

УДК 519.6 + 530.1

DOI 10.25205/2541-9447-2018-13-2-5-15

Х. Х. Муминов, Ф. Ш. Шокиров

*Физико-технический институт им. С. У. Умарова АН РТ
пр. Айни, 299/1, Душанбе, 734063, Таджикистан*

khikmat@inbox.ru, shokirov@rambler.ru

ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУМЕРНЫХ ДОМЕННЫХ СТЕНОК С ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ВИХРЕМ

Проведено численное исследование динамики трехсолитонных взаимодействий 180-градусных доменных стенок с топологическим вихрем (солитоном) белавин-поляковского типа в фазовом пространстве $(2+1)$ -мерной анизотропной $O(3)$ инвариантной нелинейной сигма-модели. Получены модели взаимодействия топологических структур типа кинк-вихрь-антикинк, где наблюдаются процессы аннигиляции доменных стенок и полного распада топологических вихрей на локализованные возмущения, обладающие единичным значением индекса Кронекера. Установлено, что в случае противоположного направления поля аннигилирующие доменные стенки поглощают часть энергии топологического вихря, эквивалентной единице индекса Кронекера. В случае доменных стенок одинаковой полярности в зависимости от блоховской или нееловской структуры межфазных границ процесс их аннигиляции происходит соответственно без поглощения энергии топологического вихря или с поглощением энергии, эквивалентной значению двух единиц индекса Кронекера. На основе методов теории конечных разностных схем с применением свойств стереографической проекции предложен комплексный программный модуль, реализующий алгоритм численного расчёта эволюции трехсолитонных взаимодействий в расслоенном пространстве.

Ключевые слова: трехсолитонное взаимодействие, топологический вихрь, доменная стенка, нелинейная сигма-модель, численное моделирование, расслоенное пространство.

Введение

Нелинейные сигма-модели как эффективные теории безмассовых возбуждений впервые возникли в задаче, связанной с теорией трех псевдоскалярных пионов (π -мезонов), которые отождествлялись с псевдоскалярными полями. Для описания динамики изотопического триплета пионов было предложено использование симметричного псевдоскалярного трехкомпонентного поля $\mathbf{S}(s_i)$, $i = 1, 2, 3$. Взаимодействие в данных моделях вводится геометрическим образом, что обуславливает их разнообразные приложения в локальной квантовой и классической теориях поля. Нелинейные сигма-модели применяются, в частности, для описания таких явлений, как квантовый эффект Холла,

сверхтекучего ^3He , антиферромагнитных спиновых цепочек, непрерывного классического двумерного ферромагнетика Гейзенберга [1–3].

Исследования настоящей работы проведены в рамках $O(3)$ инвариантной нелинейной сигма-модели, которая описывает киральное поле на двумерной сфере $S^2 \in \mathbb{R}^3$. Для анизотропного случая $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели действие имеет следующий вид:

$$S = \int L d^4x = \int g \left[\partial_\mu s_a \partial^\mu s_a + s_3^2 - 1 \right] d^4x, \\ \mu = 0, 1, 2; \quad a = 1, 2, 3; \quad g(s) = 1/2; \\ s_a s_a - 1 = 0, \quad (1)$$

где s_i ($i = 1, 2, 3$) – координаты единичного изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$, эволюционирующего

Муминов Х. Х., Шокиров Ф. Ш. Динамика взаимодействия двумерных доменных стенок с топологическим вихрем // Сибирский физический журнал. 2018. Т. 13, № 2. С. 5–15.

в изотопическом пространстве блоховской сферы S^2 (см., например, рис. 1 для случая 180-градусной доменной стенки).

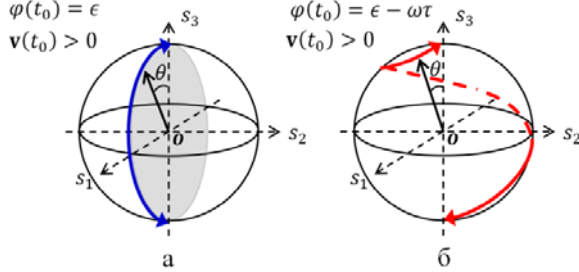


Рис. 1. Динамика единичного изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ 180-градусной движущейся доменной стенки в изопространстве сферы S^2 при: $a - \varphi = 0$; $b - \varphi \neq 0$

Рассмотрим процессы взаимодействия топологических вихрей (солитонов) белавин-поляковского типа [4] модели (1)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} &= \left(\frac{R}{r} \right)^{Q_i}, \\ Q_i &= \chi^{-1}(\varphi + \omega\tau), \\ \chi &= \cos^{-1} \frac{x}{r} = \sin^{-1} \frac{y}{r} \end{aligned} \quad (2)$$

с известными решениями двумерного уравнения синус-Гордона в виде доменных стенок

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} &= \\ &= \exp \left[B_1 \left(\frac{w}{k_1} x - \frac{w}{k_1} x_0 \right) + B_2 \left(\frac{w}{k_2} y - \frac{w}{k_2} y_0 \right) \right], \\ \varphi(x, y, t) &= \epsilon - \omega\tau, \quad \epsilon = \frac{\pi n}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

где R – радиус локализации топологического вихря (3), Q_i – топологический заряд (индекс Кронекера [5]), $\theta(x, y, t)$ и $\varphi(x, y, t)$ – углы Эйлера. Решение (3) при $\epsilon = 0, \pi$ и $\epsilon = \pm\pi/2$ описывает соответственно динамику нееловских и блоховских доменных стенок. Уравнения Лагранжа – Эйлера для (1) в параметризации $\theta(x, y, t)$ и $\varphi(x, y, t)$ принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} 2\partial_\mu \partial^\mu \theta + \sin(2\theta)(1 - \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi) &= 0, \\ 2\cos\theta \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + \sin\theta \partial_\mu \partial^\mu \varphi &= 0. \end{aligned}$$

Данные уравнения в меридианном сечении $\varphi(x, y, t) = 0$ (см. рис. 1, а) изопространства блоховской сферы $S^2 \in \mathbb{R}^3$ сводятся [6; 7] к вполне интегрируемой модели синус-Гордона следующего вида:

$$2\Box\theta = -\sin(2\theta). \quad (4)$$

В данном случае переменные $\theta(x, y, t)$ и $\varphi(x, y, t)$ связаны с изоспиновыми параметрами $O(3)$ нелинейной сигма-модели единичным изовектором $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ А3-поля следующим образом:

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta), \quad (5.1)$$

$$z = x + iy = \frac{s_1 + is_2}{1 \pm s_3} = \exp[i\varphi] \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (5.2)$$

Отметим, что 180-градусные доменные стенки вида (3) (π -кинк) являются точными решениями исследуемой $O(3)$ нелинейной сигма-модели (1) и соответствующей ей в частном случае (при $\varphi(x, y, t) = 0$) модели (4). Двумерные топологические вихри (2) были исследованы нами ранее (см., например, [7; 8]), получены модели их дальнедействующих взаимодействий, столкновений и отражений, а также модели их поэтапной аннигиляции. В работе [6] было проведено численное исследование процессов двухсолитонных взаимодействий доменных стенок (3) нееловского типа в рамках модели (1), где были получены модели упругих столкновений, а также дальнедействующие и осциллирующие модели. В работе [9] проведено численное исследование процессов двухсолитонных взаимодействий топологических решений вида (2) и (3) (при $\epsilon = 0$), где получены модели с поэтапным распадом топологических вихрей (2) на локализованные возмущения, обладающие половинными ($Q_i = 1/2$) значениями топологического заряда (индекса Кронекера) (рис. 2).

Аналогичные процессы наблюдаются в случае двухсолитонного взаимодействия

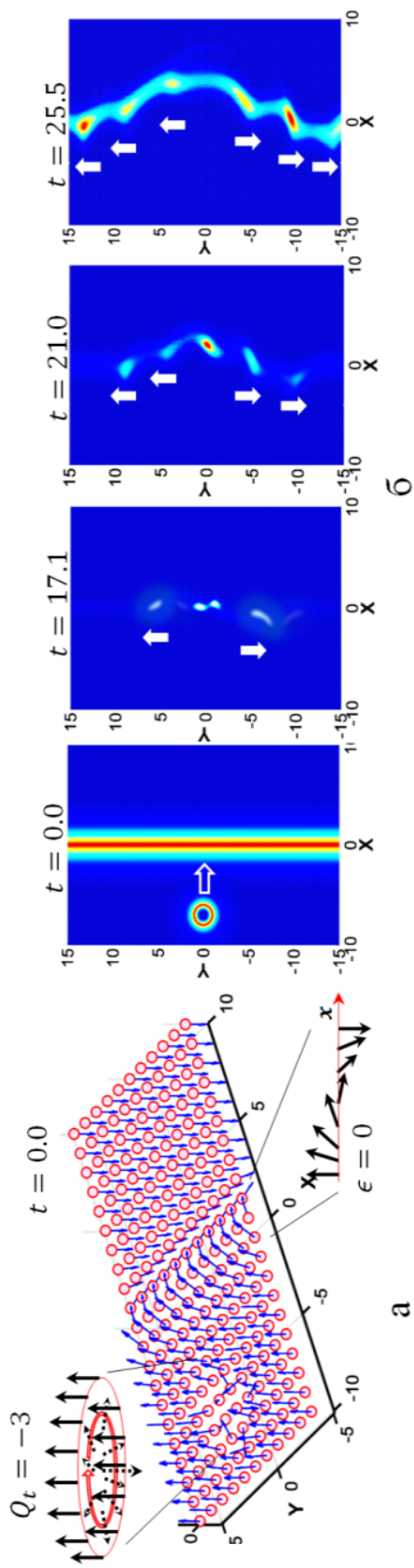


Рис. 2. Взаимодействие движущегося ($\mathbf{v}(t_0) \approx 0.447$) топологического вихря (2) ($Q_t = 3$) с неподвижной доменной стенкой (3) неэловского типа ($\epsilon = 0$): *a* – изоспиновая структура при $t = 0$; *б* – плотность энергии (DH) процесса взаимодействия при $t \in [0.0, 25.5]$

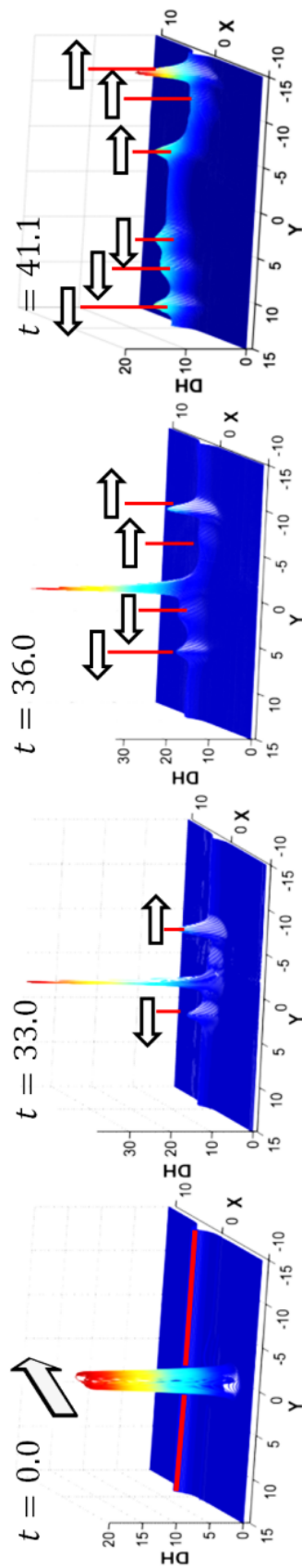


Рис. 3. Плотность энергии (DH) процесса взаимодействия топологического вихря (2) при $Q_t = -3$, движущегося со скоростью $\mathbf{v}(t_0) \approx 0.196$ с неподвижной доменной стенкой (3) при $\epsilon = -\pi/2$

вихрей (2) с доменными стенками блоховского типа (рис. 3).

Таким образом, общим результатом двух-солитонных взаимодействий вихрей (2) с 180-градусными доменными стенками (3) конфигурации

$$\left(\frac{R}{r}\right)^{Q_i} \rightarrow \leftarrow \exp \left[B_1 \left(\frac{w}{k_1} x - \frac{w}{k_1} x_0 \right) + B_2 \left(\frac{w}{k_2} y - \frac{w}{k_2} y_0 \right) \right] \quad (6)$$

является поэтапный распад топологического вихря на $2Q_i$ локализованных возмущений с половинными значениями топологического заряда ($Q_i = 1/2$), движущихся вдоль плоскости доменной стенки со скоростью $c = 1$. При этом доменная стенка сохраняет устойчивость [7; 9] независимо от динамических параметров конфигурации (6).

В отличие от эволюционных моделей, полученных при двухсолитонном взаимодействии вида (6) качественно новые результаты были получены в настоящей работе при исследовании трехсолитонных взаимодействий топологических решений (2) и (3) следующей конфигурации:

$$\exp \left[B_1 \left(\frac{w}{k_1} x - \frac{w}{k_1} x_0 \right) + B_2 \left(\frac{w}{k_2} y - \frac{w}{k_2} y_0 \right) \right] \rightarrow \left(\frac{R}{r}\right)^{Q_i} \leftarrow \exp \left[B_1 \left(-\frac{w}{k_1} x + \frac{w}{k_1} x_0 \right) + B_2 \left(-\frac{w}{k_2} y + \frac{w}{k_2} y_0 \right) \right].$$

Во всех экспериментах конфигурации (6) топологические вихри (2) взаимодействуют с 180-градусной областью перехода между локальными вакуумными состояниями $\theta(x, y, t) = 0, \pi$ и $\theta(x, y, t) = \pm\pi/2$:

$$S(\uparrow) \leftrightarrow S(\downarrow).$$

В этом случае определенный интерес представляет рассмотрение процессов взаимодействия топологических вихрей (2) с 360-градусными доменными стенками (2π -кинк). В экспериментах настоящей работы две 180-градусные (π -кинк $\rightarrow \leftarrow$ π -антикинк) доменные стенки при непосредственном столкновении с вихрем (2) могут создать действие

360-градусной топологической структуры (2π -кинк).

Численные модели построены на основе методов теории конечных разностных схем с использованием свойств стереографической проекции, с учетом теоретико-групповых особенностей конструкций класса $O(N)$ нелинейных сигма-моделей теории поля. По периметру двумерной области моделирования $L(x, y)$ установлены специально разработанные граничные условия [6–9], поглощающие линейные волны возмущений, излучаемые взаимодействующими солитонными полями. Разработан программный модуль для проведения комплексного анализа эволюции многосолитонных взаимодействующих решений нелинейных сигма-моделей, с учетом их групповых особенностей в двумерном псевдоевклидовом пространстве [6–9]. Использована трехслойная разностная схема второго порядка точности $O(r^2 + h^2)$ на пятиточечном шаблоне с весами явного типа [10]. Аппроксимация проведена на прямоугольной сетке $L(x, y) = 2.5E^3 \times 2E^3$, в кубе (h_{xy}, t_τ) : $\tau_{\max}(2E^{+4})$. Устойчивость разностной схемы удовлетворяет требованиям для гиперболических систем уравнений: $\tau \leq \min(h/|\Delta|_{\max})$. Для численной схемы применен алгоритм, где использованы свойства стереографической проекции, позволяющие осуществление взаимно однозначной проекции (компактификации $S^2 - R_{comp}^2$) всех точек комплексной плоскости z (5.2) (включая $(x, y) = \infty$) и сферы S^2 : $s_i s_i = 1$, ($i = 1, 2, 3$). С более подробным описанием алгоритма и численной схемы можно ознакомиться в [7].

Взаимодействие топологического вихря с разнополярными доменными стенками

Взаимодействие вихря с блоховскими доменными стенками. Рассмотрим модель трехсолитонных взаимодействий топологических вихрей (2) с $Q_i = 1, \dots, 4$ и блоховских разнополярных 180-градусных доменных сте-

нок (π -кинк) вида (3) следующей конфигурации:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{K\left(+\frac{\pi}{2}\right)+V+Ak\left(-\frac{\pi}{2}\right)} &\Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathbf{S}_{Kink}\left(+\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbf{S}_{Vortex} \leftarrow \mathbf{S}_{Antikink}\left(-\frac{\pi}{2}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

где полярность определяется направлением раскручивания вектора намагниченности в плоскости доменных стенок. В случае $Q_t = 3$ конфигурация (7) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{K\left(+\frac{\pi}{2}\right)+V+Ak\left(-\frac{\pi}{2}\right)} &= -\Lambda_3 \left(\xi_1 \cos \tau + \right. \\ &\left. + \xi_2 \sin \tau, \xi_2 \cos \tau - \xi_1 \sin \tau, 2^{-1} (1 - r^6) \right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_3 &= 2(1 + r^6)^{-1}, \quad \xi_1(x, y) = x(x^2 - 3y^2), \\ \xi_2(x, y) &= y(3x^2 - y^2), \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{S}_{K/Ak}\left(\pm \frac{\pi}{2}\right) = (1 + e^{2x})^{-1} (0, \pm 2e^x, 1 - e^{2x}),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{Vortex} &= \Lambda_3 \left[\sin(2tg^{-1}R^3) \cos(3\chi - \tau), \right. \\ &\left. \sin(2tg^{-1}R^3) \sin(3\chi - \tau), \cos(2tg^{-1}R^3) \right]. \end{aligned}$$

На рис. 4 приведена иллюстрация исходного состояния ($t = 0$) численной модели, соответствующей трехсолитонной конфигурации (8). Плотность энергии (DH) топологического вихря (2) локализована в кольцеобразной форме (см. рис. 4, а). Изоспиновая структура поля (8) в виде проекций единичного изовектора (5.1) на комплексную плоскость (5.2), а также в двумерном пространстве дискретной решетки приведена соответственно на рис. 4, б и 4, в. Проекция изоспиновой структуры топологического вихря (2) на плоскость $L(x, y)$ для значений $Q_t = 1, \dots, 4$ приведена на рис. 4, г.

На рис. 5 приведены результаты численного моделирования эволюции пробных функций конфигурации (7), где движущиеся со скоростью $v(t_0) \approx \pm 0.0995$ в противоположных $\pm x$ -направлениях блоховские доменные стенки ($\epsilon = \pm \pi/2$) взаимодействуют с неподвижным топологическим вихрем при

$Q_t = 1, \dots, 4$. В процессе взаимодействия (см. рис. 5, а, при $t \approx 60.0$) происходит распад топологического вихря ($c, Q_t = 1$) на 2 локализованных возмущения, каждое из которых обладает половинным значением топологического заряда $Q_t = 1/2$, аналогично случаю двухсолитонных взаимодействий (6). Но в отличие от результатов, полученных для (6), в данном случае наблюдается также процесс аннигиляции доменных стенок. На месте распада топологического вихря (x_0, y_0) происходит «разрыв» поля каждой из доменных стенок с последующим попарным кинк + антикинк объединением («замыкание»). При этом образовавшиеся локализованные возмущения действуют в качестве переходного поля ($\theta = \pm \pi/2$). Далее наблюдается процесс распространения локализованных возмущений в $\pm y$ -направлениях со скоростью $c = 1$ (см., например, рис. 5, а при $t > 58,0$), сопровождающийся полной аннигиляцией доменных стенок.

Аналогичные процессы аннигиляции доменных стенок (3) системы (7) наблюдаются также в случае их взаимодействия с топологическими вихрями, обладающими более высокими значениями индекса Кронекера: $Q_t = 2, 3, 4$ (см. рис. 5, б–г). Но в данных экспериментах в отличие от предыдущего случая, описанного на рис. 5, а (для $Q_t = 1$), топологические вихри (2) при взаимодействии распадаются на $n = Q_t > 1$ локализованных возмущений, каждое из которых обладает единичным значением Q_t . При этом одно из локализованных возмущений при взаимодействии солитонных полей (2) и (3) поглощается аннигилирующими доменными стенками. Остальные $n - 1$ локализованных возмущений эволюционируют, сохраняя топологическую устойчивость вплоть до конца времени моделирования (см. рис. 5, б–г). Таким образом, общими свойствами трехсолитонных моделей конфигурации (7) при $\epsilon = \pm \pi/2$ являются аннигиляция доменных стенок и распад топологических вихрей на локализованные возмущения с единичными значениями топологического заряда: $Q_t = 1$.

Взаимодействие вихря с неловскими доменными стенками. На втором этапе экспериментов данной части работы были построены модели трехсолитонных взаимодействий следующей конфигурации:

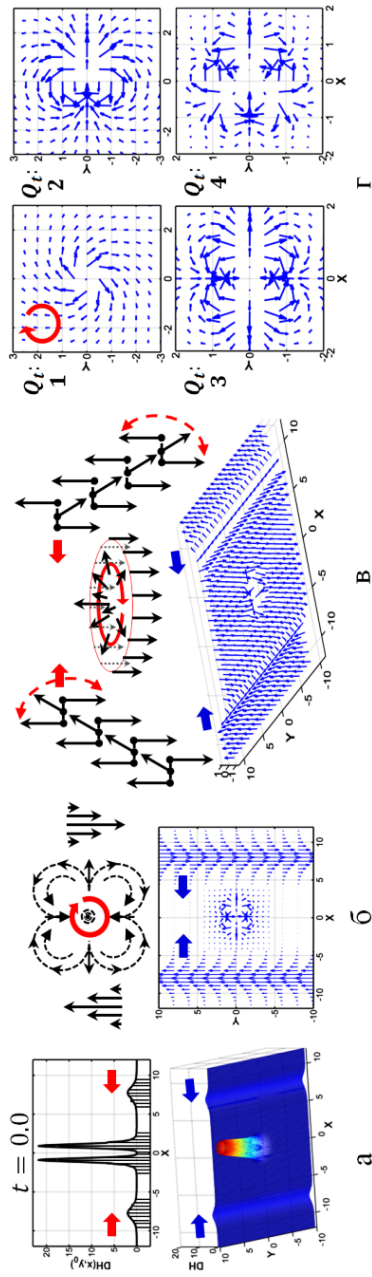


Рис. 4. Трехсолитонное поле конфигурации (7) в случае $Q_t = 3$, при $t = 0$ (a–e); проекция $\mathbf{S}(S_1, S_2, S_3)$ решения (2) на $L(x, y)$ для $Q_t = 1, \dots, 4$ (z)

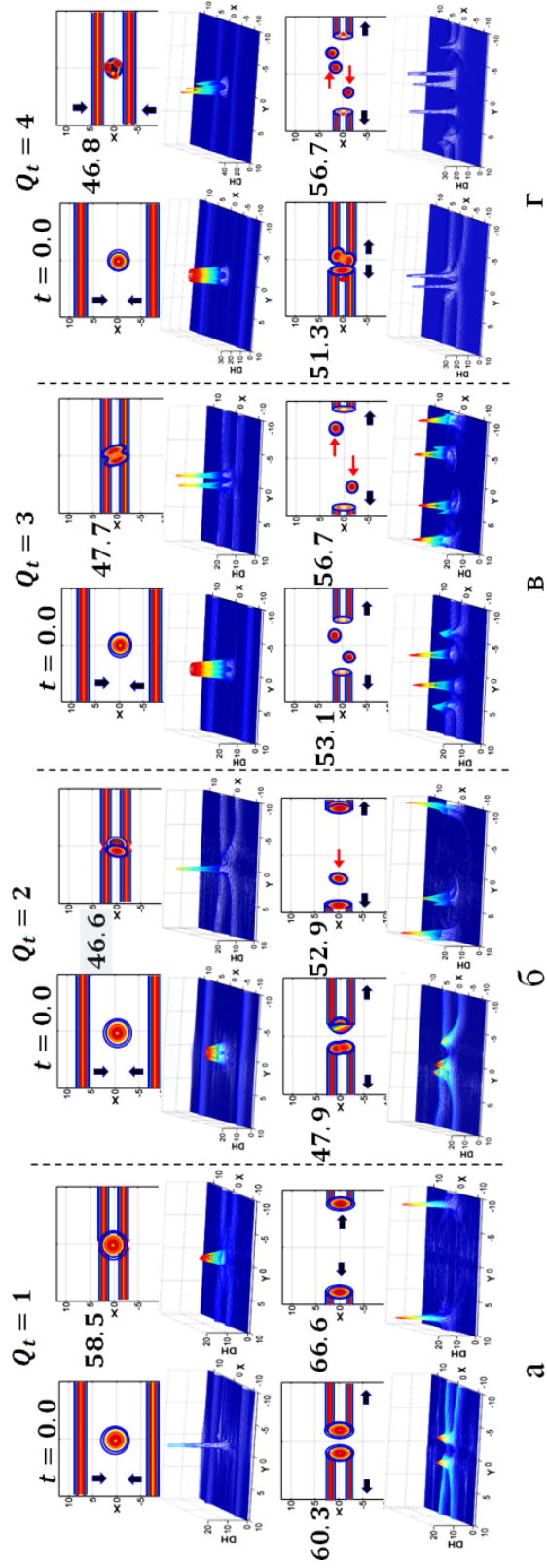


Рис. 5. Эволюция плотности энергии (DH) и ее контурная проекция для трехсолитонных взаимодействий конфигурации (7): a – при $Q_t = 1$; б – при $Q_t = 2$; в – при $Q_t = 3$; г – при $Q_t = 4$. Общее время моделирования $t \in [0, 60]$

$$\mathbf{S}_{K(0)+V+Ak(\pi)} = \mathbf{S}_{Kink}(0) \rightarrow \mathbf{S}_{Vortex} \leftarrow \mathbf{S}_{Antikink}(\pi). \quad (9)$$

Результаты, полученные при моделировании эволюции взаимодействующих полей конфигурации (9) оказались полностью идентичными предыдущей серии экспериментов: во всех моделях происходят аннигиляция доменных стенок и распад вихрей на единичные локализованные возмущения (с $Q_i = 1/2$) аналогичным для системы (7) способом.

Взаимодействие топологического вихря с однополярными доменными стенками

Взаимодействие вихря с блоховскими доменными стенками. Рассмотрим результаты численных экспериментов следующей конфигурации:

$$\mathbf{S}_{K\left(\frac{\pi}{2}\right)+V+Ak\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \mathbf{S}_{Kink}\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbf{S}_{Vortex} \leftarrow \mathbf{S}_{Antikink}\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad (10)$$

В этом случае начальное условие, соответствующее (10), состоит из следующих полей:

$$\begin{aligned} \theta_V(x, y, t) &= 2\text{tg}^{-1}\left(\frac{R}{r}\right)^{Q_i}, \quad \varphi_V(x, y, t) = Q_i\chi - \tau, \\ \theta_{K/Ak}(x, y, t) &= 2\text{tg}^{-1}\left(e^{\pm x}\right), \\ \varphi_{K/Ak}(x, y, t) &= \pi/2, \end{aligned}$$

где $Q_i = 1, \dots, 4$, R – радиус локализации топологического вихря ($r = 1$).

Численные эксперименты показали, что в данном случае процесс распада топологических вихрей и последующая аннигиляция доменных стенок происходят без поглощения образовавшихся локализованных возмущений. Локализованные возмущения, образовавшиеся вследствие распада топологического вихря (2), обладают единичными значениями индекса Кронекера: $Q_i = 1$. На рис. 6 приведены иллюстрации результатов проведенных экспериментов конфигурации (10) для движущихся ($\mathbf{v}(t_0) \approx \pm 0.0995$) в противоположных $\pm x$ -направлениях 180-градусных однополярных блоховских доменных

стенок ($\epsilon = \pi/2$) и неподвижных топологических вихрей с $Q_i = 1, \dots, 4$.

При взаимодействии топологических солитонов (2) и (3) происходит вышеописанный процесс разрыва и объединения доменных стенок с последующей их аннигиляцией. При этом вихрь, обладающий топологическим зарядом $Q_i = 1$, не поглощается аннигилирующими доменными стенками. Аналогичные процессы наблюдаются для всех значений $Q_i = 1, \dots, 4$ (см. рис. 6, б–г).

Взаимодействие вихря с нееловскими доменными стенками. Рассмотрим результаты экспериментов следующей конфигурации:

$$\mathbf{S}_{K(0)+V+Ak(0)} = \mathbf{S}_{Kink}(0) \rightarrow \mathbf{S}_{Vortex} \leftarrow \mathbf{S}_{Antikink}(0). \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \theta_V(x, y, t) &= 2\text{tg}^{-1}\left(\frac{R}{r}\right)^{Q_i}, \quad \varphi_V(x, y, t) = Q_i\chi - \tau, \\ \theta_{K/Ak}(x, y, t) &= 2\text{tg}^{-1}\left(e^{\pm x}\right), \quad \varphi_{K/Ak}(x, y, t) = 0. \end{aligned}$$

Получены модели аналогичные по основным параметрам процессам взаимодействий, рассмотренным в экспериментах предыдущей части (см., например, рис. 5). Единственное отличие новых моделей заключается в том, что при объединении и аннигиляции доменных стенок происходит поглощение пары локализованных возмущений, обладающих единичными значениями топологического заряда: $Q_i = 1$. На рис. 7 приведены результаты проведенных экспериментов конфигурации (11) для движущихся ($\mathbf{v}(t_0) \approx \pm 0.0995$) в противоположных $\pm x$ -направлениях 180-градусных нееловских доменных стенок ($\epsilon = 0$) и неподвижных топологических вихрей с $Q_i = 2, 3, 4$.

На рис. 8, а–в приведены иллюстрации исходного состояния ($t = 0$) численной модели, соответствующей трехсолитонной конфигурации (11) для $Q_i = 1$. В данном случае плотность энергии (DH) топологического вихря (2) локализована в центре (см. рис. 4, а) области моделирования $L(x, y)$. Изоспиновая структура поля (11) в виде проекций единичного изовектора (5.1) на комплексную плоскость (5.2), а также в двумерном пространстве дискретной решетки приведена соответственно на рис. 8, б и в.

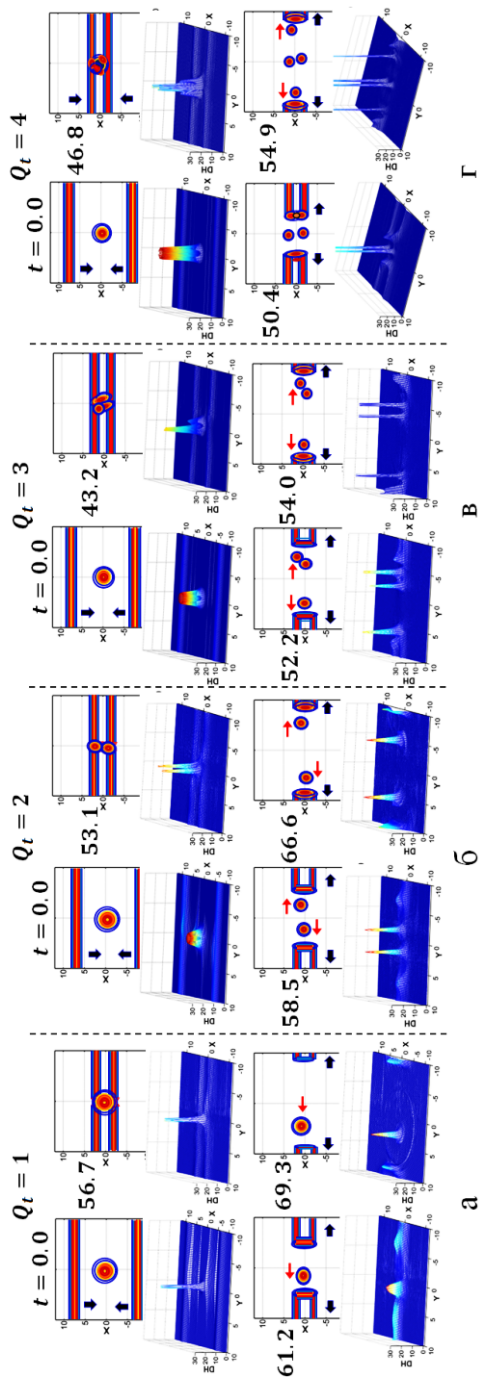


Рис. 6. Эволюция плотности энергии (DH) и ее контурная проекция для трехсолитонных взаимодействий конфигурации (10):
 a – при $Q_t = 1$; $б$ – при $Q_t = 2$; $в$ – при $Q_t = 3$; $г$ – при $Q_t = 4$. Общее время моделирования $t \in [0, 70]$

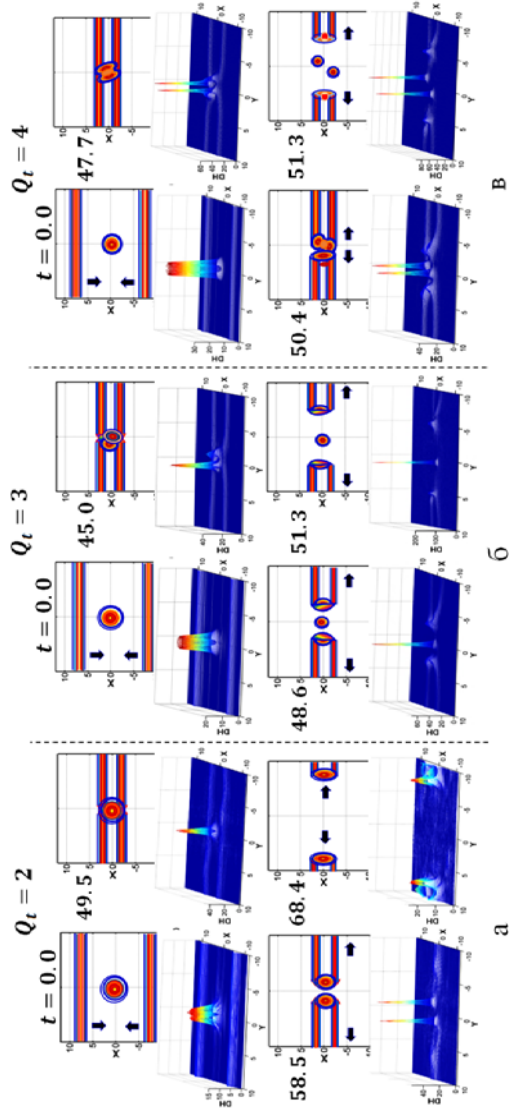


Рис. 7. Эволюция плотности энергии (DH) и ее контурная проекция для трехсолитонных взаимодействий конфигурации (11):
 a – при $Q_t = 2$; $б$ – при $Q_t = 3$; $в$ – при $Q_t = 4$. Общее время моделирования $t \in [0, 70]$

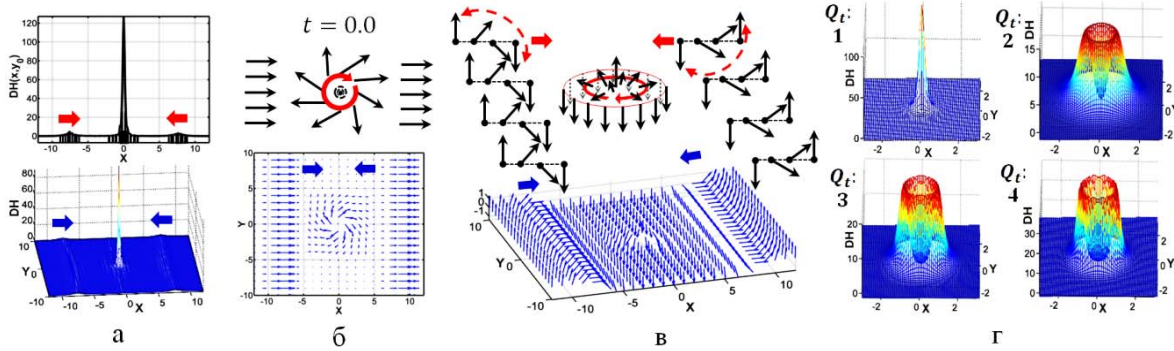


Рис. 8. Трехсолитонное поле конфигурации (11) в случае $Q_t = 1$ при $t = 0$ (а–в); плотность энергии (DH) решения (2) для $Q_t = 1, \dots, 4$ (г)

Иллюстрация плотности энергии (DH) топологического вихря (2) для значений $Q_t = 1, \dots, 4$ приведена на рис. 8, г.

Заметим, что аналогичные результаты экспериментов по конфигурациям (7), (9)–(11) были получены также для их соответствующих симметричных форм следующих видов:

$$\begin{aligned} & \mathbf{S}_{K\left(\frac{\pi}{2}\right)+V+Ak\left(\frac{\pi}{2}\right)}, \mathbf{S}_{K(\pi)+V+Ak(0)}, \\ & \mathbf{S}_{K\left(\frac{\pi}{2}\right)+V+Ak\left(\frac{\pi}{2}\right)}, \mathbf{S}_{K(\pi)+V+Ak(\pi)}. \end{aligned}$$

Также необходимо отметить, что при моделировании взаимодействующих топологических вихрей со значениями индекса Кронекера $Q_t > 4$ происходит разрушение численной схемы вследствие высоких значений градиента поля в кольцеобразной концентрации плотности их энергии.

Заключение

Исследования, представленные в настоящей работе, показали, что в (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели трехсолитонные взаимодействия 180-градусных доменных стенок (π -кинков) с топологическим вихрем белавин-поляковского типа приводят к аннигиляции доменных стенок и полному распаду вихря на локализованные возмущения. В частности, определены следующие свойства процессов трехсолитонного взаимодействия типа «кинк \rightarrow вихрь \leftarrow антикинк»:

- во всех экспериментах происходит аннигиляция доменных стенок (в отличие от двухсолитонных взаимодействий «вихрь-кинк», где доменные стенки сохраняют устойчивость [7; 9]);

- в зависимости от типа межфазных границ при распаде топологического вихря происходит поглощение определенной части его энергии аннигилирующими доменными стенками (в отличие от двухсолитонных взаимодействий «вихрь-кинк», где топологический вихрь полностью распадается вдоль устойчивой доменной стенки [7; 9]);

- во всех экспериментах топологические вихри распадаются на устойчивые локализованные возмущения с единичными индексами Кронекера: $Q_t = 1$ (в отличие от двухсолитонных взаимодействий «вихрь-вихрь», где образовавшиеся локализованные возмущения обладают произвольными значениями Q_t [7–9]);

- при взаимодействии топологического вихря с разнополярными доменными стенками нееловского ($\epsilon = 0, \pi$) и блоховского ($\epsilon = \pm\pi/2$) типов аннигиляция доменных стенок происходит с поглощением двух локализованных возмущений, обладающих половинными значениями индекса Кронекера: $Q_t = 1/2$;

- в случае взаимодействия вихря с однополярными доменными стенками нееловского типа ($\epsilon = 0 / \epsilon = \pi$) аннигиляция доменных стенок происходит с поглощением двух локализованных возмущений, обладающих единичными значениями индекса Кронекера: $Q_t = 1$;

- в случае взаимодействия вихря с однополярными доменными стенками блоховского типа ($\epsilon = \pi/2$ / $\epsilon = -\pi/2$) аннигиляция доменных стенок происходит без поглощения локализованных возмущений, что является совершенно новым результатом в наших экспериментах.

Разработаны численные схемы и комплексы компьютерных программ для исследования динамики взаимодействия системы трехсолитонных взаимодействий, состоящей из топологического вихря и двух 180-градусных доменных стенок в рамках (2+1)-мерной анизотропной O(3) нелинейной сигма-модели. Достоверность полученных моделей обеспечивается положительными результатами апробации используемых методов для известных задач (солитонных решений уравнения синус-Гордона), высокой точностью сохранения интеграла энергии системы взаимодействующих солитонов и сопоставления построенных моделей с результатами других работ, а также с практическими экспериментами (см., например, [11]).

Список литературы

1. Поляков А. М. Калибровочные поля и струны. Ижевск: ИД «Удмуртский университет», 1999. 312 с.
2. Ицксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. Т. 2. 400 с.
3. Цвеллик А. М. Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния: Пер. с англ. М.: Физматлит, 2004. 320 с.

4. Белавин А. А., Поляков А. М. Метастабильные состояния двумерного изотропного ферромагнетика // ЖЭТФ. 1975. Т. 22, вып. 10. С. 503–506.

5. Лере Ж. Дифференциальное и интегральное исчисления на комплексном аналитическом многообразии: Пер. с фр. М.: Иностран. лит., 1961. 137 с.

6. Муминов Х. Х., Шокиров Ф. Ш. Динамика взаимодействия доменных стенок в (2+1)-мерной O(3) нелинейной сигма-модели // Изв. АН РТ. 2015. Т. 4, вып. 161. С. 57–64.

7. Муминов Х. Х., Шокиров Ф. Ш. Математическое моделирование нелинейных динамических систем квантовой теории поля. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017. 375 с.

8. Муминов Х. Х., Шокиров Ф. Ш. Взаимодействие и распад двумерных топологических солитонов O(3) векторной нелинейной сигма-модели // ДАН РТ. 2011. Т. 54, вып. 2. С. 110–114.

9. Муминов Х. Х., Шокиров Ф. Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели // ДАН РТ. 2015. Т. 58, вып. 4. С. 302–308.

10. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 657 с.

11. Kudryavtsev A., Piette B. M. A. G., Zakrzewsky W. J. Skyrmions and domain walls in (2+1) dimensions // Nonlinearity. 1998. Vol. 11. No 4. P. 783–796.

Материал поступил в редколлегию 13.10.2017

Kh. Kh. Muminov, F. Sh. Shokirov

*S. U. Umarov Physical-Technical Institute of AS RT
299/1 Aini Ave., Dushanbe, 734063, Tajikistan*

khikmat@inbox.ru, shokirov@rambler.ru

DYNAMICS OF THE INTERACTION OF TWO-DIMENSIONAL DOMAIN WALLS WITH A TOPOLOGICAL VORTEX

A numerical investigation of the dynamics of three-soliton interactions of 180-degree domain walls with a topological vortex (soliton) of the Belavin-Polyakov type in the phase space of a (2+1)-dimensional anisotropic O(3) invariant nonlinear sigma model is carried out. Models of interaction of topological structures of the kink-vortex-antikink type are obtained, where the annihilation of domain walls and complete decay of topological vortices onto localized perturbations that have a unit value of the Kronecker index are observed. It is established that in the case of the opposite di-

rection of the field, the annihilating domain walls absorb some of the energy of the topological vortex equivalent to the unit value of the Kronecker index. In the case of domain walls of the same polarity, depending on the Bloch or Neel structure of the interphase boundaries, the process of their annihilation occurs, respectively, without absorbing the energy of the topological vortex or with energy absorption equivalent to the value of two units of the Kronecker index. Based on the methods of the theory of finite difference schemes and the application of the properties of stereographic projection, a complex program module is proposed that implements an algorithm for the numerical calculation of the evolution of three-soliton interactions in a stratified space.

Keywords: three-soliton interaction, topological vortex, domain wall, nonlinear sigma-model, numerical simulation, stratified space.

For citation:

Muminov Kh. Kh., Shokirov F. Sh. Dynamics of the Interaction of Two-Dimensional Domain Walls with a Topological Vortex. *Siberian Journal of Physics*, 2018, vol. 13, no. 2, p. 5–15. (In Russ.)

DOI 10.25205/2541-9447-2018-13-2-5-15