

В. А. Иващенко, Р. И. Мулляджанов

*Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия*

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН
пр. Академика Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия*

v.ivashchenko@g.nsu.ru, rustammul@gmail.com

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ

Исследуются струйные течения переменной плотности методом численного моделирования. Для высокой точности пространственной дискретизации уравнений Навье – Стокса был выбран метод спектральных элементов. Методом моделирования крупных вихрей (LES) была проведена валидация алгоритма решения на примере турбулентного течения в периодической трубе при числе Рейнольдса $Re = 5\,300$, построенного по среднерасходной скорости и диаметру трубы. Сравнение статистических характеристик показало хорошее согласие с литературными данными. Дальнейшее исследование было сконцентрировано на круглой турбулентной струе воздуха, вытекающей в пространство, заполненное воздухом, гелием или углекислым газом. Для пары «воздух – воздух» продемонстрировано хорошее совпадение полученных результатов с литературными данными и другим LES расчетом. В ходе анализа пар «гелий – воздух» и «углекислый газ – воздух» были выявлены их основные сходства и различия как между собой, так и с парой «воздух – воздух», выдвинуто предположение о преобладании эффектов, связанных с переменной плотностью, в процессах перемешивания смеси двух не реагирующих газов.

Ключевые слова: турбулентность, струйное течение.

Введение

Турбулентные потоки с переменной плотностью широко встречаются как в природе, так и в технических устройствах. Особый интерес представляет влияние переменной плотности среды на характеристики турбулентного перемешивания. В данной статье рассматривается каноническое струйное течение, которое представляет собой прототип широкого класса свободных сдвиговых потоков. Одни из первых экспериментов были проведены Ахмедом (Ahmed) и др. [1] в 1985 г., которые исследовали закрученные струйные потоки воздуха и гелия. Вопросы устойчивости струй разной плотности (воздух/гелий) рассмотрели Сренивасан (Sreenivasan) и др. [2]. Монкевитц (Monkewitz) и др. [3; 4] исследовали интенсивность во-

влечения окружающего газа и процесса перемешивания в переходных осесимметричных струйных течениях, где разность плотностей достигалась нагревом воздуха. Панчапакесан и Ламли (Panchapakesan, Lumley) [5] также исследовали струю гелия, истекающую в воздушное пространство. Акцент в их работе сделан на исследовании дальнего поля струи и автомоделные характеристики. Джеридани и Амиель (Djeridane, Amielh) [6] представили экспериментальные результаты по изучению струй гелия, воздуха и углекислого газа, которые часто служат для верификации расчетов с переменной плотностью, например в работе Ванга (Wang) и др. по исследованию осесимметричных струй переменной плотности

[7]. Такие расчеты в настоящее время проводятся разными методами [8; 9]. В данной работе мы исследуем струйное течение воздуха при фиксированном числе Рейнольдса, которое истекает в пространство, затопленное воздухом, гелием или углекислым газом. Такая постановка задачи позволяет проводить прямое сравнение между тремя случаями, поскольку входные граничные условия фиксированы.

Основные уравнения

В данной работе для расчетов течения газа с переменной плотностью используются уравнения Навье – Стокса в приближении малого числа Маха, которое справедливо, когда характерная скорость потока U много меньше скорости звука в среде c_0 . Данное приближение позволяет не учитывать (отфильтровать) акустические волны, которые накладывают ограничения на шаг вычислительной сетки и шаг по времени. В дальнейшем везде будем работать с переменными, обезразмеренными на L , U , μ_0 – характерные размер, скорость и вязкость, соответственно. Итоговые уравнения, описывающие движение газа, выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt},$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j},$$

где u_i – это i -я компонента поля скорости, ρ – поле плотности, $Re = UL/\mu_0$ – число Рейнольдса,

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

обозначает тензор вязких напряжений. Здесь использована декомпозиция поля давления $p = p^{(0)} + p^{(1)}$, где $p^{(1)}$ – так называемое гидродинамическое давление, которое ведет себя аналогично полю давления в несжимаемом случае, а $p^{(0)}$ – термодинамическое давление, не зависит от пространства и входит в уравнение состояния, которое будет

приведено ниже. Во всем пространстве температура считается постоянной, однако переменная плотность потока связана с перемешиванием не реагирующих различных газов (воздух, гелий, углекислый газ). Для описания процессов смешения необходимо учитывать дополнительное уравнение переноса на концентрацию c :

$$\rho \left(\frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{Re Sc} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \frac{\partial c}{\partial x_j} \right),$$

где $Sc = \mu/(\rho D)$ – безразмерный параметр, называемый числом Шмидта, характеризующий отношение интенсивностей диффузии импульса к диффузии вещества, D – табличное значение коэффициента взаимной диффузии воздуха в спутный поток газа.

Величина $c = m_{\text{возд}}/(m_{\text{газа}} + m_{\text{возд}})$ представляет собой массовую долю воздуха в общем потоке, поэтому в подводящей трубе всегда $c = 1$. В случае спутного потока гелия или углекислого газа используется граничное условие $c = 0$. В случае идеального газа для уравнения состояния Менделеева – Клапейрона с постоянной температурой смеси не реагирующих газов получим

$$\rho = \frac{p^{(0)}}{R_u T} \frac{M_{\text{возд}} M_{\text{газа}}}{M_{\text{возд}} + c(M_{\text{газа}} - M_{\text{возд}})}, \quad (1)$$

где R_u , $M_{\text{возд}}$, $M_{\text{газа}}$ обозначают универсальную газовую постоянную, молекулярную массу воздуха и молекулярную массу газа, соответственно. Уравнение (1) нормировано таким образом, что при $c = 0$ $\rho = \rho_{\text{газа}}$, а если $c = 1$, то $\rho = \rho_{\text{возд}}$. Отдельно следует рассмотреть определение коэффициента динамической вязкости смеси n не реагирующих веществ. Согласно работе [10]

$$\mu = \sum_{j=1}^n \frac{X_j \mu_j}{X_j + \sum_{k=1}^n X_k \Phi_{jk} - X_j \Phi_{jj}}, \quad (2)$$

где X_j – мольная доля j -й компоненты смеси, μ_j – вязкость j -й компоненты смеси, а Φ_{jk} – коэффициент вязкого взаимодействия j -й и k -й компонент смеси, который выражается формулой

$$\Phi_{jk} = \frac{1}{4} \left(1 + \left(\frac{\mu_j}{\mu_k} \right)^{1/2} \left(\frac{M_k}{M_j} \right)^{1/4} \right)^2 \left(\frac{2M_k}{M_j + M_k} \right)^{1/2} \quad (3)$$

где M_j и M_k – молярные массы j -й и k -й компонент соответственно. Мольная доля X_j связана с массовой долей c_j соотношением

$$X_j = \frac{c_j}{M_j \sum_{i=1}^n (c_i/M_i)} \quad (4)$$

Например, в случае пары «воздух – He», где индексом 1 будем обозначать величины, относящиеся к воздуху, а индексом 2 – к гелию, итоговая формула расчета вязкости

$$\mu = \frac{X_1 \mu_1}{X_1 + X_2 \Phi_{12}} + \frac{X_2 \mu_2}{X_2 + X_1 \Phi_{21}} \quad (5)$$

Значения используемых параметров для всех трех газов (воздух, гелий, углекислый газ) при 20 °С представлены в таблице:

Газ	ρ , кг/м ³	$\mu \cdot 10^{-8}$, Па·с	D , см ² /с	M , г/моль
Воздух	1,293	1 812	–	28,98
He	0,179	1 946	0,62	4,002
CO ₂	1,977	1 463	0,21	44,01

Полученные результаты

Основная расчетная область представляла собой цилиндр с радиусом $6D_{\text{сопла}}$ и длиной $17D_{\text{сопла}}$, где $D_{\text{сопла}}$ – диаметр круглой длинной трубы, из которой вытекает воздушный поток в затопленное пространство (рис. 1). Удобно в дальнейшем использовать цилиндрическую систему координат (z, r, φ) , расположенную в центре кромки трубы. Ось z направлена вдоль струйного потока, r и φ обозначают радиальное и азимутальное направления соответственно. Входные граничные условия генерируются в отдельном вспомогательном расчете трубы длиной $5D_{\text{сопла}}$ с периодическими граничными условиями, которые далее копи-

руются (поле скорости в некоторой фиксированной плоскости $r - \varphi$) на каждом шаге по времени в основную область.

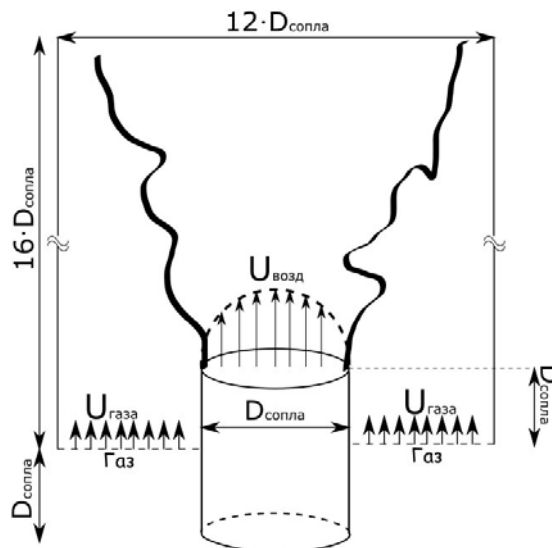


Рис. 1. Геометрия основной расчетной области

Величина скорости спутного потока постоянна и равна $0,04U$, где U – среднерасходная скорость в трубе. Число Рейнольдса, построенное по U и $D_{\text{сопла}}$, равно 5 300. Такой выбор обусловлен наличием данных в литературе для валидации расчета. Граничные условия на боковых поверхностях основной вычислительной области и на выходе соответствуют условиям Неймана для поля скорости.

Количество узлов дискретизационной сетки составляет 655 тыс. для подводящей трубы и более 15,8 млн для основной вычислительной области. Для их построения использовались полиномы Лагранжа в степени $N = 7$. В слое смешения и около твердых границ производилось сгущение вычислительной сетки, для того чтобы «разрешать» мелкомасштабные вихревые структуры, возникающие в этих областях. Явная модель для «подсеточных» напряжений отсутствует, но в LES расчетах на две высокочастотные моды был наложен параболический фильтр с амплитудой 5 % для последней моды согласно работе [11].

Для валидации расчета сначала мы провели сравнение осредненных характеристик для периодического расчета в трубе. Как видно из рис. 2, профили средней скорости

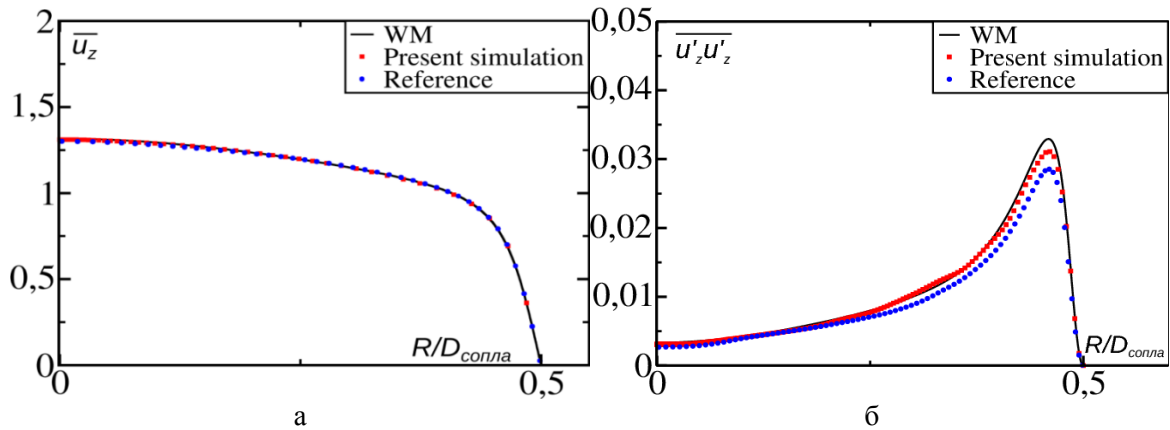


Рис. 2. Сравнение профилей средней скорости (а) и среднеквадратичных пульсаций (б) с DNS [11] (WM) и LES расчетами [12] (Reference).

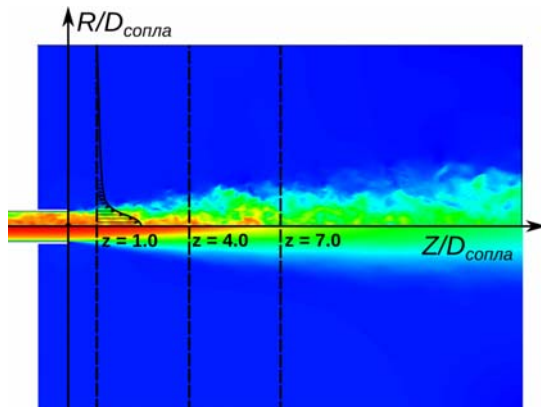


Рис. 3. Мгновенное (сверху) и осредненное по времени (снизу) поле продольной компоненты скорости. Вертикальные линии указывают сечения, в которых проводилось сравнение статистических характеристик

\bar{u}_z и среднеквадратичных пульсаций $\overline{u'_z u'_z} = \overline{u_z^2} - \bar{u}_z^2$ с хорошей точностью совпадают с данными [12; 13].

Далее данные [13], представляющие собой результаты аналогичного LES расчета, будут использоваться для сравнения статистических характеристик в струйном потоке. Следует отметить, что пик в профиле среднеквадратичной скорости пульсаций из данных [13] недостаточно аккуратно предсказан, что отразится также и на сравнении результатов в ближней области струи. Проведем сравнение радиальных профилей средней скорости и среднеквадратичных пульсаций в сечениях, показанных на рис. 3.

Полученные результаты согласуются с данными из расчета [13]. Разный уровень

среднеквадратичных пульсаций в периодическом расчете в трубе приводит к некоторому несоответствию решений вблизи кромки сопла ($z/D_{\text{сопла}} = 1$). Несмотря на это, во всех рассмотренных сечениях результаты находятся в отличном соответствии друг с другом, что говорит о достоверности расчетов (рис. 4).

Для дальнейшей валидации было проведено сравнение энергетического спектра продольных пульсаций (E_{zz}) в зависимости от безразмерной частоты $St = fL/U$ (числа Струхалея), рис. 5. Для этого был проанализирован мгновенный сигнал из точки с координатами $z/D_{\text{сопла}} = 1$ и $r/D_{\text{сопла}} = 0,5$. Видно, что низкочастотная часть спектра находится также в хорошем согласии с результатами [13].

Расчеты смещения струи воздуха со спутным потоком другого газа (He или CO_2), который изначально заполняет все пространство, начинаются с нулевым полем скорости во всем объеме. В начальный момент времени $t = 0$ в качестве входных граничных условий в сопло подается уже полностью развитый турбулентный поток. Интересно рассмотреть скорость распространения «фронта» концентрации вниз по течению со временем. На рис. 6 показано мгновенное поле концентрации в различные моменты времени t .

Интуитивно понятно, что тяжелый газ будет распространяться в легкой среде (воздух – He) быстрее, чем легкий газ в тяжелой среде (воздух – CO_2). Взаимодействие гелия

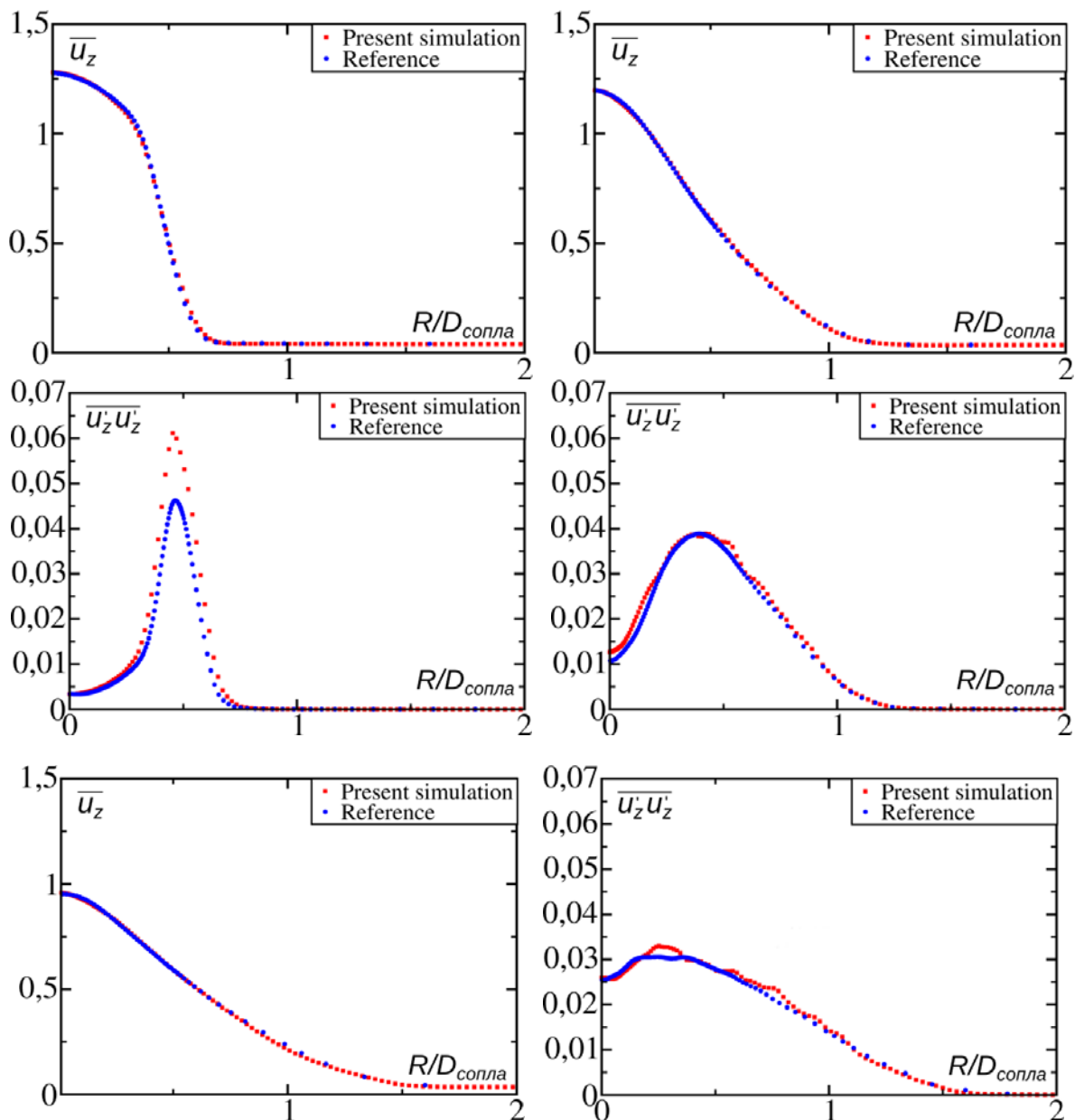


Рис. 4. Сравнение осредненных по времени радиальных профилей скорости и среднеквадратичных пульсаций для расчета «воздух – воздух» с данными работы [13] в сечениях $z/D_{\text{сопла}} = 1, 4, 7$

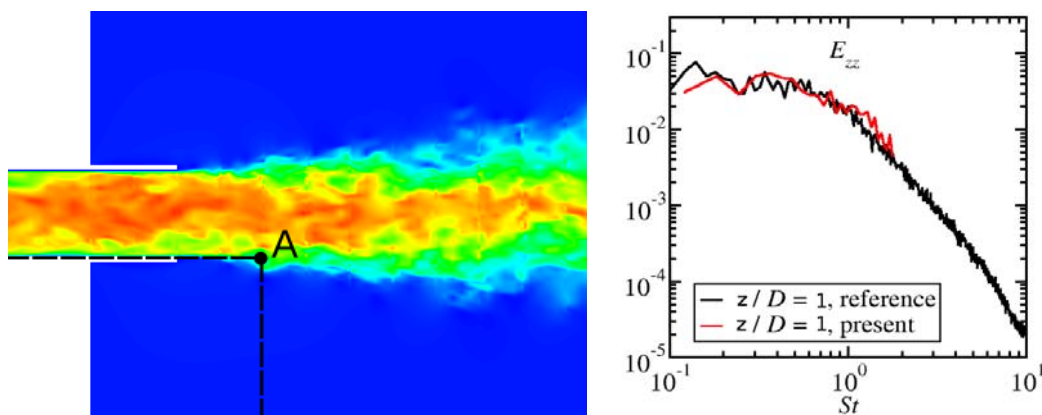


Рис. 5. Сравнение спектра E_{zz} с [13]

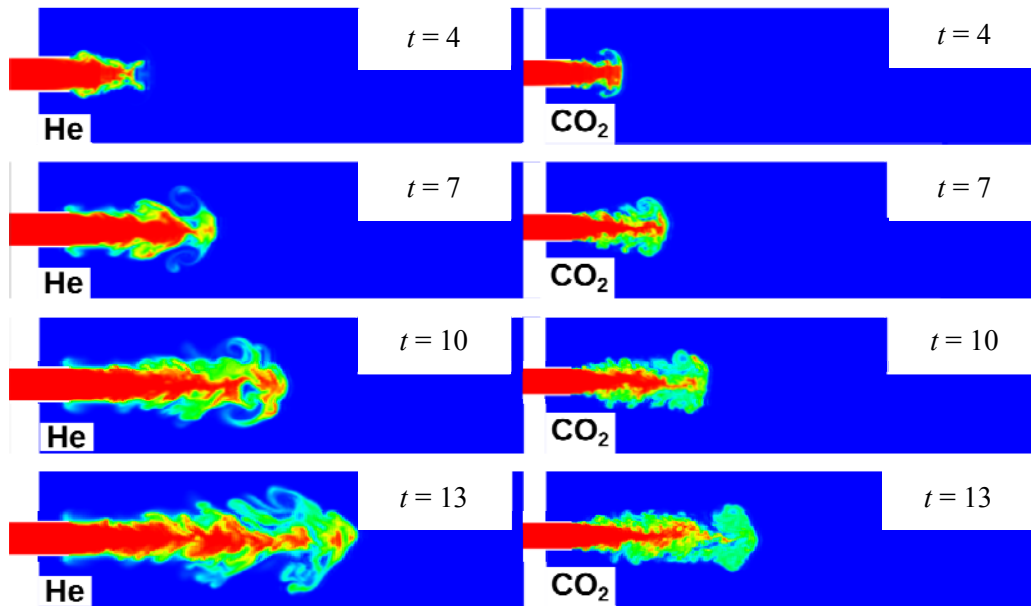


Рис. 6. Поле концентрации c для двух расчетов (He, CO₂) в различные моменты времени. Красный цвет соответствует значению $c = 1$ (воздух), синий – $c = 0$ (He или CO₂)

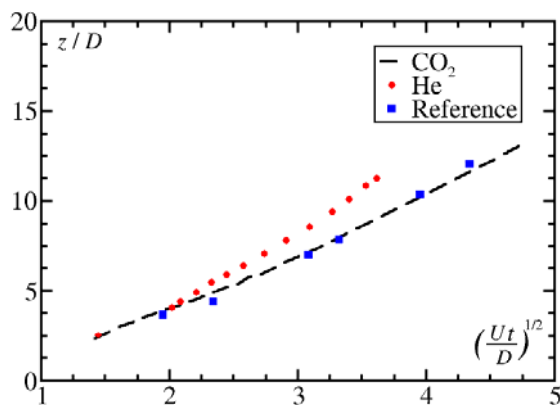


Рис. 7. Сравнение скорости распространения струи воздуха в окружающем газе для системы «воздух – CO₂»

и воздуха характеризуется относительно числа Рейнольдса $Re_{\text{лок}} = D \cdot U_{\text{лок}} \cdot \rho_{\text{лок}} / \mu_{\text{лок}}$ в слое смешения из-за падения величины плотности и увеличения вязкости согласно (1)–(5). На рис. 7 показано изменение координаты рассматриваемого «фронта» поля c в зависимости от $t^{1/2}$ вместе с данными недавней численной работы [14], в которой исследовалось распространение струи (воздух – воздух) с почти однородным ламинарным профилем скорости из сопла с поджатием при более высоких числах Рейнольдса ($Re = 1,9 \cdot 10^5$).

При этом струя воздуха в гелии распространяется значительно быстрее, как уже было отмечено ранее. Можно предположить, что для рассматриваемого нестационарного явления влияние переменной плотности – более важный фактор по сравнению с величиной числа Рейнольдса и уровнем турбулентности на входе.

На рис. 8 показано сравнение средних профилей скорости и среднеквадратичных пульсаций в тех же сечениях, что и прежде. Результаты для пар «воздух – воздух» и «воздух – CO₂» достаточно похожи. В случае пары «воздух – He» можно отметить, что продольная скорость затухает медленнее, чем в других рассмотренных случаях. Кроме того, уровень турбулентных пульсаций оказывается более низким, что как раз и связывалось ранее с понижением локального числа Рейнольдса в слоях смешения из-за меньшего значения плотности.

Дальнейшая работа включает в себя более подробный анализ статистических характеристик полученных решений, а также исследование влияния скорости спутного потока на процессы перемешивания струи переменной плотности. Особое внимание будет уделено анализу эволюции характерных динамически значимых вихревых структур в потоке. Полученные результаты

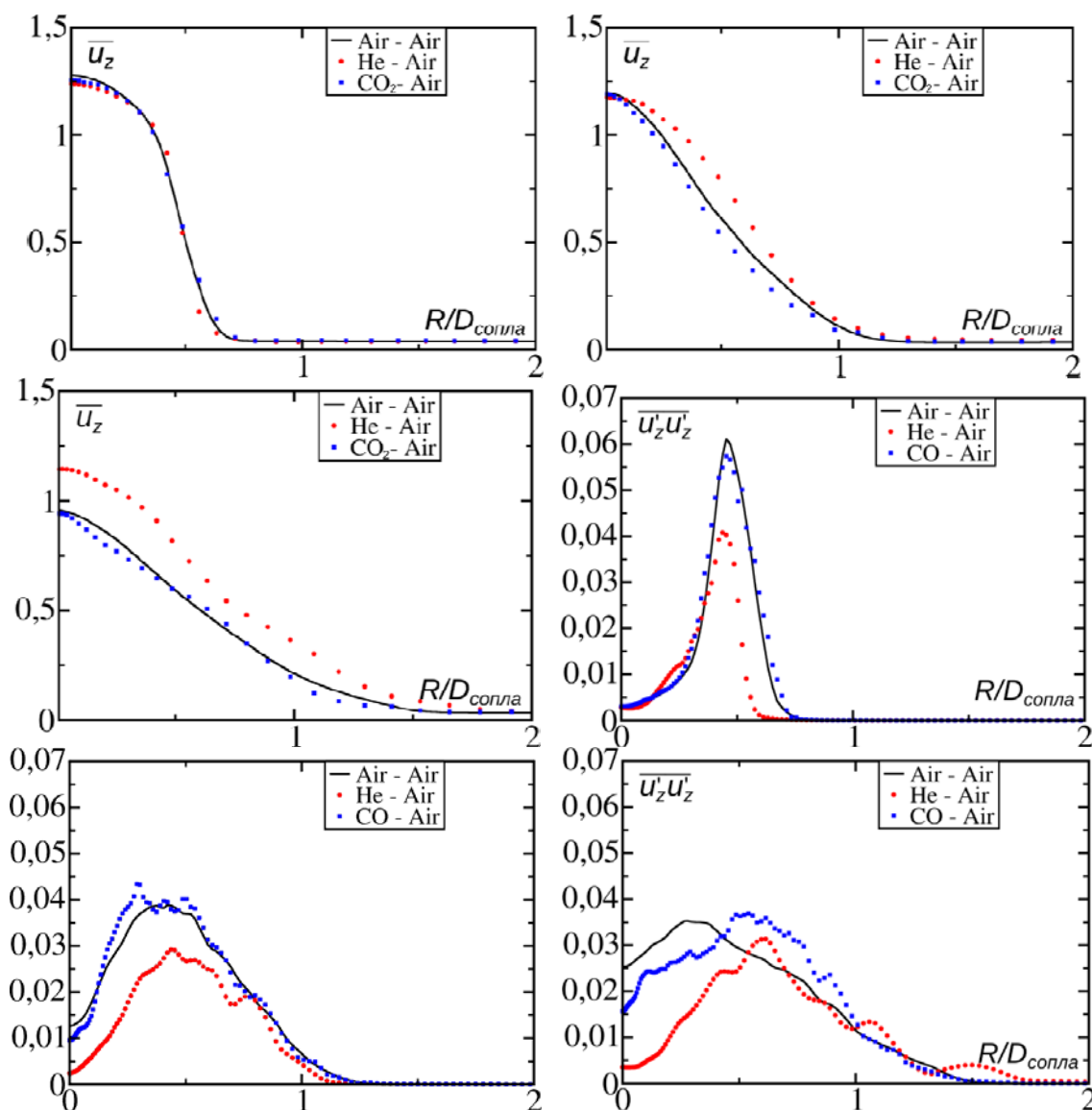


Рис. 8. Сравнение осредненных по времени радиальных профилей скорости и среднеквадратичных пульсаций для всех трех расчетов в сечениях $z/D_{\text{сопла}} = 1, 4, 7$

будут являться важным звеном в теории затопленных струй с переменной плотностью.

Заключение

В данной работе исследуются сдвиговые турбулентные течения при помощи методов численного моделирования. Для аккуратного расчета динамики турбулентного потока был выбран метод спектральных элементов, который обладает высокой точностью при пространственной дискретизации уравнений Навье – Стокса. Методом моделирования крупных вихрей (LES) было проведено исследование круглой турбулентной струи

воздуха, вытекающей в пространство, заполненное воздухом, гелием или углекислым газом. Для пары «воздух – воздух» было продемонстрировано хорошее согласие полученных результатов с литературными данными. В ходе анализа расчетов с гелием и углекислым газом были выявлены их основные сходства и различия с парой «воздух – воздух» и данными из литературы, что позволило выдвинуть предположение о преобладающей роли эффектов, связанных с переменной плотностью, в процессах перемешивания смеси двух не реагирующих газов. Данная работа подразумевает дальнейшее детальное исследование различных

статистических характеристик течений и их динамических особенностей, включая анализ наиболее энергонесущих вихревых структур.

Список литературы

1. *Ahmed S. A., So R. M. C., Mongia H. C.* Density effects on jet characteristics in confined swirling flow // *Experiments in fluids*. 1985. Vol. 3 (4). P. 231–238.
2. *Sreenivasan K. R., Raghu S., Kyle D.* Absolute instability in variable density round jets // *Experiments in Fluids*. 1989. Vol. 7 (5). P. 309–317.
3. *Monkewitz P. A., Lehmann B., Barsikow B., Bechert D. W.* The spreading of self-excited hot jets by side jets // *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1989. Vol. 1 (3). P. 446–448.
4. *Monkewitz P. A., Pfizenmaier E.* Mixing by side jets" in strongly forced and self-excited round jets // *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1991. Vol. 3 (5). P. 1356–1361.
5. *Panchapakesan N. R., Lumley J. L.* Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part 2. Helium jet // *Journal of Fluid Mechanics*. 1993. Vol. 246. P. 225–247.
6. *Djeridane T., Amielh M., Anselmet F., Fulachier L.* Velocity turbulence properties in the near-field region of axisymmetric variable density jets // *Physics of Fluids*. 1996. Vol. 8 (6). P. 1614–1630.
7. *Wang P., Fröhlich J., Michelassi V., Rodi W.* Large-eddy simulation of variable density turbulent axisymmetric jets // *International Journal*

of Heat and Fluid Flow. 2008. Vol. 29 (3). P. 654–664.

8. *Jester-Zurker R., Jakirlic S., Tropea C.* Computational modelling of turbulent mixing in confined swirling environment under constant and variable density conditions // *Flow, turbulence and combustion*. 2005. Vol. 75 (1-4). P. 217–244.

9. *Tyliszczak A., Boguslawski A.* LES of the jet in low Mach variable density conditions // *Direct and Large-Eddy Simulation VI*. Springer, 2006. P. 575–582.

10. *Gordon S., McBride B. J.* Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications. 1994. Part 1: Analysis.

11. *Marin O., Vinuesa R., Obabko A. V., Schlatter P.* Characterization of the secondary flow in hexagonal ducts // *Physisc of Fluids*. 2016. Vol. 28. P. 1–26.

12. *Wu X., Moin P.* A direct numerical simulation study on the mean velocity characteristics in turbulent pipe flow // *Journal of Fluid Mechanics*. 2008. Vol. 608. P. 81–112.

13. *Mullyadzhyanov R., Abdurakipov S., Hanjalic K.* Helical structures in the near field of a turbulent pipe jet // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2017. Vol. 98. No. 2. P. 367–388.

14. *Ghasemi A., Pereira A., Li X.* Large eddy simulation of compressible subsonic turbulent jet starting from a smooth contraction nozzle // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2017. Vol. 98 (1). P. 83–108.

Материал поступил в редколлегию 10.01.2018

V. A. Ivashchenko, R. I. Mullyadzhyanov

*Novosibirsk State University
2 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

*Institute of Thermophysics SB RAS
1 Academician Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

v.ivashchenko@g.nsu.ru, rustammul@gmail.com

NUMERICAL SIMULATION OF STRATIFIED SUBMERGED JET

In this paper, stratified jet flows are investigated using the numerical simulation method. For a high accuracy of spatial discretization of the Navier-Stokes equations the method of spectral elements was chosen. By the method of direct numerical simulation (DNS) the solution algorithm was validated using the example of a turbulent flow in a periodic pipe with Reynolds number $Re = 5\,300$, constructed using the average velocity and the diameter of the pipe. Comparison of statistical characteristics showed good agreement with the literature data. A further investigation was concentrated on a circular turbulent air jet flowing into a space filled with air, helium or carbon di-

oxide. For the air-to-air pair, the results are shown to be in good agreement with the literature data and other LES calculations. During the analysis of the helium-air and carbon dioxide-air pairs, their basic similarities and differences were revealed both with each other and with the air-air pair, it was suggested that the effects associated with stratification predominate over viscous effects.

Keywords: turbulence, jet flow.

For citation:

Ivashchenko V. A., Mullyadzhанov R. I. Numerical Simulation of Stratified Submerged Jet. *Siberian Journal of Physics*, 2018, vol. 13, no. 1, p. 45–53. (In Russ.)

DOI 10.25205/2541-9447-2018-13-1-45-53