связано с развитием лазерной техники [6]. Уже сейчас настольные лазерные системы способны производить пучки, которые могут выступать драйверами нелинейных кильватерных волн. Важным эффектом для такого рода взаимодействия является формирование ус-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Новосибирской области в рамках научного проекта № 17-41-543162.

коряемого сгустка (витнесса) из плазменных электронов, что позволяет отказаться от стороннего источника электронов.

Прямое измерение происходящих в кильватерном ускорении процессов сильно затруднено из-за микронных масштабов плазменных волновых явлений. Для объяснения результатов экспериментов и поиска новых путей развития этой области науки большую роль играет численное моделирование. Однако подобное моделирование сопряжено со значительной вычислительной сложностью, так как ставит своей целью изучение взаимодействия макроскопического количества частиц, что находится далеко за гранью возможностей современной техники [3]. Использование различных приближений позволяет сократить требования к мощности вычислительной системы. Так, квазистатическое приближение [9; 10] позволяет снизить вычислительную сложность задачи на несколько порядков в сравнении с моделированием методом частиц в ячейках (FullPIC), что делает развитие квазистатических кодов востребованным.

Данная работа посвящена разработке методики моделирования захвата плазменных электронов кильватерной волной с использованием квазистатического приближения, которое не позволяет напрямую учесть данное явление. Описывается использование квазистатического приближения для моделирования кильватерного ускорения. Приводится авторская методика учета захвата электронов кильватерной волной. Для проверки границ применимости полученного инструмента производится сравнение с результатами работы вычислительного кода, не базирующегося на квазистатическом приближении.

Используемые приближения

Методика разработана на базе кода LCODE [10–12], но может быть использована с любыми вычислительными кодами, моделирующими кильватерное ускорение в квазистатическом приближении. В моделировании используется сопутствующая цилиндрическая система координат (r, ξ) , где $\xi = z - ct$, z – координата вдоль направления распространения пучка, c – скорость света в вакууме, а t – время в лабораторной системе отсчета.

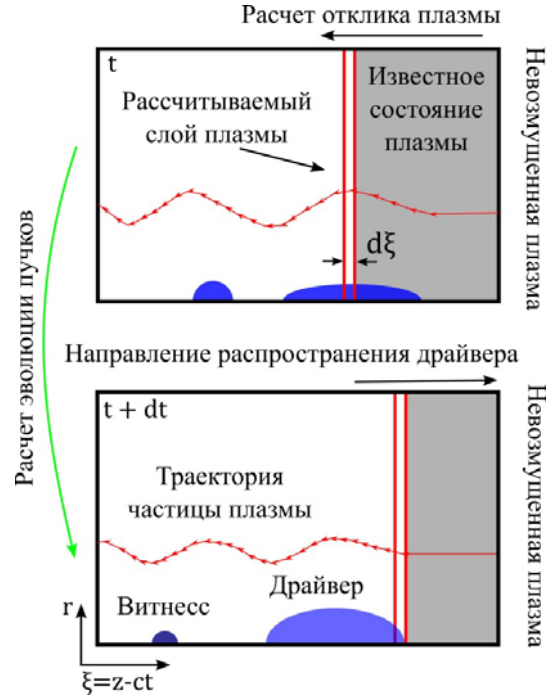


Рис. 1. Схема моделирования в квазистатическом приближении

Работа кода схематически изображена на рис. 1. Окно моделирования движется со скоростью света в направлении распространения драйвера, поэтому шаг dt во времени соответствует шагу $dz = c \cdot dt$ в пространстве. В квазистатическом приближении считается, что пучок частиц или лазерный импульс изменяются за продолжительное время. Тогда генерируемые драйвером возмущения будут зависеть только от его части, предшествующей координате ξ . Можно послойно вычислить отклик плазмы вдоль этой координаты. В таком подходе макро-частицы плазмы представляют собой полые цилиндры реальных частиц, которые стартуют с одинакового радиуса. Уравнения их движения записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_p}{d\xi} &= \frac{q_p}{v_{pz} - c} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_p \times \vec{B}] \right), \\ \frac{dr_p}{d\xi} &= \frac{v_{pr}}{v_{pz} - c}, \quad \vec{v}_p = \frac{c\vec{p}_p}{\sqrt{M_p^2 c^2 + \vec{p}_p^2}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \vec{p}_p и \vec{v}_p – импульс и скорость, M_p и q_p – масса и заряд, r_p – радиальная координата плазменной частицы, \vec{E} и \vec{B} – напряженности электрического и магнитного поля.

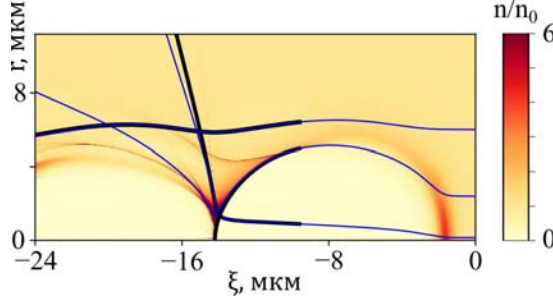


Рис. 2. Траектории электронов плазмы (синие линии) и пробных частиц пучка (черные линии). Цветом изображено распределение плазменных электронов, нормированное на невозмущенную плотность плазмы

По отклику плазмы можно вычислить изменение драйвера и витнесса во времени. Увеличение быстродействия кода достигается за счет большого отношения шага эволюции пучка dt к шагу моделирования плазменного отклика $d\xi$. Частицы пучка моделируются как полностью релятивистские макрочастицы, т. е. каждая частица соответствует множеству реальных частиц. Движение частиц пучка описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_b}{dt} &= q_b \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_b \times \vec{B}] \right), & \frac{dr_b}{dt} &= v_{br}, \\ \frac{d\xi_b}{dt} &= v_{bz} - c, & \vec{v}_b &= \frac{c\vec{p}_b}{\sqrt{M_b^2 c^2 + \vec{p}_b^2}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где \vec{p}_b и \vec{v}_b – импульс и скорость, M_b и q_b – масса и заряд, r_b и ξ_b – координаты частицы пучка в окне моделирования. Более подробное описание работы плазменного и пучкового решателей приведено в работе [11].

Далее будем считать, что в качестве драйвера выступает лазерный импульс. Для описания эволюции лазера используется уравнение на огибающую A вектор-потенциала поля лазерного излучения в квазистатическом приближении [9]. В рамках этого приближения в уравнениях Максвелла опускаются слагаемые второго порядка малости по $\epsilon = k_p/k_0$, где k_0 – волновое число лазерного импульса, $k_p = \omega_p/c$, $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m_e}$ – плазменная частота, n_0 – невозмущенная плотность плазмы, e – элементарный заряд, m_e – масса электрона. Воздействие излучения на плазму описыва-

ется пондеромоторной силой. В моделировании исходная форма импульса задается следующей формулой:

$$A = A_0 e^{-\frac{2r^2}{r_0^2}} \left[1 + \cos \left(\frac{\sqrt{\pi}(\xi - \xi_c)}{c\tau} \right) \right],$$

$$A_0 = \frac{m_e^2 c^4 a_0^2}{e^2} \frac{1}{2},$$

где a_0 – максимум огибающей векторного потенциала в единицах $m_e c^2/e$, r_0 и τ – радиус и длительность лазерного импульса в перетяжке, ξ_c – положение центра импульса в окне моделирования.

Методика моделирования захвата плазменных электронов

Квазистатическое приближение ускоряет моделирование на несколько порядков, но не учитывает часть физических явлений. В частности, захват электронов плазмы полем кильватерной волны не описывается с помощью уравнений (1). Плазменные макрочастицы не имеют координаты t и не передаются между шагами по времени (см. рис. 1).

Для захвата электронов в плазменную волну напряженность ускоряющего поля в ней должна достигать нескольких единиц поля опрокидывания $E_0 = m_e c \omega_p / e$. Будем считать, что доля захваченных электронов за один шаг по времени оказывается малой [13], и они практически не изменяют структуру кильватерной волны. В каждой точке вдоль ξ мы знаем состояние плазменных частиц и можем проследить их эволюцию, используя уравнения (2). Для этого будем моделировать пробные частицы пучка (не изменяющие поля в системе) с начальным распределением, повторяющим состояние плазмы на заданном ξ .

Характерные траектории частиц, эволюция которых была смоделирована в различных приближениях, представлены на рис. 2. В качестве драйвера был выбран лазерный импульс с $a_0 = 3.5$, $\tau_0 = 5.6$ фс, $r_0 = 4.4$ мкм, $k_0 = 30k_p$. В LCODE необходимо помещать пробные частицы за лазерным драйвером, так как предположение о взаимодействии лазерного импульса с электронами через пондеромоторную силу не выполняется для ультрарелятивистских час-

тиц, и эта добавка к силе не учитывается в расчете эволюции пучка.

Часть частиц ускоряется практически до скорости света и, согласно полным уравнениям движения (2), остается в окне моделирования; такие частицы формируют витнесс. Однако большая часть частиц покидает окно моделирования, и для них решения уравнений (1) и (2) совпадают.

Моделирование захвата плазменных электронов проводится в два этапа. Сначала их траектории рассчитываются в квазистатическом приближении на каждом шаге эволюции драйвера. Затем к уже имеющемуся пучку добавляются пробные частицы, соответствующие электронам плазмы при заданной координате ξ . Заранее предсказать, какие из частиц окажутся захваченными, невозможно. Поэтому добавляются все участвующие в волновом движении частицы. После множества шагов по времени останутся только захваченные электроны. Повторение этого действия при распространении лазерного импульса в плазме позволяет отследить захват и ускорение частиц на протяжении всего времени его эволюции.

Данный подход применим, пока число захваченных частиц остается малым. Следует отметить, что выполнения этого условия можно добиться при любой мощности драйвера простым уменьшением временного шага эволюции системы. Учет влияния заряда витнесса на кильватерную волну позволит расширить границы применимости данной методики до больших длин ускорения. Однако учет вклада захваченных частиц в зарядовую плотность затруднен разным физическим трактованием макрочастиц пучка и плазмы. У плазменных частиц нет «длины»,

которая необходима для вычисления их полного заряда, и они характеризуются погонным зарядом на единицу длины по ξ . Поэтому корректный выбор заряда захваченных частиц требует отдельного исследования и выходит за рамки данной работы.

Сравнение с кодом общего назначения

Для исследования границ применимости данной методики произведем сравнение с результатами работы FullPIC-кода. Мы сделаем это на примере работы [14], где с помощью полностью трехмерного моделирования FullPIC кодом OSIRIS исследовано взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой. Работа была выполнена одной из ведущих групп по моделированию лазер-плазменного взаимодействия, а развитая в этой статье скейлинговая теория является всемирно признанной и находит множество соответствий с экспериментальными данными. Параметры лазерного излучения таковы, что захват происходит в начале плазменной секции. В работе рассматривается распространение лазерного импульса с круговой поляризацией, длиной волны 810 нм, $a_0 = 4$, $\tau = 17$ фс, $r_0 = 28$ мкм через плазменную секцию с однородной плотностью $n_0 = 1.5 \cdot 10^{18}$ см⁻³ на протяжении 7.5 мм.

На рис. 3 представлена эволюция структуры кильватерной волны в различные моменты времени. Верхняя картина плотности соответствует результатам, полученным с помощью OSIRIS, а нижняя – LCODE. Как видно на рис. 3, а, структуры волн в начале взаимодействия хорошо совпадают. Захва-

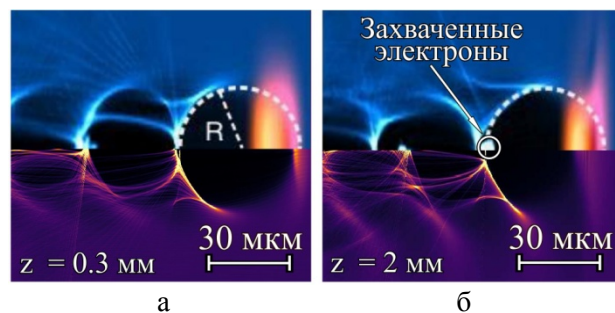


Рис. 3. В верхней части изображена зарядовая плотность электронов плазмы, полученная с помощью OSIRIS [14], в нижней части – с помощью LCODE. Структура плазменной волны приведена после прохождения лазерным импульсом расстояния 0,3 мм (а) и 2 мм (б). В верхней части также показан лазерный импульс

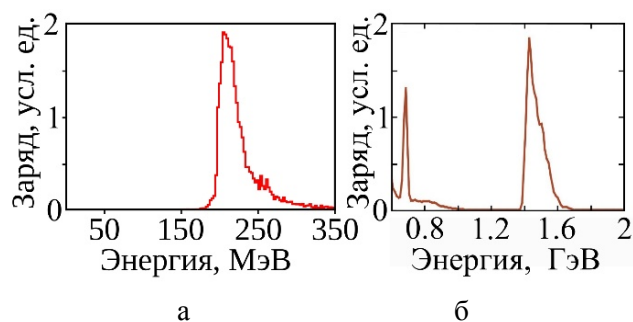


Рис. 4. Энергетические спектры пучков: *а* – моделирование 1 мм плазмы с помощью LCODE; *б* – моделирование 7,5 мм плазмы с помощью OSIRIS [14]

ченные электроны ещё не вносят значительного вклада в движение плазмы, как и предполагалось. На рис. 3, *б* видно, что захваченный пучок дает весомый вклад в зарядовую плотность, что приводит к значительному изменению структуры кильватерной волны. Поэтому результаты моделирования квазистатическим кодом совпадают лишь до появления плотного электронного сгустка.

Наш подход позволяет моделировать процесс формирования витнесса из электронов плазмы, когда образовавшийся электронный сгусток не изменяет структуру кильватерной волны. Для мощных драйверов это соответствует малым длинам взаимодействия. Поскольку структура первого периода кильватерной волны в наименьшей степени подвержена влиянию захваченного заряда, то будем производить сравнение с захватом только в первый период.

На рис. 4 изображены спектры электронных пучков, полученные в результате моделирования плазмы длиной 1 мм с помощью LCODE (рис. 4, *а*) и моделирования кодом OSIRIS захвата и ускорения электронов на расстоянии 7,5 мм (рис. 4, *б*), где первой каверне соответствует пик с большей энергией. Длина моделирования LCODE выбрана более короткой, чтобы расчеты оставались в пределах применимости слабого возмущения кильватерной волны захваченными электронами.

При моделировании мы не учитывали влияние пространственного заряда захваченных частиц, однако при построении спектров вес частиц учитывается. Одна плазменная частица описывает движение множества реальных частиц, находящихся в начальный момент в области $2\pi r \cdot dr \cdot dt$, поэтому вклад в конечный спектр у частиц с разным начальным радиусом различается.

Средняя энергия пучка, образовавшегося при моделировании задачи в квазистатическом приближении, составляет 224 МэВ, тогда как после моделирования всей плазменной секции кодом OSIRIS она достигает 1,5 ГэВ. Их отличие практически совпадает с соотношением длин взаимодействия. Неточное равенство естественно связать с истощением лазерного импульса к концу секции, что приводит к уменьшению ускоряющего поля. Кроме того, наблюдается сходство распределения частиц по энергии с резким пиком при меньшей энергии и протяженным хвостом в области более высоких энергий.

Нормализованный поперечный эмиттанс полученного пучка $\varepsilon_N = 7.5$ мм мрад в сравнении с $\varepsilon_N = 45.5$ мм мрад, полученным при моделировании кодом OSIRIS. Такое различие не является противоречием. Объем фазового пространства не может уменьшаться, однако его увеличение может быть вызвано большим количеством внешних факторов – от разрушения кильватерной волны до численных шумов, которые в FullPIC-кодах достаточно велики. Можно говорить о качественном соответствии электронных пучков, образовавшихся в первом периоде плазменной волны.

Заключение

В работе была продемонстрирована возможность моделирования захвата плазменных электронов в кильватерную волну с помощью квазистатических кодов на примере кода LCODE. Отклик плазмы на драйвер можно описывать с помощью квазистатического приближения, если вклад захваченных частиц в зарядовую плотность оказывается малым. Скейлинг результатов моделирова-

ния хорошо совпадает с вычислениями с помощью FullPIC-кода OSIRIS.

Предложенная методика расчета траекторий плазменных электронов пробными частицами пучка не имеет привязки к конкретной реализации решения квазистатических уравнений, и может быть использована с другими квазистатическими кодами.

Список литературы

1. *Katsouleas T.* Plasma accelerators race to 10 GeV and beyond // *Physics of plasmas*. 2006. Vol. 13. Iss. 5. P. 055503.
2. *Joshi C., Malka V.* Focus on laser and beam driven plasma accelerators // *New Journal of Physics*. 2010. Vol. 12. Iss. 4. P. 045003.
3. *Blumenfeld I. et al.* Energy doubling of 42 gev electrons in a metre-scale plasma wake-field accelerator // *Nature*. 2007. Vol. 445. Iss. 7129. P. 741.
4. *Caldwell A. et al.* Path to AWAKE: Evolution of the concept // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. 2016. Vol. 829. P. 3–16.
5. *Leemans W. P. et al.* Multi-GeV electron beams from capillary-discharge-guided subpetawatt laser pulses in the self-trapping regime // *Physical Review Letters*. 2014. Vol. 113. Iss. 24. P. 245002.
6. *Albert F. et al.* Laser wakefield accelerator based light sources: potential applications and requirements // *Plasma Physics Control Fusion*. 2014. Vol. 56. Iss. 8. P. 084015.
7. *Plateau G. R. et al.* Low-emittance electron bunches from a laser-plasma accelerator measured using single-shot x-ray spectroscopy

// *Physics Review Letters*. 2012. Vol. 109. Iss. 6. P. 064802.

8. *Esarey E., Schroeder C. B., Leemans W. P.* Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators // *Reviews of Modern Physics*. 2009. Vol. 81. Iss. 3. P. 1229.

9. *Mora P., Antonsen T. M.* Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas // *Physics of Plasmas*. 1997. Vol. 4. Iss. 1. P. 217–229.

10. *Lotov K. V.* Simulation of ultrarelativistic beam dynamics in plasma wake-field accelerator // *Physics of Plasmas*. 1998. Vol. 5. Iss. 3. P. 785–791.

11. *Lotov K. V.* Fine wakefield structure in the blowout regime of plasma wakefield accelerators // *Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams*. 2003. Vol. 6. Iss. 6. P. 061301.

12. *Sosedkin A. P., Lotov K. V.* LCODE: A parallel quasistatic code for computationally heavy problems of plasma wakefield acceleration // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. 2016. Vol. 829. P. 350–352.

13. *Schroeder C. B. et al.* Trapping, dark current, and wave breaking in nonlinear plasma waves // *Physics of Plasmas*. 2006. Vol. 13. Iss. 3. P. 033101.

14. *Lu W. et al.* Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime // *Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams*. 2007. Vol. 10. Iss. 6. P. 061301.

Материал поступил в редколлегию 21.08.2017

P. V. Tuev, A. P. Sosedkin, K. V. Lotov

*Budker Institute of Nuclear Physics
11 Academician Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090 Russia Federation
Novosibirsk State University
2 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

ptuevff@gmail.com

FORMATION OF AN ACCELERATED PLASMA ELECTRON BUNCH IN QUASISTATIC SIMULATIONS OF WAKEFIELD ACCELERATION

Plasma wakefield acceleration studies currently rely considerably on simulating this effect numerically using highly specialized software. Exorbitant computational difficulty of the problem requires simplifying models and methods, limiting such software applicability. Quasistatic approximation, for example, utilizes a plasma model that does not include trapping plasma electrons with the wakefield. This article presents a method that reuses a plasma-beam solver to calculate parameters of wakefield-trapped plasma electrons.

Keywords: plasma wakefield acceleration, plasma electrons trapping, numerical simulations, quasistatic approximation.