

## Иницирование локальным энергоподводом воспламенения горючей смеси в потоке

В. Н. Зудов<sup>1</sup>, О. А. Шмагунов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН  
Новосибирск, Россия*

<sup>2</sup> *Новосибирский государственный университет  
Новосибирск, Россия*

### Аннотация

Проведено прямое численное моделирование воздействия локальной области энерговыделения на развитие процесса распространения горения в скоростном потоке гомогенной топливозоудной смеси ( $H_2 + \text{air}$ ). Математическая модель энергоисточника описывает физические явления, характерные для импульсного подвода энергии с использованием лазерного излучения. Подвод энергии и воспламенение моделируется с учетом заданной кинетической схемы. Представлены результаты по пространственно-временной эволюции области воспламенения. Исследована зависимость положения области воспламенения от скорости набегающего потока.

### Ключевые слова

оптический разряд, гомогенное горение, численное моделирование, неравновесное течение

### Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 19-08-00304.

Расчеты проводились с использованием ресурсов ЦКП Сибирский Суперкомпьютерный Центр ИВМиМГ СО РАН.

### Для цитирования

Зудов В. Н., Шмагунов О. А. Иницирование локальным энергоподводом воспламенения горючей смеси в потоке // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 80–89. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-80-89

## Initiation of Ignition of a Combustible Mixture in a Flow by Local Energy Supply

V. N. Zudov<sup>1</sup>, O. A. Shmagunov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS  
Novosibirsk, Russian Federation*

<sup>2</sup> *Novosibirsk State University  
Novosibirsk, Russian Federation*

### Abstract

A direct numerical simulation of the influence of a local energy release region on the development of the combustion propagation process in a high-speed flow of homogeneous fuel-air mixture ( $H_2 + \text{air}$ ) is carried out. The mathematical model of the energy source describes the physical phenomena characteristic for pulsed energy supply using laser radiation. The energy supply and ignition are modeled taking into account a given kinetic scheme. The results on the spatial and temporal evolution of the ignition region are presented. The dependence of the position of the ignition region on the flow velocity is investigated.

### Keywords

optical discharge, homogeneous combustion, numerical simulation, nonequilibrium flow

*Acknowledgements*

This work partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant No. 19-08-00304.

The Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (SB RAS) Siberian Supercomputer Center is gratefully acknowledged for providing supercomputer facilities.

*For citation*

Zudov V. N., Shmagunov O. A. Initiation of Ignition of a Combustible Mixture in a Flow by Local Energy Supply. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 80–89. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-80-89

## Введение

Воспламенение является одной из наиболее трудных проблем в исследованиях сгорания, и оно играет важную роль в работе различных горелочных устройств и двигателей. Воспламенение – также важный фактор при создании камер сгорания ракетных двигателей и высокотемпературных химических технологий. Поэтому понимание возникновения пламени важно не только для фундаментальных исследований сгорания, но и для лучшего контроля эффективности использования топлива, выбросов выхлопных газов. Хорошо известно, что успешное воспламенение зависит от количества энергии в виде тепла и (или) радикалов, выделяемых в горючей смеси. Если энергия меньше, чем так называемая минимальная энергия воспламенения, то получающееся в результате пламя распадается быстро.

Понимание инициирования пламени важно не только для фундаментальных исследований горения, но также для контроля пожарной безопасности и разработки двигателей с низким уровнем выбросов. Когда внешняя энергия локально выделяется в горючей смеси, есть четыре возможных результата: эволюция от распространяющегося наружу сферического пламени к плоскому пламени; неподвижный огненный шар; распространяющееся самозатухающее пламя; распадающееся ядро воспламенения [1–4]. Эволюция ядра пламени и конечный результат зависят от величины подведенной энергии, концентрации топлива, радиационных потерь тепла, транспортных и кинетических свойств. Эффективное зажигание пламени с минимальным выделением энергии и успешный контроль за распространением огня во многом зависят от понимания корреляции между ядрами зажигания, пламенными шарами, самозатухающим пламенем и распространяющимся сферическим или плоским пламенем.

В последние годы сформировался ряд направлений фундаментального характера по исследованию внешнего энергетического воздействия на до- и сверхзвуковое течение топливовоздушных смесей. Развиваются различные способы энергетического воздействия путем создания плазменных и нагретых объектов в движущихся реакционноспособных средах. Для воспламенения в потоке горючих смесей используются различного типа электрические разряды (тлеющий, дуговой, микроволновой, барьерный и т. п.) и лазерное излучение, включая оптический разряд в газообразной среде [5–8].

Интерес к возможности управления процессом горения путем внешнего энергетического воздействия обусловлен большими затруднениями по воспламенению топливовоздушных смесей в высокоскоростном потоке. Инициированное лазерной плазмой горение привлекло внимание из-за своего потенциала, который позволит улучшить рабочие характеристики процессов горения в газовых турбинах и двигателях внутреннего сгорания. Область применения воспламенения, инициированного лазером, достаточно широка. При высоких скоростях полета применение плазменных источников способно обеспечить объемное и быстрое воспламенение топливно-воздушной смеси за счет образования в плазме активных радикалов (O, H, OH, CN и др.). Рассматриваются процессы воспламенения лазерным излучением бедных углеводородовоздушных смесей, как способ организации горения с целью уменьшения вредных выбросов. Воспламенение бедной смеси важно, поскольку оно воздействует на выброс вредных примесей и расход топлива.

В этой работе рассматривается воспламенение и горение в потоке предварительно перемешанных смесей. Исходная газовая смесь состоит из водорода и воздуха с температурой

600 К. Кроме того, рассматривается пламя только при атмосферном давлении. Исследовано ламинарное пламя. Рассматривается расширяющееся пламя в поле набегающего потока. В отличие от сферически расширяющегося пламени, устойчивое цилиндрическое пламя не часто встречается в реальных ситуациях и поэтому в основном изучается для того, чтобы лучше понять поведение пламени в целом. Расширяющееся пламя в поле турбулентного потока встречается во многих промышленных и бытовых устройствах, таких как двигатели с искровым зажиганием. Интерес к ламинарному сферическому и цилиндрическому пламени объясняется тем, что это пламя очень полезно для определения важных параметров при горении предварительно перемешанной смеси, таких как скорость горения, скорость растяжения пламени и кривизна пламени.

Целью настоящей работы является использование прямого численного моделирования (DNS) для изучения развития ядер пламени на ранних стадиях роста. В практическом плане это относится к периоду, который следует сразу за воспламенением. Основным направлением исследования в рамках указанной проблемы была задача теоретического изучения инициирования воспламенения топливоздушнoй смеси в диапазоне скоростей набегающего потока. Динамика эволюции ядра пламени с добавлением внешней энергии и без нее была исследована численно.

### Численное моделирование

Рассмотрена нестационарная задача о воспламенении и горении в скоростном потоке гомогенной топливоздушнoй смеси ( $H_2 + air$ ). В начальный момент времени в этом потоке имитируется область с подводом тепла. В качестве инициатора воспламенения задается высокотемпературная область в виде круга с гауссовским распределением температуры. Математическая модель энергоисточника описывает физические явления, характерные для импульсного подвода энергии, с использованием лазерного излучения, направленного перпендикулярно потоку. Это наиболее простая модель одного импульса оптического разряда, который имеет самую горячую точку в центре круга. На рис. 1 представлено распределение температуры по пространству в области энергоподвода. Время выделения энергии предполагается равным  $10^{-8}$  с. В математическую модель энергоисточника заложены следующие особенности: гауссовское распределение температуры в области энерговыделения, характерные геометрические размеры области.

$$T(r) = (T_{\max} - T_0) \exp \left[ - \left( \frac{r}{r_{s0}} \right)^2 \right] + T_0. \quad (1)$$

В (1)  $T_{\max}$  – максимальная температура,  $T_0$  – температура окружающей среды, а  $r_{s0}$  – радиус распределения.

Следует отметить, что эффекты радиационных потерь в данном исследовании не рассматриваются.

Выполнено прямое численное моделирование (DNS) воспламенения водородовоздушнoй смеси с использованием уравнений Навье – Стокса. По пространственным переменным была использована конечно-разностная аппроксимация шестого порядка точности. По времени использована схема Рунге – Кутты третьего порядка точности<sup>1</sup>. Для гидродинамических расчетов размер временного шага рассчитывается на основе ряда ограничений, включающих максимальные значения скорости, вязкости и других величин в правой части эволюционных уравнений. Расчет проводился для заданной кинетической схемы горения водорода в воздухе, состоящей из 8 компонент и 6 элементарных реакций. Моделирование инициирования горения выполнено в прямоугольной области.

<sup>1</sup> Pencil Code, a high-order finite-difference code for compressible hydrodynamic flows with magnetic fields and particles. URL: <http://pencil-code.nordita.org/>.

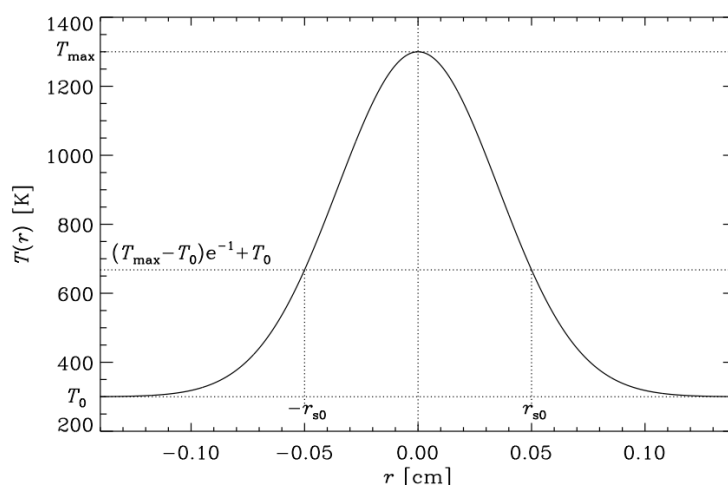


Рис. 1. Форма гауссовского распределения температуры в области энергоподвода  
 Fig. 1. The shape of the Gaussian temperature distribution in the region of energy supply

Поскольку в этой работе для DNS используются алгоритмы, которые имеют очень низкую численную диссипацию, то требуются точные граничные условия, чтобы избежать численных неустойчивостей на расчетных границах области. В работе используются граничные условия, разработанные Poinot и Lele. На границах области используется методика NSCBC (Navier – Stokes characteristic boundary conditions), основанная на одномерных нестационарных уравнениях Навье – Стокса. Методика с использованием NSCBC вначале была разработана для нереагирующих потоков [9], а затем и для реагирующих потоков с простой химией [10]. Баум и соавторы [11] адаптировали метод NSCBC для описания реагирующих потоков с подробным кинетическим механизмом и реальными термодинамическими свойствами. Метод NSCBC можно использовать для моделирования граничных условий на входе и выходе, а также для дозвуковых и сверхзвуковых течений. Неотражающие граничные условия NSCBC были реализованы для всех трех пространственных направлений.

Рассмотрена задача о воспламенении и горении во времени расширяющейся области. Скорость набегающего потока водородовоздушной смеси изменялась в диапазоне  $u = 100\text{--}500$  м/с. В начальный момент времени в этом потоке имитируется область с подводом тепла. В качестве инициатора воспламенения задается высокотемпературная область в виде круга с гауссовским распределением температуры.

В расчетах была использована равномерная по пространству сетка  $N_x \times N_y = 512 \times 256$ . По пространственной координате  $z$  была использована одна ячейка. Расчетная прямоугольная область имела следующие размеры: длина прямоугольника равна  $L = 1,6$  см, высота  $H = 0,8$  см. Вычислительные затраты DNS чрезвычайно высоки. Эти затраты снижаются, благодаря использованию небольшой вычислительной области. Вычислительная область имела форму прямоугольника, и дискретизация уравнений выполнялась в декартовой системе координат. Кроме того, использовалась равномерная сетка. Все границы вычислительной области рассматривались как выходные границы, чтобы предотвратить повышение давления в этой области.

В качестве топлива был выбран водород. Этот выбор сделан из-за относительно хорошо известного кинетического механизма реакции водорода. Исходная смесь состояла из сухого воздуха, смешанного с водородом. Предполагалось, что все незначительные компоненты в воздухе, такие как аргон и двуокись углерода, пренебрежимо малы, и что исходный газ полностью однороден. Радикалы не включены в исходную смесь, даже если температурный

профиль уже существует в системе в нулевой момент времени. Радикалы начнут формироваться сразу после начала моделирования. Исходная водородовоздушная смесь состояла из следующих компонент:  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $H_2$ . Массовые доли смеси в набегающем потоке  $Y_{H_2} = 0,024$ ,  $Y_{N_2} = 0,746$ ,  $Y_{O_2} = 0,23$ . Вне области энергоподвода температура смеси  $T = 600$  К. Максимальная температура в центре области энергоподвода  $T = 1800$  К. Скорость потока топливовоздушной смеси на входе в вычислительную область исследована в диапазоне  $u = 100\text{--}500$  м/с. Значение радиуса области энергоподвода  $r_{s,0} = 0,173$  см.

В предлагаемой работе инициирование воспламенения происходит за счет локального выделения энергии. Дальнейший процесс воспламенения или затухания горения происходит на основе положительного баланса между вложенной энергией и потерями.

На рис. 2 представлены результаты расчета инициирования воспламенения водородовоздушной смеси. Скорость на входе в область потока топливовоздушной смеси равна 100 м/с. Показано развитие во времени массовых долей. Рисунок 2, *a* соответствует времени  $t = 1$  мкс, а рис. 2, *б*, *в*, *г*, *д* и *е* соответствуют моментам времени 5, 10, 20, 30 и 50 мкс. На рис. 2, *a*, *б*, *в*, *г*, *д* показано значение массовой доли радикала  $OH$ , а на рис. 2, *е* – значение массовой доли  $H_2O$ . Из результатов расчетов, представленных на рис. 2, *a*, следует, что до момента времени  $t = 1$  мкс воспламенения еще не было, и поэтому радикалов  $OH$  было очень мало:  $Y_{OH} = 8 \cdot 10^{-7}$ . Однако уже при  $t = 5$  мкс массовая доля радикалов  $OH$  равна  $Y_{OH} = 0,022$ . Это уже асимптотическое значение  $OH$ . С увеличением времени происходит непрерывный рост диаметра области воспламенения. Это говорит о том, что нестационарный фронт горения распространяется в область несгоревшей смеси. Температура в центре области воспламенения увеличивается и достигает значения  $T = 2000$  К. Область, в которой инициировано воспламенение, смещается вниз по потоку. Скорость движения области воспламенения равна скорости потока. Из расчетов следует, что массовая доля конечного продукта компонент  $H_2O$  непрерывно увеличивается (см. рис. 2). Это является признаком воспламенения топливовоздушной смеси.

В начальный момент времени максимальная температура в центре области энергоподвода  $T = 1800$  К и существенно превышает температуру самовоспламенения. В момент времени  $t = 50$  мкс она равна  $T = 2040$  К. Таким образом, для скорости потока  $u = 100$  м/с реализуется режим воспламенения водородовоздушной смеси.

На рис. 3 представлена зависимость радиуса области воспламенения от времени. На рис. 3, *a* радиус определялся по температуре. Предполагалось, что радиус области воспламенения соответствует изотерме, где температура равна  $1,1 \cdot T_0$ . На рис. 3, *б* радиус определялся по массовой доле  $H_2O$  с использованием аналогичного подхода, но только в этом случае сравнивались массовые доли  $H_2O$ . Сравнивая эти два графика, видим, что значения радиуса при одном и том времени не совпадают. Это говорит о том, что температурный фронт и фронт массовой доли  $H_2O$  не совпадают. Также были проведены расчеты для скоростей потока  $u = 300$  и  $500$  м/с (рис. 4, 5). Из результатов расчетов (см. рис. 3–5) следует, что с увеличением скорости набегающего потока разница между значениями радиусов, определенных двумя способами, увеличивается. Так, для скорости потока  $u = 300$  она равна 0,046, а для  $u = 500$  равна 0,066.

Из расчетов для всего диапазона рассмотренных скоростей получено, что координата  $x$  точки, являющейся центром области энергоподвода, линейно зависит от времени. Тангенс наклона этой прямой с хорошей точностью совпадает со скоростью набегающего потока. На рис. 6 приведена зависимость температуры в центре области энергоподвода (горения) от времени для рассмотренного диапазона скоростей потока  $u = 100\text{--}500$  м/с ( $T = 1800$  К). Для всех скоростей набегающего потока наблюдается монотонный рост температуры, что свидетельствует о горении водородовоздушной смеси.

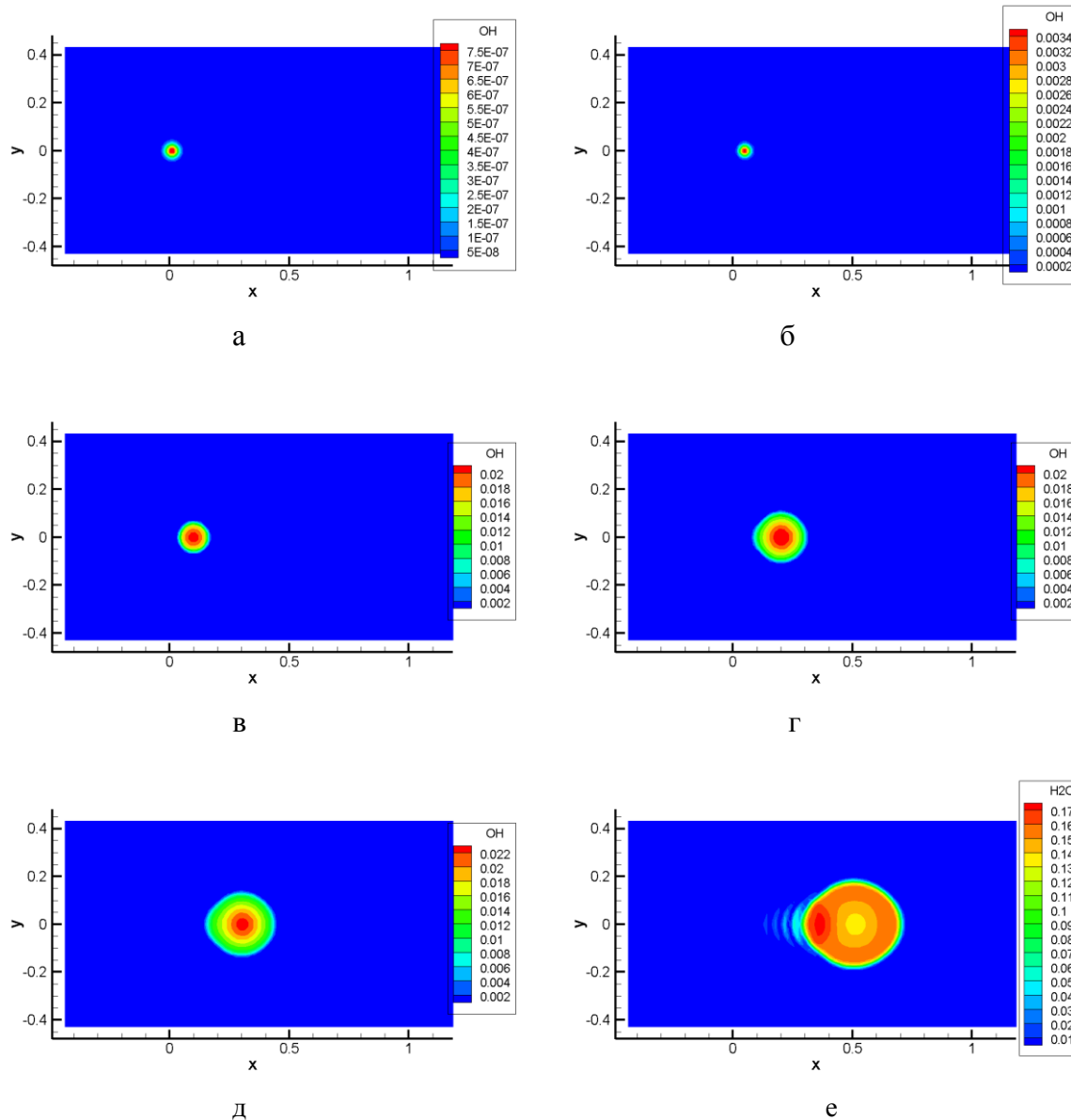


Рис. 2. Развитие области воспламенения во времени:  
 (а)  $t = 1 \text{ мкс}$ , (б)  $t = 5 \text{ мкс}$ , (в)  $t = 10 \text{ мкс}$ , (г)  $t = 20 \text{ мкс}$ , (д)  $t = 30 \text{ мкс}$ , (е)  $t = 50 \text{ мкс}$

Fig. 2. The time evolution of the ignition region:  
 (a)  $t = 1 \text{ }\mu\text{s}$ , (b)  $t = 5 \text{ }\mu\text{s}$ , (c)  $t = 10 \text{ }\mu\text{s}$ , (d)  $t = 20 \text{ }\mu\text{s}$ , (e)  $t = 30 \text{ }\mu\text{s}$ , (f)  $t = 50 \text{ }\mu\text{s}$

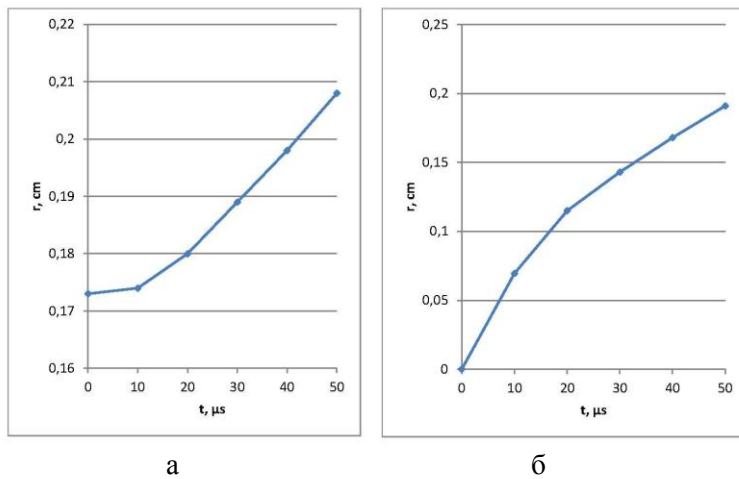


Рис. 3. Зависимость от времени радиуса области по температуре (а) и доле  $\text{H}_2\text{O}$  (б) для скорости потока 100 м/с.  $T = 1800 \text{ K}$

Fig. 3. The time dependence of the temperature (a) and  $\text{H}_2\text{O}$  fraction (b) region radius for the flow velocity of 100 m/s.  $T = 1800 \text{ K}$

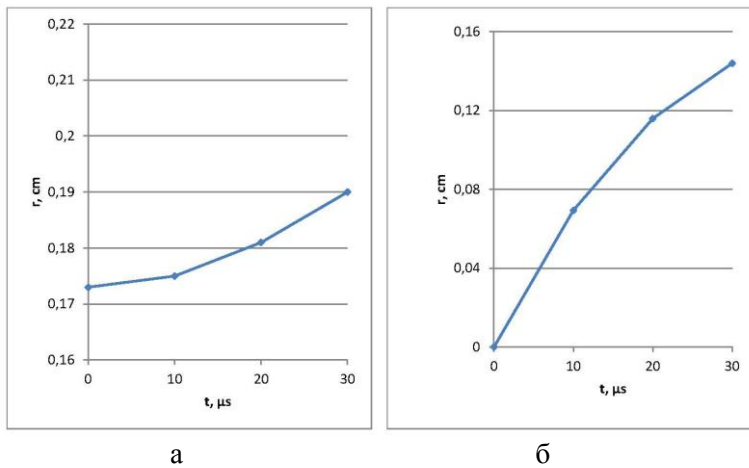


Рис. 4. Зависимость от времени радиуса области по температуре (а) и доле  $\text{H}_2\text{O}$  (б) для скорости потока 300 м/с.  $T = 1800 \text{ K}$

Fig. 4. The time dependence of the temperature (a) and  $\text{H}_2\text{O}$  fraction (b) region radius for the flow velocity of 300 m/s.  $T = 1800 \text{ K}$

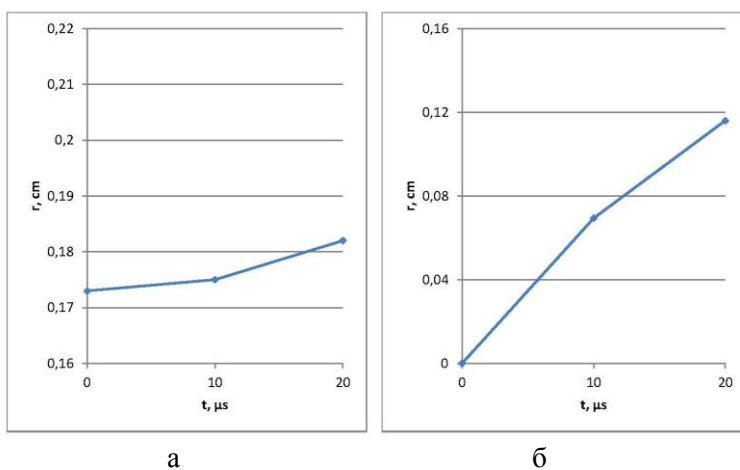


Рис. 5. Зависимость от времени радиуса области по температуре (а) и доле  $\text{H}_2\text{O}$  (б) для скорости потока 500 м/с.  $T = 1800 \text{ K}$

Fig. 5. The time dependence of the temperature (a) and  $\text{H}_2\text{O}$  fraction (b) region radius for a flow velocity of 500 m/s.  $T = 1800 \text{ K}$

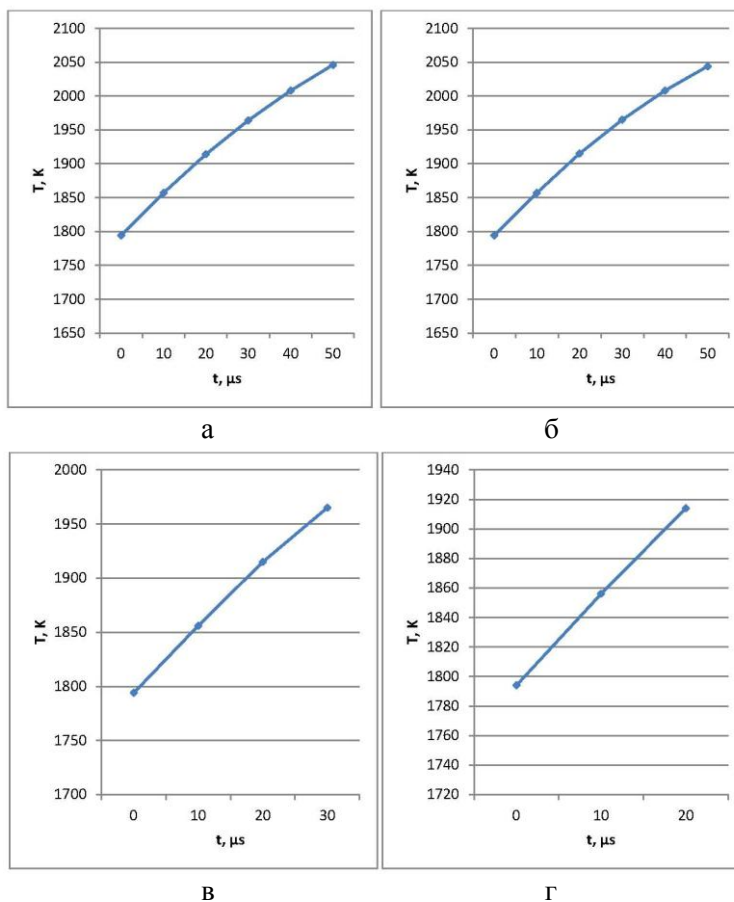
Рис. 6. Зависимость температуры в центре области от времени для скоростей потока:

(а) 100 м/с, (б) 200 м/с,  
(в) 300 м/с, (г) 500 м/с.

$T = 1800$  К

Рис. 6. The time dependence of temperature in the center of the region for the flow velocities:

(a) 100 m/s, (b) 200 m/s, (c) 300 m/s,  
(d) 500 m/s.  $T = 1800$  K



## Заключение

Проведено прямое численное моделирование воздействия локальной области энерговыделения на развитие процесса распространения горения в скоростном потоке гомогенной топливовоздушной смеси ( $H_2 + air$ ).

Математическая модель энергоисточника описывает физические явления, характерные для импульсного подвода энергии с использованием лазерного излучения. Подвод энергии и воспламенение моделируются с учетом заданной кинетической схемы.

Представлены результаты по пространственно-временной эволюции области воспламенения.

Численно показан рост радиуса фронта области воспламенения от времени, а также монотонное увеличение температуры в центре области воспламенения.

## Список литературы

1. **Jensen J. T.** Minimum Ignition Energy in a Hydrogen Combustible Mixture. Master's thesis. Norwegian University of Science and Technology, 2011.
2. **Jensen J. T., Haugen N. E. L., Babkovskaia N.** Calculation of the Minimum Ignition Energy based on the ignition delay time. 2011. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Natalia\\_Babkovskaia](https://www.researchgate.net/profile/Natalia_Babkovskaia).



3. **Babkovskaia N., Haugen N., Brandenburg A.** A high-order public domain code for direct numerical simulations of turbulent combustion. *J. Comput. Phys.*, 2011, vol. 230, p. 1–12.
4. **Chen Zh., Burke M. P., Ju Y.** On the critical flame radius and minimum ignition energy for spherical flame initiation. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2011, vol. 33, p. 1219–1226.
5. **Третьяков П. К., Тупикин А. В., Зудов В. Н.** Воздействие лазерным излучением и электрическим полем на горение углеводородовоздушных смесей // Физика горения и взрыва. 2009. Т. 45, вып. 4. С. 77–85.
6. **Зудов В. Н., Третьяков П. К.** Иницирование оптическим разрядом гомогенного горения топливовоздушной смеси в высокоскоростной струе // Физика горения и взрыва. 2017. Т. 53, вып. 3. С. 18–26.
7. **Ghosh Sh., Mahesh K.** Numerical simulation of the fluid dynamic effects of laser energy deposition in air. *J. Fluid Mech.*, 2008, vol. 605, p. 329–354.
8. **Зудов В. Н., Третьяков П. К., Тупикин А. В., Яковлев В. И.** Обтекание теплового источника сверхзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2003. Вып. 5. С. 140–153.
9. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous reacting flows. Report 102. Center for Turbulence Research, Stanford University, 1989.
10. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 1992, vol. 101, p. 104–129.
11. **Baum M., Poinsot T., Thevenin D.** Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. *J. Comput. Phys.*, 1995, vol. 116, p. 247–261.

#### References

1. **Jensen J. T.** Minimum Ignition Energy in a Hydrogen Combustible Mixture. Master's thesis. Norwegian University of Science and Technology, 2011.
2. **Jensen J. T., Haugen N. E. L., Babkovskaia N.** Calculation of the Minimum Ignition Energy based on the ignition delay time. 2011. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Natalia\\_Babkovskaia](https://www.researchgate.net/profile/Natalia_Babkovskaia).
3. **Babkovskaia N., Haugen N., Brandenburg A.** A high-order public domain code for direct numerical simulations of turbulent combustion. *J. Comput. Phys.*, 2011, vol. 230, p. 1–12.
4. **Chen Zh., Burke M. P., Ju Y.** On the critical flame radius and minimum ignition energy for spherical flame initiation. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2011, vol. 33, p. 1219–1226.
5. **Tretyakov P. K., Tupikin A. V., Zudov V. N.** Effect of Laser Radiation and Electric Field on Combustion of Hydrocarbon – Air Mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2009, vol. 45, no. 4, p. 77–85. (in Russ.)
6. **Zudov V. N., Tretyakov P. K.** Initiation of Homogeneous Combustion in a High-Velocity Jet of a Fuel – Air Mixture by an Optical Discharge. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2017, vol. 53, no. 3, p. 18–26. (in Russ.)
7. **Ghosh Sh., Mahesh K.** Numerical simulation of the fluid dynamic effects of laser energy deposition in air. *J. Fluid Mech.*, 2008, vol. 605, p. 329–354.
8. **Zudov V. N., Tretyakov P. K., Tupikin A. V., Yakovlev V. I.** Supersonic Flow Past a Thermal Source. *Fluid Dynamics*, 2003, vol. 38, no. 5, p. 782–793.
9. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous reacting flows. Report 102. Center for Turbulence Research, Stanford University, 1989.
10. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 1992, vol. 101, p. 104–129.

11. **Baum M., Poinso T., Thevenin D.** Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. *J. Comput. Phys.*, 1995, vol. 116, p. 247–261.

*Материал поступил в редколлегию*

*Received*  
28.02.2020

### Сведения об авторах / Information about the Authors

**Зудов Владимир Николаевич**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия)

**Vladimir N. Zudov**, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Leading Scientist, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

zudov@itam.nsc.ru

**Шмагунов Олег Александрович**, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия); старший преподаватель, физический факультет, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090, Россия)

**Oleg A. Shmagunov**, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Scientist, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation); Senior Teacher, Novosibirsk State University (1 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

shmag@itam.nsc.ru