

Научная статья

УДК 537.533.7

DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-1-5-22

**Исследование поперечной неустойчивости  
сильноточного релятивистского электронного пучка  
в линейном индукционном ускорителе**

**Евгений Сергеевич Сандалов<sup>1</sup>, Станислав Леонидович Синицкий<sup>2</sup>  
Дмитрий Иванович Сквородин<sup>3</sup>, Данила Алексеевич Никифоров<sup>4</sup>  
Павел Владимирович Логачев<sup>5</sup>, Петр Алексеевич Бак<sup>6</sup>  
Кирилл Игоревич Живанков<sup>7</sup>, Ермек Какимович Кенжебулатов<sup>8</sup>  
Алексей Васильевич Петренко<sup>9</sup>, Олег Альфредович Никитин<sup>10</sup>  
Александр Рамзисович Ахметов<sup>11</sup>, Роман Викторович Протас<sup>12</sup>  
Сергей Дмитриевич Хренков<sup>13</sup>, Игорь Алексеевич Журавлев<sup>14</sup>  
Илья Владимирович Пензин<sup>15</sup>, Антон Робертович Дон<sup>16</sup>**

<sup>1-9</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера  
Сибирского отделения Российской академии наук  
Новосибирск, Россия

<sup>1-4</sup> Новосибирский государственный университет  
Новосибирск, Россия

<sup>10-16</sup> Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики  
имени академика Е. И. Забабахина  
Снежинск, Россия

<sup>1</sup> E.S.Sandalov@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0003-0126-7519>

<sup>2</sup> S.L.Sinitsky@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-8634-5346>

<sup>3</sup> D.I.Skvorodin@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-2712-9117>

<sup>4</sup> D.A.Nikiforov@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-6034-5778>

<sup>5</sup> P.V.Logatchov@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-3238-8703>

<sup>6</sup> P.A.Bak@inp.nsk.su; <sup>7</sup> K.I.Zhivankov@inp.nsk.su

<sup>8</sup> E.K.Kenzhebulatov@inp.nsk.su

<sup>9</sup> A.V.Petrenko@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-7772-8206>

<sup>10-16</sup> vniitf@vniitf.ru

*Аннотация*

Представлены результаты исследований развития поперечной неустойчивости сильноточного релятивистского электронного пучка в линейном индукционном ускорителе (ЛИУ) на энергию электронов до 5 МэВ, созданном в ИЯФ СО РАН совместно с РФЯЦ ВНИИТФ. Эти результаты получены с помощью программного комплекса, позволяющего моделировать динамику развития неустойчивости, а также рассчитывать средний инкремент ее развития по длине ускорителя. Комплекс состоит из четырех основных частей. Первая из них, выполненная на основе трехмерной модели электродинамической системы ускоряющего модуля ЛИУ, позволяет рассчитывать основные характеристики собственных электромагнитных колебаний такого модуля, вторая и третья части созданы для нахождения трехмерных ускоряющих электрических и фокусирующих магнитных полей соответственно. В последней части комплекса производится решение системы обыкновенных

© Сандалов Е. С., Синицкий С. Л., Сквородин Д. И., Никифоров Д. А.,  
Логачев П. В., Бак П. А., Живанков К. И., Кенжебулатов Е. К.,  
Петренко А. В., Никитин О. А., Ахметов А. Р., Протас Р. В.,  
Хренков С. Д., Журавлев И. А., Пензин И. В., Дон А. Р., 2022

дифференциальных уравнений, описывающих как движение макрочастиц пучка в электрических и магнитных полях, создаваемых в том числе и собственными модами ускорительных модулей, так и возбуждение полей этих мод самим пучком электронов. Адекватность используемых физических моделей, заложенных в программный комплекс, тестировалась путем сравнения спектров колебаний полей в ускорительных модулях, полученных в расчетах и зарегистрированных в эксперименте. На основе полученных данных выявлены основные закономерности развития поперечной неустойчивости пучка в диапазоне частот  $\Delta f = 0,3-1,1$  ГГц, а также предложены возможные способы подавления этой неустойчивости в ЛИУ.

*Ключевые слова*

линейный индукционный ускоритель, сильноточный релятивистский электронный пучок, поперечная неустойчивость пучка, ускорительный модуль, дипольные колебания

*Источник финансирования*

Основная доля исследований проведена в ИЯФ СО РАН: работы, описанные в разделах 3.2 и 3.3 выполнены за счет средств гранта Российского научного фонда (грант № 19-12-00212), а в остальных разделах – за счет гранта Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-32-90057).

Эксперименты с получением пучка электронов при энергии 5 МэВ проводились в коллаборации с РФЯЦ ВНИИТФ.

Авторы выражают искреннюю благодарность А. В. Бурдакову, А. В. Аржанникову, П. В. Калинину и В. Н. Волкову за полезные замечания и обсуждения в ходе проведения исследований.

*Для цитирования*

Сандалов Е. С., Синицкий С. Л., Сквородин Д. И., Никифоров Д. А., Логачев П. В., Бак П. А., Живанков К. И., Кенжебулатов Е. К., Петренко А. В., Никитин О. А., Ахметов А. Р., Протас Р. В., Хренков С. Д., Журавлев И. А., Пензин И. В., Дон А. Р. Исследование поперечной неустойчивости сильноточного релятивистского электронного пучка в линейном индукционном ускорителе // Сибирский физический журнал. 2022. Т. 17, № 1. С. 5–22. DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-1-5-22

## Investigation of Transverse Instability of a High-Current Relativistic Electron Beam in a Linear Induction Accelerator

**Evgeniy S. Sandalov**<sup>1</sup>, **Stanislav L. Sinitsky**<sup>2</sup>, **Dmitry I. Skovorodin**<sup>3</sup>  
**Danila A. Nikiforov**<sup>4</sup>, **Pavel V. Logachev**<sup>5</sup>, **Petr A. Bak**<sup>6</sup>  
**Kirill I. Zhivankov**<sup>7</sup>, **Ermek K. Kenzhebulatov**<sup>8</sup>, **Alexey V. Petrenko**<sup>9</sup>  
**Oleg A. Nikitin**<sup>10</sup>, **Alexander R. Akhmetov**<sup>11</sup>, **Roman V. Protas**<sup>12</sup>  
**Sergey D. Khrenkov**<sup>13</sup>, **Igor A. Zhuravlev**<sup>14</sup>, **Iliya V. Penzin**<sup>15</sup>  
**Anton R. Don**<sup>16</sup>

<sup>1-9</sup> Budker Institute of Nuclear Physics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
Novosibirsk, Russian Federation

<sup>1-4</sup> Novosibirsk State University  
Novosibirsk, Russian Federation

<sup>10-16</sup> Federal State Unitary Enterprise “Russian Federal Nuclear Center –  
Zababakhin All-Russia Research Institute of Technical Physics”  
Snezhinsk, Russian Federation

<sup>1</sup> E.S.Sandalov@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0003-0126-7519>

<sup>2</sup> S.L.Sinitsky@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-8634-5346>

<sup>3</sup> D.I.Skovorodin@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-2712-9117>

<sup>4</sup> D.A.Nikiforov@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-6034-5778>

<sup>5</sup> P.V.Logatchov@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-3238-8703>

<sup>6</sup> P.A.Bak@inp.nsk.su; <sup>7</sup> K.I.Zhivankov@inp.nsk.su

<sup>8</sup> E.K.Kenzhebulatov@inp.nsk.su

<sup>9</sup> A.V.Petrenko@inp.nsk.su, <https://orcid.org/0000-0002-7772-8206>

<sup>10-16</sup> vniitf@vniitf.ru

*Abstract*

The article presents the results of studies on the transverse instability of a high-current relativistic electron beam developing in a linear induction accelerator LIA for 5 MeV electron energy, which is created at the BINP SB RAS together with RFNC VNIITF. These results were obtained using a software package that makes it possible to simulate

the dynamics of the instability development, as well as to calculate the increment of this instability averaged over the accelerator length. The package consists of four main parts. The first of them, made on the base of a three-dimensional model of the accelerating module electrodynamic system of the LIA, allows calculating the main characteristics of electromagnetic dipole modes of such a module, the second and third parts are designed to find three-dimensional accelerating electric and focusing magnetic fields, respectively. In the last part of the package, a system of ordinary differential equations is solved that describes both the motion of beam macroparticles in electric and magnetic fields, including the eigenmode fields, and the excitation of the mode fields by the electron beam. The adequacy of the physical models used in the software package was tested by comparing the spectra of field oscillations in the accelerator modules obtained in calculations and recorded in the experiment. On the base of the data obtained, the main regularities of the transverse beam instability development in the frequency range  $\Delta f = 0.3\text{--}1.1$  GHz were revealed, and possible methods for suppressing this instability in the LIA were proposed.

#### Keywords

linear induction accelerator, high-current relativistic electron beam, beam transverse instability, accelerator module, dipole oscillations

#### Funding

The main part of the research was carried out at the Institute of Nuclear Physics SB RAS: the works described in sections 3.2 and 3.3 were supported by the Russian Science Foundation (project № 19-12-00212), and in other sections were supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 19-32-90057). Experiments with an electron beam at an energy of 5 MeV were carried out in collaboration with RFNC VNIITF.

The authors express their sincere gratitude to A. V. Burdakov, A. V. Arzhannikov, P. V. Kalinin, V. N. Volkov for useful remarks and discussions in the course of the research.

#### For citation

Sandalov E. S., Sinitsky S. L., Skovorodin D. I., Nikiforov D. A., Logachev P. V., Bak P. A., Zhivankov K. I., Kenzhebulatov E. K., Petrenko A. V., Nikitin O. A., Akhmetov A. R., Protas R. V., Khrenkov S. D., Zhuravlev I. A., Penzin I. V., Don A. R. Investigation of Transverse Instability of a High-Current Relativistic Electron Beam in a Linear Induction Accelerator. *Siberian Journal of Physics*, 2022, vol. 17, no. 1, pp. 5–22. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-1-5-22

## Введение

В настоящее время в ИЯФ СО РАН совместно с РФЯЦ ВНИИТФ ведутся работы по созданию нового линейного индукционного ускорителя (ЛИУ) для генерации интенсивного релятивистского электронного пучка высокой яркости. Основные параметры пучка, которые планируется достигнуть в таком ускорителе: энергия электронов  $E_e = 20$  МэВ, ток пучка  $I_b = 2$  кА, длительность импульса  $\tau_b = 160$  нс и нормализованный эмиттанс  $\sim 1000$  п·мм·мрад. Получение таких параметров пучка и особенно указанного значения эмиттанса приводят к необходимости изучения различного рода источников возмущения траекторий электронов в ЛИУ, а также поиска путей их подавления. Одним из основных источников поперечных возмущений пучка является развитие поперечной неустойчивости пучка (Beam-Breakup Instability, BBU), которая при наложении ограничения на амплитуду поперечных колебаний центроида пучка ограничивает величину его тока.

В первых экспериментах по генерации и ускорению пучка в ЛИУ на энергию 5 МэВ были зарегистрированы сильные поперечные колебания пучка как целого с частотой 0,318 ГГц и добротностью 40, возникающие при токе пучка выше 1 кА. Одной из наиболее вероятных причин развития подобных колебаний является поперечная неустойчивость электронного пучка, известная как BBU [1–3]. Механизм возбуждения этой неустойчивости обусловлен раскачкой пучком собственных дипольных мод в ускорительных модулях ЛИУ, которые, в свою очередь, возбуждают поперечные колебания пучка как целого. Такая модуляция поперечного движения центроида пучка (центроид – это центр распределения плотности заряда в поперечном сечении пучка) существенно увеличивает эффективность возбуждения пучком таких же мод в последующих ускорительных модулях. В результате этого механизма поперечная неустойчивость приобретает конвективный характер, т. е. в каждом отдельно взятом модуле амплитуда колебаний дипольных мод может даже уменьшаться с течением времени, но вследствие модуляции поперечного движения пучка амплитуда колебаний экспоненциальным образом возрастает от модуля к модулю. Помимо колебаний центроида пучка такая

неустойчивость может приводить к размыванию поперечного сечения пучка и соответственно к росту его эмиттанса.

В данной статье будут представлены описание программного комплекса, позволяющего моделировать динамику развития поперечной неустойчивости во времени, а также результаты проведенных с его помощью исследований этой неустойчивости в случае электронного пучка с килоамперными токами.

## 1. Общая схема ЛИУ

Общая схема ЛИУ на энергию 5 МэВ представлена на рис. 1. Он состоит из инжектора электронного пучка и ускоряющей структуры [4–6]. Основным элементом инжектора является оксидный катод с диаметром 180 мм, который генерирует электронный пучок с током до 2 кА. Генерируемый катодом пучок ускоряется в инжекторе до энергии 2 МэВ с помощью индукционного электрического поля, создаваемого синхронной работой последовательности 92 расположенных в нем магнитных индукторов. Проводка электронного пучка внутри инжектора осуществляется с помощью трех магнитных линз. С выхода инжектора электронный пучок направляется далее в ускоряющую структуру, состоящую из восьми ускорительных модулей, максимальное ускоряющее напряжение каждого из которых достигает значения  $U = 400$  кВ. В составе ускоряющей структуры располагаются пятнадцать магнитных линз с индукцией магнитного поля на оси  $\sim 0,2$  Тл, система которых обеспечивает высокую эффективность прохождения пучка по всей ее длине. В результате проведения нескольких серий экспериментов с целью выбора наиболее оптимального режима работы ускорителя, а также частичной модернизации его ускорительных модулей [7] были получены заложенные в проекте параметры пучка: энергия электронов  $E_e = 5$  МэВ, ток пучка  $I_b = 2$  кА, длительность импульса  $\tau_b = 160$  нс, радиус пучка  $r_b = 2$  см.



Рис. 1. Схема линейного индукционного ускорителя на энергию  $E_e = 5$  МэВ. Синим цветом показаны корпуса ускорительных модулей и инжектора, красным – фокусирующие магнитные линзы, зеленым – датчики положения пучка в канале транспортировки, серым – ускорительные трубки

Fig. 1. Scheme of a linear induction accelerator for an energy of  $E_e = 5$  MeV. Accelerator modules shells and the injector are shown in blue, the focusing magnetic lenses are in red, the beam position sensors in the transport channel are in green, and the accelerating tubes are in gray

Как уже упоминалось, практически во всех сериях экспериментов, начиная с самых первых отладочных опытов и заканчивая финальной серией, проведенной в оптимальном режиме работы ускорителя с модернизированными ускорительными модулями, наблюдались колебания центроида пучка на выходе ускорителя с дискретными частотами в интервале  $\Delta f = 0,3\text{--}1,1$  ГГц и добротностями  $Q = 40\text{--}100$ . Эти колебания были зарегистрированы прямым образом с помощью серии датчиков положения пучка (пикапов, Beam Position Monitor), расположенных вдоль всего канала транспортировки пучка в ускорительной структуре. Сигналы с такой же временной динамикой были зарегистрированы с помощью быстрых транс-

форматоров тока, предназначенных для регистрации тока пучка внутри каждого ускорительного модуля (см. (б) на рис. 2). Как оказалось, эти датчики регистрировали помимо сигнала магнитного поля тока пучка, прошедшего через ускорительный модуль, также и сигнал, пропорциональный напряженности полей собственных мод колебаний в этом модуле. Из анализа характера нарастания амплитуды колебаний в датчиках тока пучка от модуля к модулю вдоль направления его распространения в ЛИУ, а также из зависимости этих амплитуд от магнитного поля в фокусирующих линзах был сделан вывод о механизме развития поперечной неустойчивости пучка [7].

## 2. Теоретические оценки инкремента поперечной неустойчивости пучка в ЛИУ

В связи со сложностью аналитического описания механизма генерации колебаний пучка на частотах дипольных мод ускорительных модулей в условиях конкретной конструкции линейного индукционного ускорителя в настоящее время не существует общей теории поперечной неустойчивости. Тем не менее, для сформированной структуры рассматриваемого ЛИУ, в котором фокусировка пучка осуществляется с помощью системы дискретных коротких магнитных линз, наиболее приемлемые результаты дает рассмотрение данной задачи в рамках теоретической модели Нила – Холла – Купера [2]. Использование этого модельного рассмотрения требует выполнения ряда условий, среди которых ключевыми являются возбуждение пучком единственной, одинаковой для всех ускорительных модулей, дипольной моды, а также тождественность преобразований координат и импульсов частиц пучка фокусирующими линзами на всех промежутках между соседними ускоряющими зазорами. При соблюдении отмеченных ключевых требований, данная теоретическая модель предсказывает рост амплитуды колебаний центра пучка во времени в  $N$ -м ускорительном модуле ЛИУ в соответствии со следующим выражением (в единицах СГС):

$$\xi_N(t) \approx d \frac{\exp[\sqrt{\delta\omega t} - \alpha t]}{2\sqrt{2\pi} \sqrt[4]{\delta\omega t}}, \quad (1)$$

где  $d$  – это начальная амплитуда колебаний в первом модуле ЛИУ,  $\delta = \frac{2Nk\rho I_b}{I_A}$  – безразмер-

ный параметр,  $\alpha = \frac{\omega}{2Q}$  – декремент затухания и  $\omega$  – реальная часть частоты дипольной мо-

ды,  $Q$  – ее добротность,  $N$  – номер ускорительного модуля,  $k$  – коэффициент связи моды с пучком, пропорциональный поперечному импедансу  $Z_{\perp}$  ускоряющего промежутка

$\left(k = \frac{Z_{\perp}}{Qc}\right)$ ,  $\rho = \frac{pc}{eB}$  – ларморовский радиус электрона в среднем магнитном поле  $B$  между

ускорительными модулями,  $p$  – полный импульс электрона,  $I_b$  – ток пучка,  $I_A = \gamma\beta \frac{mc^3}{e}$  –

ток Альфвена.

Однако в реальных условиях экспериментов на ЛИУ, как правило, наблюдается одновременное возбуждение в модулях нескольких дипольных мод с различными частотами. Кроме того, для достижения наибольшей яркости пучка настройка фокусирующей системы ЛИУ производится с целью снижения амплитуды колебаний его огибающей до уровня ниже 10 %, что несовместимо со вторым из указанных требований в условиях применимости этой теоретической модели. Таким образом, структура ускорителя и требования по достижению оптимальных условий генерации и ускорения пучка не позволяют удовлетворить требованиям

применимости теоретической модели Нила – Холла – Купера. В связи с этими обстоятельствами для разработки сильноточных ЛИУ создаются компьютерные коды, предназначенные для численного моделирования транспортировки пучка в ускорительной структуре, позволяющие включать в описание процесса и развитие поперечной неустойчивости. Примеры подобных зарубежных кодов приведены в работах [3; 8–10]. В то же время нельзя не отметить, что даже при некотором нарушении требований в условиях применимости модели Нила – Холла – Купера полученное в ее рамках решение правильно описывает характерные особенности развития поперечной неустойчивости пучка во времени на качественном уровне.

Следуя этой теоретической модели, можно предположить, что при неограниченной длительности импульса пучка в каждом отдельном ускорительном модуле существует два следующих друг за другом по времени режима развития поперечной неустойчивости. На начальном отрезке времени, когда реализуется первый режим развития неустойчивости, показатель экспоненты (см. (1)) растет приблизительно корневым образом от времени до момента достижения его максимума. После этого момента времени наступает второй режим, в котором изменяется характер поведения показателя во времени. Далее по времени показатель уменьшается, и вдали от момента времени прохождения через максимум его снижение носит линейный характер. Такое поведение показателя экспоненты свидетельствует об экспоненциальном затухании колебаний пучка по времени в каждом отдельном модуле. Однако при переходе от модуля к модулю в один и тот же момент времени амплитуда колебаний имеет всегда нарастающий характер. Продолжительность первого режима развития колебаний в отдельном модуле  $-t_{\max}$  дается выражением  $t_{\max} = \frac{2Nk\rho I_b Q^2}{\omega I_A}$ , где обозначение вели-

чин совпадает с таковым для выражения (1).

При этом в конце указанного отрезка времени достигается максимальное значение показателя экспоненты в (1), равное  $\frac{Nk\rho I_b Q}{I_A}$ , которое при делении на номер модуля определяет максимальный инкремент неустойчивости:

$$\Gamma_m = \frac{k\rho I_b Q}{I_A}, \quad (2)$$

Как видно из (2), максимум инкремента падает с уменьшением добротности дипольной моды  $Q$ .

Таким образом, при длительности пучка  $\tau < t_{\max}$  для данного ускорительного модуля будет происходить непрерывный рост амплитуды колебаний в течение всего импульса тока, а при  $\tau > t_{\max}$  будут наблюдаться вначале рост, а затем экспоненциальный спад. Поскольку современные ЛИУ генерируют пучки с токами в несколько килоампер при длительностях импульса более 100 нс в условиях, когда добротности наиболее неустойчивых дипольных мод снижены применением поглотителей до величин 5–10, то длительность пучка существенно превышает  $t_{\max}$  для большинства модулей ЛИУ. Этот факт позволяет для оценки характерной величины коэффициента усиления амплитуды поперечных колебаний пучка при переходе от одного модуля к другому использовать максимальное значение инкремента этой неустойчивости, который дается следующим выражением:

$$K = \exp(\Gamma_m) = \exp\left(\frac{k\rho I_b Q}{I_A}\right). \quad (3)$$

Исходя из выражения (3), очевидными способами снижения коэффициента усиления  $K$  при постоянном токе пучка являются: уменьшение коэффициентов связи мод с пучком, уве-

личение магнитных полей линз и уменьшение добротностей наиболее неустойчивых дипольных мод ускоряющих модулей. Помимо этого амплитуда поперечных колебаний пучка на выходе из ЛИУ может быть уменьшена путем сокращения полного числа ускорительных модулей, а также разведением частот наиболее неустойчивых мод по разным неперекрывающимся диапазонам за счет изменения конструкции части модулей ЛИУ, что эквивалентно уменьшению эффективного числа ускорительных модулей с одинаковыми частотами мод.

### 3. Моделирование поперечной неустойчивости сильноточного электронного пучка в ЛИУ

В отсутствие возможности теоретического рассмотрения динамики поперечной неустойчивости пучка в ЛИУ с приемлемой точностью мы сосредоточились на разработке программного кода для решения задачи о транспортировке и ускорении сильноточного релятивистского электронного пучка в структуре ЛИУ в условиях максимального учета ее конкретных особенностей. Процесс решения задачи был разбит на несколько этапов. На первом из них мы проводили расчеты характеристик всех дипольных мод ускоряющего модуля ЛИУ, из которых отбирали моды с наибольшими добротностями и коэффициентами связи их с пучком [7]. На втором этапе осуществлялся расчет ускоряющих электрических полей в модулях ЛИУ, после чего производился выбор магнитной конфигурации фокусирующей системы ЛИУ, обеспечивающей минимальную амплитуду осцилляций огибающей пучка на всём пути его следования внутри ускорителя. Для этого решалась самосогласованная задача о транспортировке сильноточного РЭП в стационарных ускоряющих электрических и фокусирующих магнитных полях с учетом действия собственных электрических и магнитных полей пучка. Более детально методика расчета и подбора магнитных полей, а также сравнение результатов расчетов транспортировки релятивистского электронного пучка с экспериментальными данными описаны в [6]. На третьем этапе осуществлялся расчет транспортировки и ускорения пучка в ЛИУ с учетом его взаимодействия с полями наиболее неустойчивых дипольных мод, отобранных на первом этапе.

#### 3.1. Расчеты свойств дипольных мод электродинамической системы ускорительного модуля ЛИУ

Электродинамическая система ЛИУ представляет собой группу последовательно расположенных ускорительных модулей, соединенных между собой цилиндрическими каналами круглого сечения. Поскольку эти каналы являются односвязными волноводами с частотой отсечки 1,16 ГГц, то все моды такой системы могут быть разделены на две группы: моды с частотами ниже частоты отсечки, локализованные в отдельных модулях, и обобществленные по совокупности модулей моды, частота которых выше этой величины. Согласно экспериментальным данным по спектральному составу возбуждаемых при поперечной неустойчивости мод, который был выявлен в мировой практике использования сильноточных ЛИУ, в том числе и в наших исследованиях, наиболее эффективно возбуждаются пучком именно низкочастотные моды, локализованные в отдельных модулях. По этой причине в дальнейшем будем рассматривать процесс возбуждения и эволюции только этих мод [7; 11; 12]. Очевидно, что поля этих изолированных мод должны экспоненциально спадать при удалении от каждого конкретного модуля в обе стороны по транспортным каналам. Это позволяет без потери точности замкнуть каждый транспортный канал проводящим торцом и тем самым получить замкнутую проводящую оболочку, состоящую из ускоряющего модуля и примыкающих к нему двух каналов, заглушенных на свободном торце (рис. 2). Далее, решая задачу Штурма – Лиувилля с помощью стандартных численных алгоритмов на основе метода конечных элементов, можно найти собственные моды такой полости. Вследствие незначительных отклонений конструкции модуля от аксиально-симметричной геометрии можно провес-

ти стандартную классификацию всех мод такой полости по зависимостям их полей от азимутального угла. Очевидно, что поля монополюсных мод, не зависящие от азимутального угла, могут создавать только продольную модуляцию пучка. В отличие от них, поля дипольных мод, зависящие от угла как  $\sin\alpha$  или  $\cos\alpha$ , должны приводить к смещению пучка как целого в поперечной плоскости и тем самым возбуждать его поперечные колебания. Для экономии компьютерных ресурсов и выделения в ходе расчета из всего обширного набора мод с частотами ниже отсечки только мод дипольного типа нами был использован метод, основанный на применении специальных граничных условий. Для его реализации из всей геометрии задачи вырезалась только одна четвертая ее часть по азимутальному углу, причем на одной из боковых граней этой четверти полагалось  $E_r = 0$ , а на другой –  $H_r = 0$ . Результаты расчетов частот и полей дипольных мод для геометрии ускорительного модуля ЛИУ приведены в [7]. В этой же работе были верифицированы частоты и добротности мод путем их сравнения с результатами измерения спектров собственных колебаний ускорительного модуля в «холодных» (без пучка) измерениях на специальном стенде.

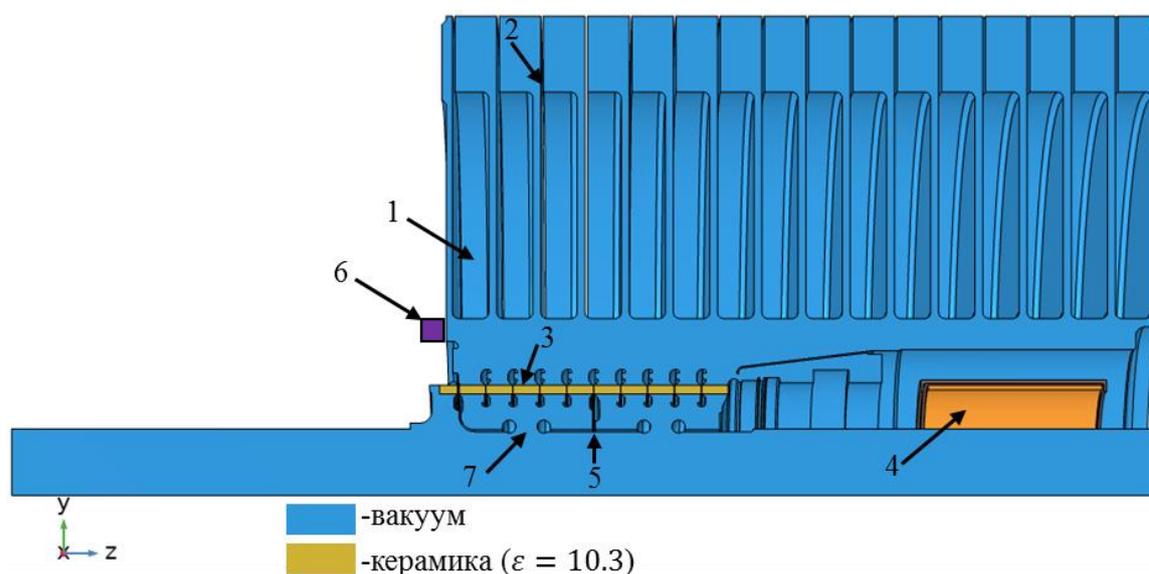


Рис. 2. Схема ускорительного модуля ЛИУ с экранирующими электродами: 1 – индуктор; 2 – первичная обмотка; 3 – ускорительная трубка с делителем напряжения; 4 – магнитная линза; 5 – экранирующие электроды; 6 – быстрый трансформатор тока; 7 – ускоряющий зазор. Длина отдельного ускоряющего зазора  $d_{gap} \approx 20$  мм, расстояние между соседними зазорами в модуле  $l_{gap} \approx 180$  мм

Fig. 2. Scheme of the LIA accelerator module with shielding electrodes: 1 – inductor; 2 – primary winding; 3 – accelerator tube with a voltage divider; 4 – magnetic lens; 5 – shielding electrodes; 6 – fast current transformer; 7 – accelerating gap. The length of a separate accelerating gap  $d_{gap} \approx 20$  mm, the distance between adjacent gaps in the module  $l_{gap} \approx 180$  mm

В результате проведенных расчетов нами были выявлены более 200 дипольных мод в диапазоне частот ниже частоты отсечки. Наибольшая доля из числа этих мод имела повышенную плотность энергии электромагнитного поля в пространственной области в окрестности электродов секционированной ускорительной трубки (см. (3) на рис. 2). В соответствии с теорией возбуждения резонаторов электронный пучок наиболее эффективно взаимодействует с модами, имеющими максимальные значения добротности и коэффициента связи с пучком. В случае первоначальной геометрии ускорительного модуля, в которой отсутствовали экранирующие электроды (см. (5) на рис. 2), наиболее неустойчивой из полученных

в расчете мод оказалась дипольная мода с частотой 0,32 ГГц и добротностью около 50, которая и была зарегистрирована нами в первых сериях экспериментов по генерации пучка в ЛИУ. Для подавления этой моды нами была предложена и реализована модификация геометрии ускоряющего модуля, которая заключалась в установке электродов (5), экранирующих ускоряющую трубку от области распространения пучка. Чтобы сохранить электрическую прочность конструкции, нами было использовано три таких электрода с зазорами между ними около 20 мм, что позволило в экспериментах подавать на них ускоряющее напряжение вплоть до 400 кВ. Применение экранирующих электродов, существенно сокративших ускоряющий зазор, позволило значительно уменьшить область локализации полей мод с частотами 0,3–0,7 ГГц на пути пучка и тем самым понизить коэффициент связи их с пучком. Однако влияние экранирующих электродов на коэффициенты связи дипольных мод с частотами 0,75 и 0,82 ГГц, которые практически полностью локализованы в приосевой области, где проходит пучок внутри этих электродов, оказалось не столь существенным. По этой причине именно эти моды стали доминировать в спектре колебаний пучка на выходе из ЛИУ с модифицированными ускоряющими модулями [7].

### 3.2. Расчеты ускоряющих электрических полей в модуле ЛИУ

Вторым важным этапом в моделировании развития поперечной неустойчивости пучка явился расчет распределения ускоряющего электрического поля индукторов в приосевой области ЛИУ. Исходя из анализа геометрии рассматриваемой области с позиции электродинамики, можно утверждать, что ускоряющее поле должно быть локализовано вблизи ускоряющих зазоров каждого из модулей на расстоянии не более нескольких радиусов транспортного канала вдоль оси ускорителя. Поскольку характерная длина волны этого поля  $\sim c/\tau_0$  ( $\tau_0$  – длительность импульсов тока в индукторах ЛИУ) во много раз превышает характерный размер ускоряющего модуля, то эта задача решалась нами в квазистационарном приближении. Для ее решения была построена двумерная аксиально-симметричная модель, в которой электрическое и магнитное поля изменялись во времени гармоническим образом с периодом, равным  $2\tau_0$ . Геометрия модели приведена на рис. 3, а. Она представляет собой аксиально-симметричную замкнутую проводящую оболочку, внутри которой равномерно вдоль оси расположены 16 тороидальных индукторов с периодическим по времени изменением потока внутри них. Приосевая область, в которой распространяется пучок, отделена от места расположения индукторов секционированной ускоряющей трубкой и экранирующими электродами. Каждая секция ускоряющей трубки зашунтирована активным сопротивлением делителя напряжения 100 Ом. В качестве источника возбуждения полей мы задавали периодическую во времени остаточную намагниченность сердечников индукторов  $\vec{B}_{rem}$ , зависящую от радиуса внутри сердечника таким образом, чтобы молекулярные токи на поверхности сердечника совпадали с токами первичных обмоток индукторов. Поскольку в программном комплексе нами применялись стандартные модули на основе метода конечных элементов, использующие систему единиц СИ, то в дальнейшем все уравнения будут приведены в этих единицах. Система уравнений Максвелла для периодически изменяющихся полей имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i \cdot \omega \cdot \vec{B}, \\ \vec{E} &= (\sigma + i\omega\epsilon_0\epsilon_r)^{-1} \operatorname{rot} \vec{H}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  – электрическое поле и индукция магнитного поля;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость;  $\omega$  – частота;  $\sigma$  – проводимость материала.

Материальное уравнение для описания магнитной индукции внутри сердечников имеет вид

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{B}_{rem}, \quad (5)$$

где остаточная намагниченность  $\vec{B}_{rem}$  для корректного замещения токов первичных обмоток индукторов определяется в цилиндрической системе координат следующим выражением:

$$\vec{B}_{rem} = \left( 0, B_0 \frac{r_0}{r} e^{i\omega t}, 0 \right).$$

В качестве граничных условий на поверхности замкнутой проводящей оболочки было принято выражение  $\vec{E}_\tau = 0$ .

На рис. 3, б–г представлены результаты решения системы уравнений (4), (5) в условиях, когда интеграл продольного ускоряющего поля вдоль оси системы равен  $\Delta\varphi = 285$  кВ.

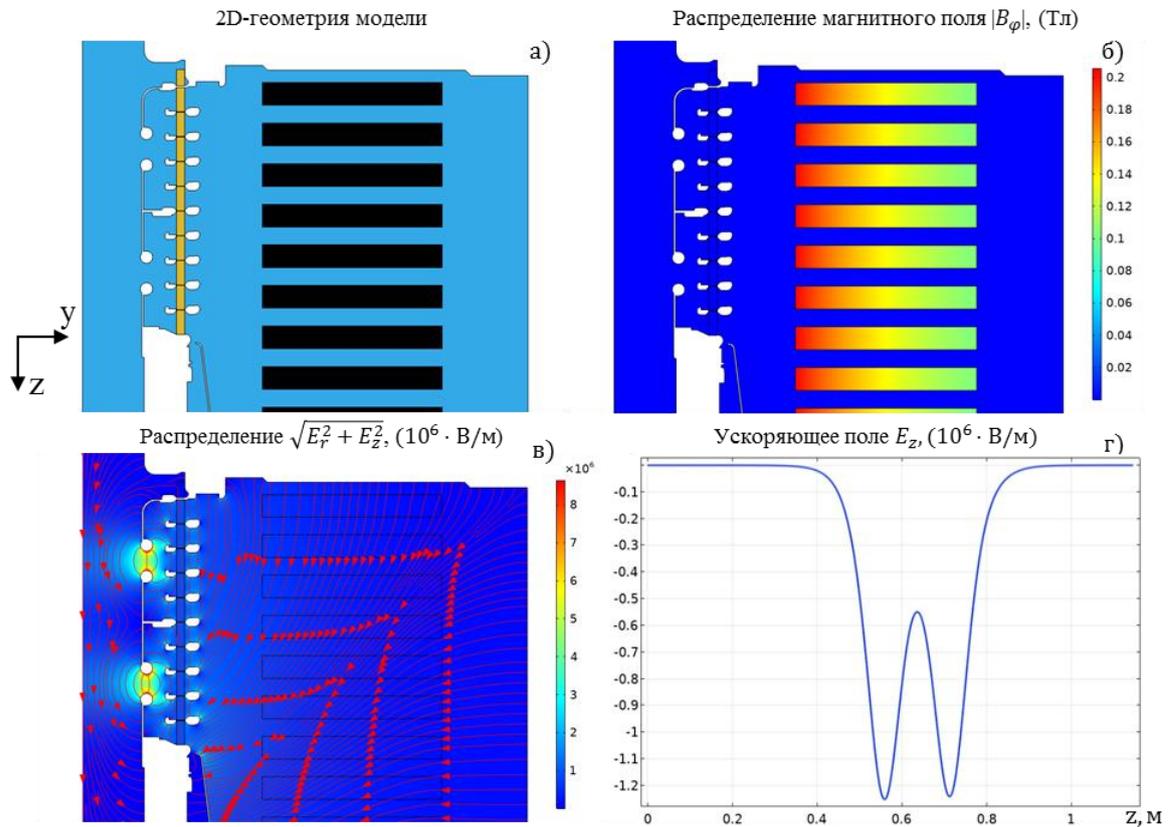


Рис. 3. Геометрия аксиально-симметричной модели ускорительного модуля (а), распределение индукции магнитного поля в продольном сечении модуля (б), распределение электрического поля в этом же сечении (в), распределение компоненты  $E_z$  ускоряющего поля на оси ускорительного модуля ЛИУ (г). Положения максимумов ускоряющего поля (по модулю) на графике (г) соответствуют  $z$  координатам ускорительных зазоров. На рисунке (в) красными стрелками показаны силовые линии электрического поля

Fig. 3. Geometry of the axially symmetric model of the accelerator module (a), distribution of the magnetic field in the longitudinal section of the module (b), distribution of the electric field in the same section (c), distribution of the  $E_z$  component of the accelerating field on the axis of the LIA accelerator module (d). The positions of the maxima of the accelerating field (modulo) on plot (d) correspond to the  $z$  coordinates of the accelerating gaps. In figure (c), the red arrows show the lines of the electric field force

Необходимо отметить, что учет точной формы импульса тока в индукторах по времени практически не должен сказываться на решении задачи до тех пор, пока выполняется квази-

стационарное приближение, и только для высокочастотных составляющих этого импульса погрешность может заметно возрасти. Что касается относительной точности вычисления полей в данной модели, то она составляет  $10^{-4} \div 10^{-5}$ , что является достаточным для дальнейшего расчета изменения во времени положения центрoида пучка в условиях развития поперечной неустойчивости.

### 3.3. Расчеты фокусирующих магнитных полей в ЛИУ

Фокусировка пучка при его распространении в ЛИУ обеспечивается пятнадцатью одинаковыми по конструкции магнитными линзами с максимальным полем на оси до 0,2 Тл (рис. 4). Каждая такая линза представляет собой двухслойную обмотку с 82 витками медного провода, которая намотана на цилиндрический каркас длиной 210 мм и диаметром 240 мм, изготовленный из капролона. Обмотка помещена в полость магнитопровода, который представляет собой ярмо, изготовленное из стали-10 толщиной 4 мм. Для моделирования распределения магнитного поля был использован стандартный метод конечных элементов. Задавая внешний ток  $\vec{J}_{\text{ext}}$  в витках катушек, производили решение уравнений магнитостатики с учетом нелинейности магнитной проницаемости материала ярма:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}_{\text{ext}}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu(H) \vec{H}.$$

Поле каждой линзы рассчитывалось в приосевой области радиусом 7,5 см и длиной 15 м. Поскольку соседние линзы в фокусирующей системе были расположены на расстояниях более 1 м, их взаимная индукция не учитывалась (взаимным влиянием пренебрегали).

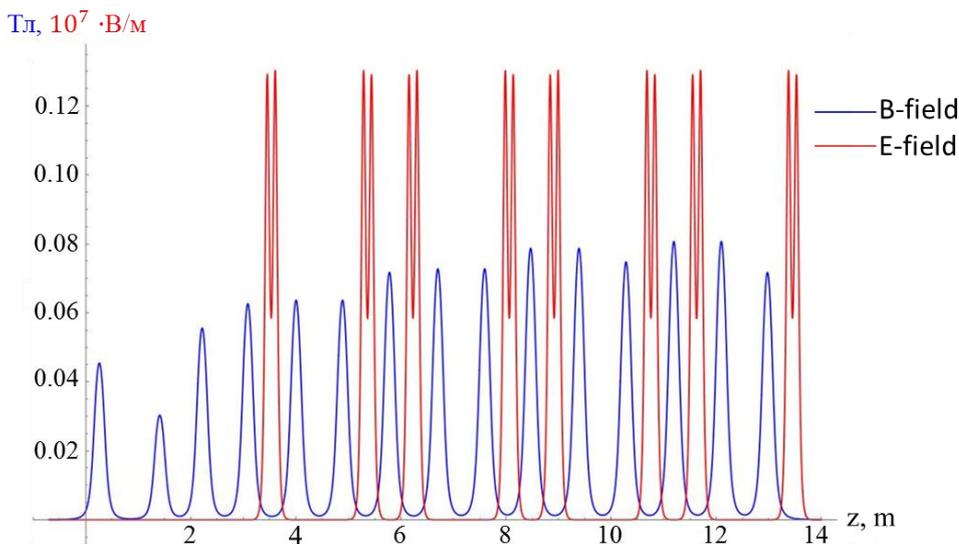


Рис. 4. Распределение фокусирующего магнитного и ускоряющего электрического полей на оси ускоряющей структуры ЛИУ, состоящей из 8 ускорительных модулей и 15 магнитных линз. Старт электронного пучка производился с координаты  $Z_0 = 0$ , которая соответствует пространственной области, где пучок входит в ускоряющую структуру ЛИУ. Синим цветом показано распределение магнитного поля на оси в [Тл], красным – распределение электрического поля в [В/м]

Fig. 4. Distribution of the focusing magnetic and accelerating electric fields on the axis of the LIA accelerating structure, consisting of 8 accelerator modules and 15 magnetic lenses. The electron beam was started from the coordinate  $Z_0 = 0$ , which corresponds to the spatial region where the beam enters the LIA accelerating structure. The blue color shows the magnetic field distribution on the axis in [T], the red color shows the electric field distribution in [V/m]

В итоге общее распределение магнитного поля на оси ускорительного тракта находилось в виде суперпозиции полей отдельных линз. Значения тока в катушках выбиралось в соответствии с требованием минимальной амплитуды колебаний огибающей пучка для достижения минимума нормализованного эмиттанса пучка на выходе его из ЛИУ. Характерное значение этого эмиттанса для рабочих режимов настройки ускорителя ЛИУ в соответствии с результатами измерений составило  $\varepsilon_n = 1063 \pm 100 \text{ п}\cdot\text{мм}\cdot\text{мрад}$  [6].

### 3.4. Описание модели для расчета динамики развития поперечной неустойчивости пучка в ЛИУ

Для моделирования развития поперечной неустойчивости пучка рассмотрим задачу о возбуждении поперечных колебаний пучка при взаимодействии его с дипольными модами электродинамической системы отдельного ускорительного модуля ускорителя. Как отмечалось выше, на первом этапе с помощью пакета программ, основанного на методе конечных элементов, решается задача Штурма – Лиувилля на собственные частоты и собственные функции в пространственной области внутри резонатора, составленного из ускорительного модуля и двух участков цилиндрических каналов (см. рис. 2):

$$\text{rot} \left[ \frac{\text{rot} \vec{A}_l(\vec{r})}{\mu(\vec{r})} \right] = \frac{\omega_l^2 \varepsilon(\vec{r})}{c^2} \vec{A}_l(\vec{r}), \quad \vec{A}_{l|\Gamma} = 0. \quad (6)$$

Так как спектр возбуждаемых пучком дипольных мод, как правило, находится в относительно узком частотном интервале (в нашем случае 0,7–0,9 ГГц [7]), то на этом интервале можно пренебречь частотной дисперсией коэффициентов диэлектрической  $\varepsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостей. Следует также отметить, что в выражении (6) диэлектрические, магнитные и резистивные потери в материале тел, помещенных внутри резонатора, учитываются путем использования комплексных выражений для этих коэффициентов. В этих условиях функции  $\vec{A}_l(\vec{r})$  образуют полный набор ортогональных функций:

$$\int \varepsilon(\vec{r}) (\vec{A}_l(\vec{r}), \vec{A}_m(\vec{r})) dV = \delta_{l,m} \int \varepsilon(\vec{r}) (\vec{A}_m(\vec{r}), \vec{A}_m(\vec{r})) dV,$$

по которым можно разложить любое электромагнитное поле, возбуждаемое пучком в области ускорительного модуля. Следуя методу Фурье, разложим векторный потенциал индуцируемых пучком вихревых полей в резонаторе по ортогональным функциям дипольных колебаний  $\vec{A}_l(\vec{r}, t) = \sum \sigma_l(t) \vec{A}_l(\vec{r})$ , тогда:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\sum \dot{\sigma}_l(t) \vec{A}_l(\vec{r}), \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \sum \sigma_l(t) \text{rot} \vec{A}_l(\vec{r}) = \sum \sigma_l(t) \vec{B}_l(\vec{r}). \quad (7)$$

Затем, подставляя (7) в уравнение Максвелла  $\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  и проинтегрировав это уравнение по объему резонатора с весом  $\varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r})$  с учетом ортогональности функций  $\vec{A}_l(\vec{r})$ , получим:

$$\ddot{\sigma}_m + 2\gamma_m \dot{\sigma}_m + |\omega_m|^2 \sigma_m = \frac{-i\omega_m \int (\vec{J}(\vec{r}, t), \vec{E}_m(\vec{r})) dV}{\int \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r}) (\vec{E}_m(\vec{r}), \vec{E}_m(\vec{r})) dV} \equiv -i\omega_m \alpha_m(t), \quad (8)$$

где  $\omega_m$  и  $\gamma_m$  – комплексное значение частоты и декремент затухания  $m$ -й моды, а  $\vec{E}_m(\vec{r}) = -i\omega_m \vec{A}_m(\vec{r})$  и  $\vec{B}_m(\vec{r}) = \text{rot} \vec{A}_m(\vec{r})$  – электрическое и магнитное поля моды с номером  $m$ .

Для всех исследуемых дипольных мод во всех ускорительных модулях с учетом у каждой из мод вырождения по поляризации необходимо дополнить набор уравнений вида (8) уравнениями движения частиц пучка:

$$\begin{cases} \vec{r}_i = c\vec{\beta}_i, \\ \vec{p}_i = q_i \left( \vec{E} + c[\vec{\beta}_i \times \vec{B}] \right), \end{cases}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{acc}}(\vec{r}) + \sum \text{Im}(\dot{\sigma}_m \vec{E}_m(\vec{r})/\omega_m) + \vec{E}_b(\vec{r}, t),$$

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{lens}}(\vec{r}) + \sum \text{Re}(\sigma_m(t) \vec{B}_m(\vec{r})), \quad (9)$$

где  $\vec{E}_{\text{acc}}(\vec{r})$  – ускоряющее поле в модуле;  $\vec{B}_{\text{lens}}(\vec{r})$  – магнитное поле фокусирующих линз;  $\vec{E}_b(\vec{r}, t)$  – собственное потенциальное электрическое поле пучка, создаваемое его объемным зарядом и наведенными пучком зарядами на стенках канала транспортировки. В отличие от собственного электрического, собственное магнитное поле пучка с учетом токов, наведенных им на стенках канала, уже присутствует в (9) в виде разложения по собственным функциям резонатора. На основе приведенных выше уравнений нами был создан собственный компьютерный код, в который импортировались поля дипольных мод  $\vec{E}_l(\vec{r})$  и  $\vec{B}_l(\vec{r})$  из модуля программы, рассчитывающего собственные колебания в резонаторах, а также ускоряющие электрические и магнитные поля линз из других модулей этой программы.

Далее в этом коде производилось решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с постоянным шагом по времени для движения 4 000 макрочастиц пучка, имеющих форму цилиндров малого радиуса длиной  $\Delta l = 1,2$  см. Эти макрочастицы с энергией 1,5–2 МэВ поступали равномерно с шагом по времени  $\Delta t/v_z$  на вход ускорительной структуры ЛИУ из инжектора и далее двигались внутри ускорителя под действием электрических и магнитных полей. Шаг интегрирования по времени ОДУ выбирался из условия малости по сравнению с периодом колебаний самой высокочастотной моды в резонаторе, при этом расчет проводился одновременно для нескольких мод с различными частотами и поляризациями в каждом ускорительном модуле. Тестирование кода проводилось для двух случаев. В первом из них в отсутствие пучка рассчитывалась динамика затухания свободных колебаний всех исследуемых мод и сопоставлялась с экспоненциальной зависимостью, определяемой декрементом каждой моды. Во втором случае в отсутствие возбуждения мод сравнивались траектории центроида пучка при его транспортировке и ускорении в ЛИУ, рассчитанные в нашем программном комплексе, с траекториями, полученными с помощью кода ASTRA [13].

#### 4. Результаты расчетов динамики поперечной неустойчивости в ЛИУ

На первом этапе исследований с помощью разработанного кода нами были проведены расчеты процесса развития поперечной неустойчивости во время прохождения электронного пучка с током 1 кА в 8-ми ускорительных модулях ЛИУ без экранирующих электродов и каких-либо поглощающих элементов, кроме резисторов в ускорительной трубке. При этом рассматривался случай возбуждения только двух ортогональных дипольных мод в каждом ускорительном модуле с одинаковой частотой  $f = 326,29$  МГц, добротностью 50 и различающихся поляризацией. На рис. 5 приведены зависимости от времени амплитуд магнитного поля этих мод с первой поляризацией в каждом из 8-ми модулей. Термином «первая поляризация моды» мы обозначаем колебания, у которых электрическое поле на оси модуля направлено вдоль оси  $Y$ , а вторая поляризация, когда это направление вдоль оси  $X$ . Начальное возмущение пучка задавалось на входе его в ускорительную структуру ЛИУ в виде постоянного во

времени смещения центра пучка на величину 1 мм вдоль оси  $X$  от центра ускорительной структуры в этом месте.

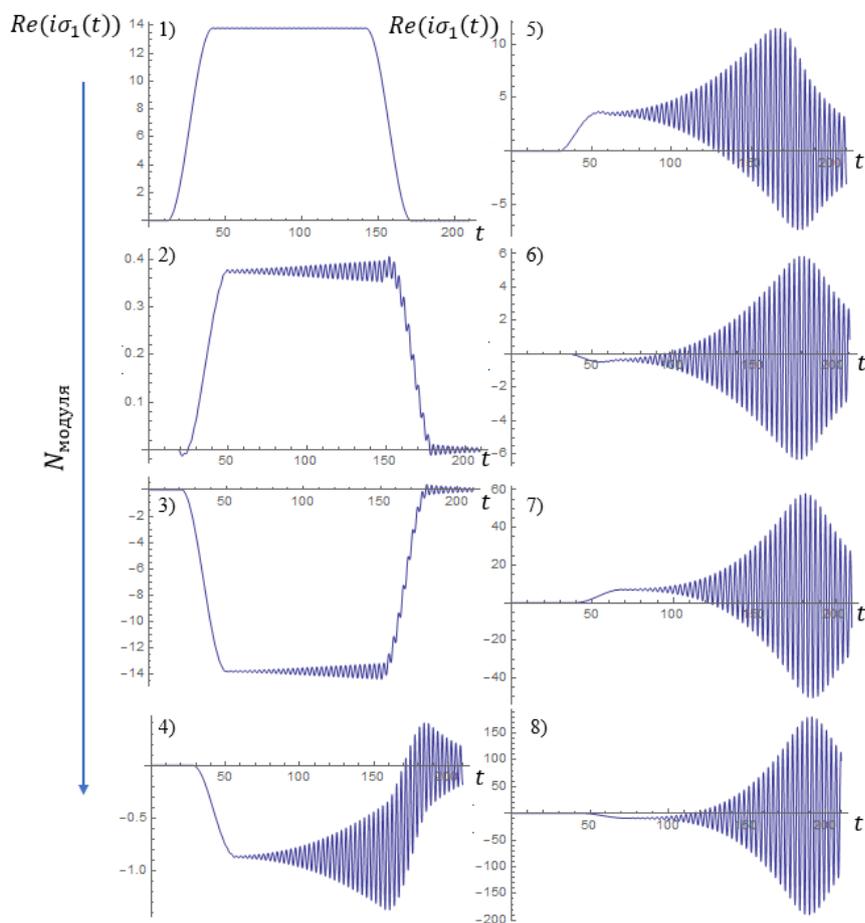


Рис. 5. Зависимость амплитуды магнитного поля  $\text{Re}(i\sigma_1(t))$  дипольных мод с первой поляризацией на частоте  $f=0,32$  ГГц в восьми последовательно стоящих модулях при отсутствии в них дополнительных поглотителей колебаний

Fig. 5. Dependence of the magnetic field amplitude  $\text{Re}(i\sigma_1(t))$  of dipole modes with the first polarization at a frequency  $f=0.32$  GHz in eight consecutive modules in the absence of additional wave absorbers

Как видно из картины поведения во времени амплитуды колебаний дипольных мод, эта амплитуда, во-первых, очень быстро нарастает по мере перехода от модуля к модулю, и, во-вторых, в каждом модуле она растет во времени до конца импульса пучка. Последний факт в соответствии с теоретической моделью Нила – Холла – Купера связан с высокой добротностью колебаний, которая обуславливает превышение времени достижения максимума амплитуды  $t_{\text{max}}$  над длительностью импульса пучка. По результатам расчета была построена траектория центра пучка во времени на выходе его из ускорителя. Эта траектория имеет форму раскручивающейся спирали с амплитудами эллипса  $\Delta_x = \Delta_y = 1,5 \div 2$  мм, что качественно согласуется с данными, полученными в экспериментах по проводке пучка в ЛИУ при энергии его на выходе 5 МэВ.

Чтобы снизить амплитуды колебаний дипольных мод, проведена модернизация ускорительных модулей, в ходе которой были установлены экранирующие электроды в вакуумной области ускорительной трубки и заменены резисторы между соседними градиентными кольцами трубки с сопротивлением 500 Ом на аналогичные с сопротивлением 100 Ом. В после-

дующих экспериментах по прохождению электронного пучка в ЛИУ было установлено существенное подавление дипольных колебаний на частотах вблизи 0,32 ГГц. Вместе с этим были зарегистрированы высокодобротные колебания с частотами в диапазоне 0,70–0,95 ГГц (см. спектр сигналов на рис. 12 в работе [7]), но с амплитудами на порядок величины меньшими, чем они были ранее для случая ускорительной трубки без экранирующих электродов.

В согласии с экспериментом в проведенных компьютерных расчетах было подтверждено существенное подавление колебаний пучка с частотами в районе 0,3 ГГц. Кроме того, рассчитанные амплитуды колебаний пучка для наиболее неустойчивых дипольных мод с частотами в диапазоне 0,70–0,95 ГГц имели значения  $\sim 0,1$  мм, что тоже хорошо согласуется с экспериментальными данными на качественном уровне рассмотрения. Необходимо отметить, что в этих расчетах начальное возмущение пучка задавалось аналогично предыдущему случаю (постоянное во времени смещение центра пучка на 1 мм), при этом характерная величина амплитуды колебаний пучка в первом модуле была масштаба 1 мкм. В качестве примера на рис. 6 приведены результаты расчета возбуждения дипольных мод с первыми поляризациями, имеющих частоту  $f = 0,79$  ГГц и добротность 80, для случая модернизированных ускорительных модулей ЛИУ.

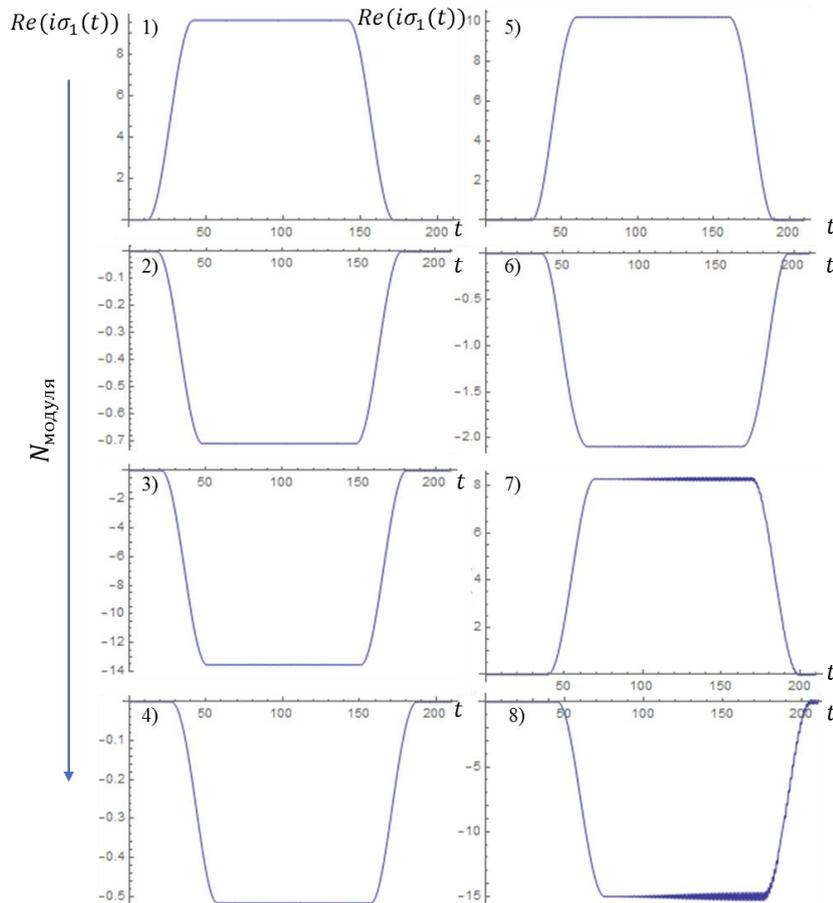


Рис. 6. Зависимости амплитуды магнитного поля  $Re(i\sigma_1(t))$  дипольных мод с первыми поляризациями на частоте  $f = 0,79$  ГГц в ускорительных модулях ЛИУ с экранирующими электродами

Fig. 6. Dependences of the magnetic field amplitude  $Re(i\sigma_1(t))$  of dipole modes with the first polarizations at a frequency  $f = 0.79$  GHz in LIA accelerator modules with shielding electrodes

В этих расчетах было показано, что в случае применения экранирующих электродов в ускорительном модуле существенно уменьшается коэффициент связи пучка с дипольными модами, имеющими высокую добротность  $Q \sim 80$ , и, в результате, раскачка этих мод реализуется значительно медленнее во времени. В итоге оказывается, что амплитуда колебаний пучка на выходе ускорителя при том же начальном смещении центра пучка не превышает значений  $\Delta_x = \Delta_y \approx 0,1$  мм.

Для прогнозной оценки величины инкремента поперечной неустойчивости в полномасштабном ЛИУ, предназначенном для получения пучка электронов с энергией до 20 МэВ, были проведены расчеты, в которых добротность 20 дипольных мод с наибольшими коэффициентами связи с пучком была априори выбрана одинаковой в диапазоне 10–100. Полученная в этих расчетах зависимость натурального логарифма максимума спектральной плотности энергии мод с частотами, лежащими в пяти частотных промежутках, как функция от номера ускоряющего модуля была аппроксимирована линейной зависимостью методом наименьших квадратов. Из этой зависимости был найден инкремент роста энергии полей мод от модуля к модулю –  $\Gamma_0$ . Исходя из этих значений  $\Gamma_0$ , рассчитанных для различных величин добротности мод в пяти частотных интервалах, были получены инкременты амплитуды  $\frac{\Gamma_0}{2}$ , приведенные в таблице. Эти инкременты определяют рост амплитуды колебаний полей наиболее неустойчивых мод в усредненном описании, которое задается следующим выражением:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \exp\left(\frac{\Gamma_0}{2} \cdot N\right).$$

Инкременты амплитуды колебаний полей  $\frac{\Gamma_0}{2}$  наиболее неустойчивых мод  
в пяти частотных интервалах

Increments of the field's oscillation amplitude  $\frac{\Gamma_0}{2}$  for the most unstable modes  
in five frequency intervals

$f$ , МГц	300÷500	500÷600	600÷700	700÷800	900÷1000
$Q = 100$	0,71	0,4	0,1	0,75	1,01
$Q = 20$	0,35	0,21	0,075	0,5	0,58
$Q = 10$	0,22	0,14	0,025	0,2	0,22

Из приведенных в таблице данных следует, что при пятикратном уменьшении добротности колебаний в ускоряющих модулях со значения  $Q = 100$  до  $Q = 20$  происходит 1,5–2-кратное уменьшение инкремента во всех диапазонах частот, а дальнейшее уменьшение добротности колебаний всего лишь в два раза влияет на него таким же образом. Указанный характер зависимости инкремента амплитуды от добротности мод соответствует предсказаниям модели Нила – Холла – Купера, которая дает линейный спад инкремента от добротности в интервале  $Q = 20–10$  в условиях, когда длительность пучка превышает время достижения максимума амплитуды колебаний  $t_{\max}$ , что соответствует случаю для нашего ЛИУ (см. раздел 2). Необходимо также отметить, что, исходя из приведенных в таблице оценок инкремента и предположения о величине начальной амплитуды колебаний пучка в первом модуле  $\sim 1$  мкм, амплитуды колебаний пучка на выходе из ЛИУ с энергией 20 МэВ, рассчитанные в соответствии с экспоненциальным ростом, заметно превышают радиус транспортного канала пучка. Из этого следует, что для достижения приемлемых значений амплитуды колебаний центроида пучка на выходе ускорителя, которое имеет величину  $\sim 0,1$  мм, при добротностях основных неустойчивых мод в диапазоне 10–20 требуется подъем максимального

магнитного поля фокусирующих линз в 3–5 раз по отношению к индукции 0,08 Тл, которая достигалась в проведенных экспериментах на ЛИУ с энергией пучка на выходе 5 МэВ.

### Заключение

Создан и протестирован программный комплекс, позволяющий рассчитывать характеристики дипольных мод ускорительного модуля, конфигурацию ускоряющих электрических и фокусирующих магнитных полей, а также движение макрочастиц пучка в условиях возбуждения ими дипольных мод в ускорительной структуре ЛИУ. С помощью созданного программного комплекса проведены расчеты динамики полей мод и раскачки поперечных колебаний пучка при его инжекции с током до 2 кА и энергией до 2 МэВ в ускорительную структуру из восьми модулей с исходной и модифицированной геометриями ускорительных модулей.

Сравнение результатов расчета с данными эксперимента показало их согласие на качественном уровне. При выборе в расчете величины амплитуды колебаний пучка на входе в ускоряющую структуру  $\sim 1$  мкм рассчитанные значения амплитуды колебаний пучка на выходе из ЛИУ соответствуют результатам измерений, проведенных при получении пучка электронов с энергией 5 МэВ.

Кроме того, нами проведена проверка возможности использования теоретической модели Нила – Холла – Купера для качественного описания развития поперечной неустойчивости в линейных индукционных ускорителях с дискретной магнитной фокусировкой. Для случая восьмимодульного ЛИУ с описанной выше геометрией нами продемонстрировано качественное согласие между полученной в компьютерном моделировании динамикой колебаний полей дипольных мод, обладающих различной добротностью, с результатами аналитического описания электромагнитного поля в рамках теоретической модели Нила – Холла – Купера.

### Список литературы / References

1. **Panofsky W. K. H., Bander M.** Asymptotic theory of beam breakup in linear accelerators. *Rev. Sci. Instrum.*, 1968, vol. 39, pp. 206–212.
2. **Neil V. K., Hall L. S., Cooper R. K.** Further theoretical studies of the beam breakup instability. *Particle Accel.*, 1979, vol. 9, no. 4, pp. 213–222.
3. **Ekdahl C., Coleman J. E., McCuistian B. T.** Beam breakup in an advanced linear induction accelerator. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2016, vol. 44, no. 7, pp. 1094–1102. DOI 10.1109/TPS.2016.2571123
4. **Logachev P., Kuznetsov G., Korepanov A. et al.** LIU-2 linear induction accelerator. *Instrum. Experim. Techn.*, 2013, vol. 56, no. 6, pp. 672–679. DOI 10.1134/S0020441213060195
5. **Starostenko D. A., Logachev P. V., Akimov A. V. et al.** Results of operating LIA-2 in radiograph mode. *Phys. Particles Nuclei Lett.*, 2014, vol. 11, no. 5, pp. 660–664. DOI 10.1134/S1547477114050264
6. **Nikiforov D. A., Blinov M. F., Fedorov V. V. et al.** High-current electron-beam transport in the LIA5 linear induction accelerator. *Phys. Particles Nuclei Lett.*, 2020, vol. 17, no. 2, pp. 197–203. DOI 10.1134/S1547477120020156
7. **Sandalov E. S., Sinitsky S. L., Burdakov A. V. et al.** Electrodynamic System of the Linear Induction Accelerator Module. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2021, vol. 49, no. 2, pp. 718–728. DOI 10.1109/TPS.2020.3045345
8. **Ekdahl C.** Tuning the DARHT Long-Pulse Linear Induction Accelerator. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2013, vol. 41, no. 10, pp. 2774–2780. DOI 10.1109/TPS.2013.2256933
9. **Ekdahl C.** Electron-beam dynamics for an advanced flash-radiography accelerator. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2015, vol. 43, no. 12, pp. 4123–4129.

10. **Ekdahl C., McCrady R.** Suppression of Beam Breakup in Linear Induction Accelerators by Stagger Tuning. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2020, vol. 48, no. 10, pp. 3589–3599. DOI 10.1109/TPS.2020.3019999
11. Briggs R. J., Fawley W. Campaign to minimize the transverse impedance of the DARHT-2 induction linac cells. Lawrence Berkeley Nat. Lab. Berkeley, CA, USA, 2002. Tech. Rep. LBNL-56796(Rev-1),
12. **Walling L. et al.** Transmission-line impedance measurements for an advanced hadron facility. *Nucl. Instrum. Meth.*, 1989, vol. A281, pp. 433–447.
13. **Flöttman K.** ASTRA. Hamburg, DESY, 2000.

### Информация об авторах

**Евгений Сергеевич Сандалов**, аспирант  
**Станислав Леонидович Синицкий**, кандидат физико-математических наук  
**Дмитрий Иванович Сквородин**, кандидат физико-математических наук  
**Данила Алексеевич Никифоров**, научный сотрудник  
**Павел Владимирович Логачев**, доктор физико-математических наук, академик РАН  
**Петр Алексеевич Бак**, старший научный сотрудник  
**Кирилл Игоревич Живанков**, научный сотрудник  
**Ермек Какимович Кенжебулатов**, научный сотрудник  
**Алексей Васильевич Петренко**, кандидат физико-математических наук  
**Олег Альфредович Никитин**, кандидат технических наук  
**Александр Рамзисович Ахметов**, старший научный сотрудник  
**Роман Викторович Протас**, кандидат физико-математических наук  
**Сергей Дмитриевич Хренков**, научный сотрудник  
**Игорь Алексеевич Журавлев**, научный сотрудник  
**Илья Владимирович Пензин**, научный сотрудник  
**Антон Робертович Дон**, научный сотрудник

### Information about the Authors

**Evgeniy S. Sandalov**, Post-Graduate Student  
**Stanislav L. Sinitsky**, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics)  
**Dmitry I. Skovorodin**, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics)  
**Danila A. Nikiforov**, Researcher  
**Pavel V. Logachev**, Doctor Sciences (Physics and Mathematics), Academician of the Russian Academy of Sciences  
**Petr A. Bak**, Senior Researcher  
**Kirill I. Zhivankov**, Researcher  
**Ermek K. Kenzhebulatov**, Researcher  
**Alexey V. Petrenko**, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics)  
**Oleg A. Nikitin**, Candidate of Sciences (Engineering)  
**Alexander R. Akhmetov**, Senior Researcher  
**Roman V. Protas**, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics)  
**Sergey D. Khrenkov**, Researcher  
**Igor A. Zhuravlev**, Researcher  
**Pliya V. Penzin**, Researcher  
**Anton R. Don**, Researcher

*Статья поступила в редакцию 20.12.2021;  
одобрена после рецензирования 01.02.2022; принята к публикации 01.02.2022  
The article was submitted 20.12.2021;  
approved after reviewing 01.02.2022; accepted for publication 01.02.2022*