Научная статья

УДК 535.11, 535.22, 535.31
DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-18-30

Радиолокационный метод в равномерно ускоренной системе отсчета

Виталий Викторович Войтик

Башкирский государственный медицинский университет
Уфа, Россия

voytik1@yandex.ru

Аннотация

Цель данной работы заключается в обобщении известного для инерциальной системы отсчета радиолокационного метода на случай равномерно ускоренной системы отсчета.

Вывод соответствующих формул опирается на стандартную для теории относительности метрику равноускоренной системы отсчета Мёллера без применения какого-либо пространственно-временного преобразования между некоторой вспомогательной инерциальной системой и ускоренной системой. Для решения задачи об определении траектории светового луча в зависимости от первоначального направления распространения используется принцип Ферма. Для вычисления времени полета фотона к объекту, зная его координаты, дополнительно вводится условие светоподобности интервала для распространения света.

Полученная траектория световой частицы является дугой окружности. Для малой области около источника траектория фотона совпадает с параболической траекторией классической корпускулы. Выведено равенство для направления, в котором посылается радиосигнал. Фактическое местоположение объекта находится не в направлении начального движения фотона, а несколько ниже. Вычислена величина угла гравитационного преломления для близко расположенного покоящегося объекта. Чем объект дальше в «горизонтальном» направлении, тем угол преломления больше. Найдено время полета светового сигнала к объекту. Сигнал, излучаемый в направлении, которое образует острый угол с направлением ускорения, опережает радиосигнал в инерциальной системе отсчета. Поэтому для близкого объекта, расположенного выше источника излучения, вычисленное время задержки Шапиро отрицательно. Вычислены также координаты удаленного объекта.

Совокупность полученных равенств полностью определяет радиолокационный метод. Выведенные равенства возможно допускают экспериментальную проверку.

Ключевые слова

принцип Ферма, модель Пуанкаре в верхней полуплоскости, пространство Лобачевского, гравитационное преломление, задержка Шапиро

Для цитирования

Войтик В. В. Радиолокационный метод в равномерно ускоренной системе отсчета // Сибирский физический журнал. 2022. Т. 17, № 4. С. 18–30. DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-18-30

Radar Method in a Uniformly Accelerated Reference Frame

Vitaly V. Voytik

Bashkir State Medical University
Ufa, Russian Federation

voytik1@yandex.ru

Abstract

The purpose of this work is to generalize the radar method known for the inertial frame of reference to the case of a uniformly accelerated frame of reference.

The derivation of the corresponding formulas is based on the standard for the theory of relativity metric of a uniformly accelerated Möller frame of reference without applying any space-time transformation between some auxiliary inertial frame and the accelerated frame. To solve the problem of determining the trajectory of a light beam, depending on the initial direction of propagation, Fermat's principle is used. To calculate the flight time of a photon to an object, knowing its coordinates, the condition of the light-likeness of the interval for the propagation of light is additionally introduced. The resulting trajectory of the light particle is an arc of a circle. For a small area near the source, the photon trajectory coincides with the parabolic trajectory of a classical corpuscle. An equation has been derived for the direction in which the radio signal is sent. The actual location of the object is not in the direction of the initial motion of the photon, but somewhat lower. The value of the angle of gravitational refraction for a closely spaced resting object is calculated. The further the object is in the "horizontal" direction, the greater the angle of refraction. The flight time of the light signal to the object is found. The signal emitted in the direction that forms an acute angle with the direction of acceleration leads the radio signal in the inertial frame of reference. Therefore, for a close object located above the radiation source, the calculated Shapiro delay time is negative. The coordinates of the remote object are also calculated.

The totality of the obtained equalities completely determines the radar method. The resulting equalities, perhaps, allow for experimental verification.

Keywords

Fermat's principle,Poincaré half-plane model, hyperbolic geometry,gravitational refraction, Shapiro delay

For citation

Voytik V. V. Radar Method in a Uniformly Accelerated Reference Frame. *Siberian Journal of Physics*, 2022, vol. 17, no. 4, pp. 18–30. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-18-30

Введение

Все физические явления рассматриваются в некоторой системе отсчета. При этом наиболее простые – инерциальные системы отсчета представляют собой исключение. Реальные системы отсчета являются неинерциальными. Одной из наиболее простых неинерциальных систем отсчета является равноускоренная система отсчета. Как известно, в такой системе отсчета ее начало обладает постоянным собственным ускорением. Чтобы определить протяженную равноускоренную систему отсчета, необходимо ввести в ней понятие времени и систему координат. Для этого важно иметь процедуру синхронизации часов, расположенных на большом расстоянии друг от друга и уметь измерять большие расстояния до удаленных точек пространства. Эти задачи требуют использования радиолокационного метода, т. е. формул для определения положения удаленных часов и их показаний. В инерциальной системе отсчета синхронизация часов рассматривалась в [1, с. 48; 2, с. 119]. Особенности распространения света в неинерциальной системе отсчета исчерпывающе рассмотрены в [3].

Кроме этого, применение радиолокационного метода в гравитационном поле является одним из четырех классических тестов для проверки теории относительности [4]. Запаздывание света хорошо проверено экспериментально [5–7]. По этим причинам изучение распространения света в равноускоренной системе отсчета имеет не только большое теоретическое, но, возможно, и практическое значение [8].

В работе [4] была вычислена задержка распространения света, движущегося по пути Земля – Солнце – планета и назад. В недавних статьях [9–11] с использованием геометрической оптики была также рассчитана гравитационная задержка для такого пути и выведен угол преломления в сферически-симметричном гравитационном поле. Все результаты [9–11] хорошо согласуются с теорией относительности и [4]. Цель данной статьи заключается в обобщении хорошо известных трех формул радиолокации (см. следующий раздел), справедливых в инерциальной системе на равноускоренную систему отсчета.

1. Радиолокация в инерциальной системе отсчета

Радиолокационный метод в инерциальной системе отсчета состоит в следующем. В начальный момент времени посылают к удаленному объекту мощный радиосигнал и засекают направление и момент времени τ, откуда и когда пришел отраженный сигнал (эхо). Оказывается, что траекторией световой частицы является прямая. При этом направление распространения сигнала **n** должно совпадать с направлением на объект. Таким образом, если известны координаты объекта **r**, то единичный вектор в направлении **n**, в котором должен посылаться радиосигнал, определяется из уравнения

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{1}$$

Направление **n** является обратным к направлению приема отраженного сигнала.

Следующее уравнение описывает условие синхронизации удаленных часов, если известно их положение **r**. Часы в начале отсчета и в удаленной точке будут синхронизированы, если в момент прихода сигнала часы в точке r будут поставлены на показание (здесь и далее выбирается система единиц, в которой $c = 1$):

$$t = r, \tag{2}$$

где t – время нахождения светового импульса в пути, причем $t = \tau/2$. Полагая в этом равенстве $t = const$, можно прийти к выводу, что фронтом световой волны является характеристическая поверхность $r^2 = const$, т. е. сфера.

Наконец, последнее равенство позволяет определить координаты удаленного объекта. Зная время t, необходимое для того, чтобы радиолокационный импульс достиг объекта, вычисляют расстояние **r** до этого тела, перемножая два предыдущих равенства:

$$\mathbf{r} = t\mathbf{n}. \tag{3}$$

Вышеприведенные три уравнения описывают весь радиолокационный метод в лабораторной инерциальной системе отсчета. Данные формулы не получили никакого названия, хотя их естественно называть формулами О.К. Ремера в честь датского астронома, впервые в 1676 г. экспериментально установившего конечность скорости света [12, с. 397–398]. Но эти равенства пригодны только для лабораторной инерциальной системы отсчета. В том же случае, если лабораторной системой отсчета является равноускоренная система, формулы, аналогичные (1)–(3), неизвестны.

2. Метод

Основой изложения является стандартная теория относительности, принятая в огромном большинстве монографий, согласно которой метрическим тензором пространства-времени в равноускоренной системе отсчета является тензор Мёллера (иногда ее называют метрикой Риндлера) [13, формула (8.154); 14, формула (13.71); 3, формула (7.3)] (см. далее формулу (4)). В статье имеются две основные задачи: 1) определить траекторию светового луча в зависимости от первоначального направления распространения и 2) вычислить время t полета фотона к объекту, зная его координатыr.

Для решения первой задачи обычно применяется принцип Ферма [15, с. 342] для статического гравитационного поля. Принцип Ферма утверждает, что луч света из одной точки пространства в другую точку распространяется по такому пути, который проходит за наименьшее время. Впервые этот принцип для распространения света в статическом пространстве-времени был сформулирован в [16; 17; 14]. В следующем параграфе данной статьи принцип Ферма используется для неинерциальной системы отсчета. Сама возможность такой замены обусловлена сильным принципом эквивалентности в ОТО, который проверен с высокой точностью [18]. Дальнейшее развитие принципа Ферма связано с его обобщением на нестационарное пространство-время [19].

Исходным пунктом во второй задаче, которая решается в п. 5, является условие светоподобности интервала $ds^2 = 0$ для света. Вследствие этого искомая формула для времени полета фотона к объекту, кроме траектории светового луча, определяется еще и координатной скоростью света в такой системе отсчета. В частности, по этой причине (другие причины перечислены в [3]) в общей теории относительности координатная скорость света требует пристального внимания. В произвольной неинерциальной системе отсчета такая скорость света отлична от 1 [2, формула (11.4)]. Вообще тот факт, что траектория света является криволинейной в случае вращающейся системы отсчета, является очевидным и хорошо экспериментально доказанным фактом [20]. Отклонение света от прямолинейного пути также хорошо проверено для случая его движения вблизи Солнца [21]. С точки зрения общей теории относительности криволинейность траектории света связана с отличием метрического тензора от галилеевых значений.

Ответам на остальные поставленные в статье вопросы посвящены четвертый, шестой и седьмой параграфы. Они строго следуют из решения первых двух задач.

3. Траектория фотона

Найдем траекторию фотона, вылетевшего из начала равноускоренной системы отсчета. Ясно, что эта траектория целиком будет лежать в некоторой плоскости (x, z), где ось z совпадает с направлением собственного ускорения $\mathbf{W}$, а ось x будет перпендикулярна $\mathbf{W}$. В декартовых координатах (x, z) и физическом времени начала отсчета t интервал в равноускоренной системе отсчета имеет вид [13, формула (8.162)]:

$$ds^2 = (1+Wz)^2\,dt^2 - dx^2 - dz^2\,. \tag{4}$$

Нетрудно убедиться, что тензор кривизны, вычисленный по метрическому тензору из (4), равен нулю, как это и должно быть; в противном случае преобразования, связывающего лабораторную инерциальную систему отсчета и равноускоренную систему отсчета, не существует.

Траектория световой частицы определяется из принципа Ферма [15, с. 342, задача 2 к п. 88], согласно которому свет движется по такому пути dl, для которого

$$\delta\int\frac{dl}{\sqrt{g_{00}}} = 0\,.$$

Здесь подразумевается, что $dl^2 = dx^2 + dz^2$, а величину g_{00} необходимо взять из (4):

$$g_{00} = (1 + Wz)^2. \tag{5}$$

Подынтегральное выражение, как известно, является расстоянием вдоль пути в гиперболической геометрии в модели Пуанкаре в верхней полуплоскости [22]. Следовательно, траектория светового луча в первой модели Пуанкаре является геодезической в пространстве Лобачевского. Чтобы найти эту траекторию в явном виде, перепишем этот принцип в виде

$$\delta \int \frac{\sqrt{\dot{x}^2+1}}{1+Wz}\,dz = 0, \tag{6}$$

где $\dot{x} = dx/dz$. Здесь подынтегральное выражение играет роль лагранжиана в принципе наименьшего действия классической механики.

Таким образом, принцип (6) означает, что справедливы уравнения Лагранжа–Эйлера

$$\frac{d}{dz}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L}{\partial x},$$

где

$$L = \frac{\sqrt{\dot{x}^2+1}}{1+Wz}. \tag{7}$$

Учитывая, что в (7) $\partial L / \partial x = 0$, из уравнений Лагранжа–Эйлера имеем

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \text{const}.$$

Эту постоянную выберем в виде

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \sin\phi\,.$$

Дифференцируя (7), получим, что

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\dot{x}}{(1+Wz)\sqrt{x^2+1}} = \sin\phi$$

или решая это уравнение относительно $\dot{x}$:

$$\dot{x} = \frac{(1+Wz)\sin\phi}{\sqrt{1-(1+Wz)^2\sin^2\phi}}. \tag{8}$$

Физический смысл постоянной ϕ прост. При $z = 0$ из уравнения (8) мы имеем $\dot{x} = \mathrm{tg}\,\phi$. Таким образом, ϕ является начальным углом отклонения световой частицы от вертикали – направления собственного ускорения. Интегрируя (8) от 0 до z, получим

$$x = \frac{\cos\phi - \sqrt{1-(1+Wz)^2\sin^2\phi}}{W\sin\phi}\,. \tag{9}$$

Отсюда

$$\sqrt{1-(1+Wz)^2\sin^2\phi} = \cos\phi - Wx\sin\phi, \tag{10}$$

или возводя в квадрат и упрощая:

$$\frac{W(x^2+z^2)+2z}{2x} = \mathrm{ctg}\,\phi = const. \tag{11}$$

Если в этом уравнении собственное ускорение считать равным нулю ($W = 0$), то мы получим траекторию в виде прямой:

$$z = x\,\mathrm{ctg}\,\phi,$$

как и должно быть в инерциальной системе отсчета.

Из равенства (11) следует точная аналитическая зависимость $z(x)$, т. е. траектория света. Умножив уравнение (11) на $2x/W$ и перенося все члены в левую часть, это равенство можно переписать в виде

$$\left(z+\frac{1}{W}\right)^2+\left(x-\frac{\operatorname{ctg}\phi}{W}\right)^2=\left(\frac{1}{W\sin\phi}\right)^2. \tag{12}$$

Если же решать уравнение (11) относительно z методом последовательных приближений и ограничиться поправкой первого порядка по W, то легко получить равенство

$$z=x\operatorname{ctg}\phi-\frac{W x^2}{2\sin^2\phi}. \tag{13}$$

4. Направление, в котором посылается радиосигнал. Гравитационное преломление

Равенство (11) фиксирует направление распространения радиосигнала. Запишем его в векторном виде. Для этой цели введем вспомогательные векторы в направлении собственного ускорения $\mathbf{e}_{\|}$ и в направлении $\mathbf{e}_{\perp}$ перпендикулярном ему, но лежащем в плоскости (x, z). Очевидны следующие равенства:

$$\mathbf{e}_{\|}=\frac{\mathbf{W}}{W},\quad \mathbf{e}_{\perp}=\frac{\mathbf{r}-z\mathbf{e}_{\|}}{x}.$$

Тогда единичный вектор $\mathbf{n}$ в направлении первоначального распространения радиосигнала равен

$$\mathbf{n}=\cos\phi\,\mathbf{e}_{\|}+\sin\phi\,\mathbf{e}_{\perp}.$$

Подставляя в это равенство два предыдущих соотношения и используя равенства

$$\cos\phi=\frac{Wr^2+2z}{\sqrt{4x^2+\left(Wr^2+2z\right)^2}},$$

$$\sin\phi=\frac{2x}{\sqrt{4x^2+\left(Wr^2+2z\right)^2}},$$

которые следуют из (11), получим, что

$$\mathbf{n}=\frac{r^2\mathbf{W}+2\mathbf{r}}{\sqrt{4x^2+\left(Wr^2+2z\right)^2}}. \tag{14}$$

Очевидно, это уравнение при $\mathbf{W}=0$ переходит в первое уравнение п. 1.

Вычислим теперь сдвиг γ угловой координаты близко расположенного объекта от его изображения или угол его гравитационного преломления. Для этого векторно умножим равенство (14) на $\mathbf{r}/r$. Если объект расположен вблизи, то можно отбросить в подкоренном выражении слагаемое Wr^2 как член более высокого порядка по $\mathbf{r}$. Взяв модуль получившегося выражения, получим

$$\left|\frac{\mathbf{n}\times\mathbf{r}}{r}\right|=\sin\gamma=\left|\frac{\mathbf{W}\times\mathbf{r}}{2}\right|=\frac{Wx}{2}\cdot$$

Кроме того, угол γ между векторами $\mathbf{r}/r$ и $\mathbf{n}$ можно считать малым. Для малых углов $\sin\gamma = \gamma$, следовательно

$$\gamma = \frac{Wx}{2}. \tag{15}$$

5. Время полета световой частицы к объекту

Вычислим сейчас скорость фотона в равноускоренной системе отсчета. Из уравнения для светового интервала $ds^2 = 0$ имеем следующее уравнение:

$$dt = \frac{dl}{1+Wz}. \tag{16}$$

Это же равенство следует из [2, п. 11, с. 94, формула (11.4)]. С другой стороны, $dl = \sqrt{\dot{x}^2+1}\,dz$. Поэтому, подставляя сюда значение $\dot{x}$ из (8), получим, что

$$dl = \frac{dz}{\sqrt{1-(1+Wz)^2\sin^2\phi}}.$$

В свою очередь подставляя это равенство в (16), находим, что

$$dt = \frac{dz}{(1+Wz)\sqrt{1-(1+Wz)^2\sin^2\phi}}. \tag{17}$$

Интегрируя (17) от 0 до z, получим

$$t = \frac{1}{W}\ln\left[\frac{1+\cos\phi}{\sin^2\phi}\cdot\frac{1-\sqrt{1-(1+Wz)^2\sin^2\phi}}{1+Wz}\right]. \tag{18}$$

Заменив в этом уравнении квадратный корень согласно равенству (10) и упростив, получим следующее выражение:

$$t = \frac{1}{W}\ln\frac{1+Wx\,\mathrm{ctg}\dfrac{\phi}{2}}{1+Wz}. \tag{19a}$$

Используем в этом равенстве значение $\mathrm{ctg}\,\phi/2$:

$$\mathrm{ctg}\frac{\phi}{2} = \frac{z+\dfrac{Wr^2}{2}+r\sqrt{1+Wz+\dfrac{W^2r^2}{4}}}{x},$$

которое следует из (11). Окончательно находим, что

$$t = \frac{1}{W}\ln\left[1+W\cdot\frac{r\sqrt{1+Wz+\dfrac{W^2r^2}{4}}+\dfrac{Wr^2}{2}}{1+Wz}\right]. \tag{19}$$

6. Задержка Шапиро. Уравнение волнового фронта

Раскладывая равенство (19) в ряд по степеням r и оставляя члены не выше второго порядка, получим, что

$$t = r - \frac{Wzr}{2}.$$

Здесь t – момент попадания световой частицы в объект. На практике же известен момент возврата τ световой частицы обратно в радар. Поскольку световая частица возвращается обратно по тому же пути и затрачивает на это столько же времени, то

$$\tau = 2r - Wzr.$$

Если бы система отсчета была инерциальной, то $\tau = 2r$. Оказывается, что из-за неинерциальности системы отсчета электромагнитные сигналы в направлении собственного ускорения (т. е. в положительном направлении оси z) идут быстрее, чем в инерциальной системе отсчета. Поэтому задержка Шапиро будет меньше нуля и равна

$$\Delta\tau = \tau - 2r = -Wzr, \tag{20}$$

где r – расстояние до лоцируемого объекта, а z – его координата по соответствующей оси.

Равенство (19) позволяет также определить форму волнового фронта в равноускоренной системе отсчета. Из (19) видно, что

$$\frac{r\sqrt{1 + Wz + \dfrac{W^2r^2}{4}} + \dfrac{Wr^2}{2}}{1 + Wz} = \frac{e^{Wt} - 1}{W}.$$

Обозначим для простоты правую часть этого равенства как θ. Тогда, находя член с корнем, возводя его в квадрат, раскрывая скобки и приводя подобные члены, получим, что

$$r^2 = \frac{\theta^2}{1 + W\theta}(1 + Wz),$$

где

$$\theta = \frac{e^{Wt} - 1}{W}.$$

Заменив r^2 на $x^2 + z^2$, можно привести исходное уравнение к виду

$$x^2 + (z - h)^2 = R^2, \tag{21}$$

где

$$h = \frac{W\theta^2}{2(1 + W\theta)}, \quad R = \theta\,\frac{2 + W\theta}{2(1 + W\theta)}.$$

Подстановка значения θ дает

$$h = \frac{\operatorname{ch} Wt - 1}{W}, \tag{22}$$

$$R = \frac{\operatorname{sh} Wt}{W}. \tag{23}$$

7. Координаты удаленного объекта

Обращая равенство (18), получим формулу для определения координаты z события в равномерно ускоренной системе отсчета:

$$z = \frac{2}{W} \cdot \frac{(1 + \cos\phi)\, e^{Wt}}{(1 + \cos\phi)^2 + e^{2Wt}\,\sin^2\phi} - \frac{1}{W}. \tag{24}$$

Подставив эту формулу в (9), нетрудно найти координату: x

$$x=\frac{1}{W\sin\phi}\left[\cos\phi-\frac{(1+\cos\phi)^2-e^{2Wt}\sin^2\phi}{(1+\cos\phi)^2+e^{2Wt}\ \sin^2\phi}\right]$$

или приводя к одному знаменателю:

$$x=\frac{(1+\cos\phi)\sin\phi}{(1+\cos\phi)^2+e^{2Wt}\ \sin^2\phi}\cdot\frac{e^{2Wt}-1}{W}. \tag{25}$$

Представим теперь формулы (24), (25) в векторном виде. Воспользуемся для этого равенством

$$\mathbf{r}=\frac{\mathbf{W}}{W}z+\left(\mathbf{n}-\frac{\mathbf{W}\cos\phi}{W}\right)\frac{x}{\sin\phi}.$$

Данное векторное равенство можно проверить, проецируя его на оси x и z. Подставив сюда (24), (25) получим

$$\mathbf{r}=\frac{1+\cos\phi}{(1+\cos\phi)^2+e^{2Wt}\ \sin^2\phi}\cdot\frac{W\left(e^{2Wt}-1\right)\mathbf{n}-\left(e^{Wt}-1\right)^2\mathbf{W}}{W^2}. \tag{26}$$

В том случае, когда расстояние до объекта малое и $Wt\approx 0$, то раскладывая (26) в ряд и оставляя квадратичные члены, получим

$$\mathbf{r}=\mathbf{n}t+\left[\mathbf{n}(\mathbf{Wn})-\frac{\mathbf{W}}{2}\right]t^2. \tag{27}$$

Если бы собственного ускорения системы отсчета, в которой покоится радиолокатор не было, то координата объекта в (27) описывалась бы только первым членом. Соответствующая аберрация положения объекта, вызванная собственным ускорением, таким образом, описывается вторым и третьим членами:

$$\Delta\mathbf{r}=\left[\mathbf{n}(\mathbf{Wn})-\frac{\mathbf{W}}{2}\right]t^2. \tag{28}$$

Проверим теперь справедливость уравнения (27). В компонентах оно имеет вид

$$z=\cos\phi\cdot t+\left(\cos^2\phi-\frac{1}{2}\right)Wt^2,$$

$$x=\sin\phi\cdot t+\sin\phi\cos\phi\cdot Wt^2.$$

Из второго уравнения этой системы выразим t, оставляя только квадратичные члены:

$$t=\frac{x}{\sin\phi}-\frac{W\cos\phi}{\sin^2\phi}x^2$$

и подставим в первое. Оставляя только квадратичные члены, получим еще раз равенство (13).

Обсуждение

Самая удивительная загадка природы заключается в том, что наиболее фундаментальные объекты и эффекты в своей основе подчиняются простым математическим закономерностям. Движение фотона относительно ускоренной системы отсчета является как раз таким процессом. Например, уравнение (12) означает, что траекторией движения фотона в равномерно ускоренной системе отсчета является очень простая геометрическая фигура: окружность с центром в точке $\left(\mathrm{ctg}\phi/W, -1/W\right)$ и радиусом $1/W\sin\phi$. Этот факт хорошо известен из модели гиперболической геометрии пространства Лобачевского, в которой геодезическими являются полуокружности, лежащие в плоскостях, ортогональных границе полупространства, и центры которых лежат на той же границе [23, раздел 4]. В непосредственной же близости от радиолокатора траектория света является классической параболической траекторией (13).

Уравнение (14) определяет первоначальное направление движения радиоимпульса $n(\sin\phi, \cos\phi)$ в зависимости от фактического положения объекта $\mathbf{r}(x, z)$. Если некий объект покоится в ускоренной системе отсчета, то криволинейность траектории фотона в равноускоренной системе отсчета приводит к тому, что фактическое местоположение этого лоцируемого объекта находится не в направлении, в котором он виден, а несколько ниже. С оптической точки зрения среда, в которой распространяется фотон, является неоднородной с показателем преломления, равным $n = \sqrt{g_{00}} = 1 + Wz$. Другими словами, ускорение системы отсчета является причиной гравитационного преломления света. При этом аберрацию, связанную с гравитационным преломлением покоящегося в гравитационном поле объекта, необходимо отличать от астрономической аберрации, которая возникает в инерциальной системе отсчета из-за того, что за время распространения света астрономические объекты успевают изменить свое положение. Согласно (15) для близко расположенных объектов угол преломления линейно зависит от координаты x. Чем объект дальше в «горизонтальном» направлении, тем угол преломления больше.

Время полета фотона к объекту, даваемое формулой (19), заменяет собой равенство (2). Если радиоимпульс распространяется вверх (под острым углом), то задержка Шапиро будет отрицательной. Фактически радиосигнал в ускоренной системе отсчета будет опережать радиосигнал в инерциальной системе отсчета на модуль величины (20). Формула (20) согласуется с расчетами, проделанными Петковым в [3], с тем уточнением, что он рассматривал движение двух пучков света по вертикали вверх и вниз, и обратно вдоль оси z и их интерференцию в точке пуска. Мы также видим из равенства (16), что координатная скорость света в положительном направлении оси z больше единицы. Это обстоятельство, однако, также никоим образом не содержит парадокса, поскольку постулат о постоянстве скорости света касается его физической (местной) скорости, а она в любой точке траектории равна единице [2]. Тот факт, что координатная скорость света не совпадает с 1 для случая вращающейся системы отсчета, хорошо теоретически и экспериментально доказан [15, формула (89.4); 24].

Уравнение (21) означает, что в равноускоренной системе отсчета волновой фронт от источника излучения распространяется в виде раздувающейся сферической поверхности, центр которой поднимается вверх, так что к моменту t он находится на высоте (22), а радиус сферы равен (23). При этом скорость подъема центра сферы (равная $\mathrm{sh}\, Wt$) всегда отстает от скорости расширения волнового фронта (равной $\mathrm{ch}\, Wt$). Уравнение (21) замечательно согласуется с [25, формула (47)].

Уравнение (26) позволяет определять в равномерно ускоренной системе отсчета координаты удаленных тел. Для достаточно близких объектов поправка к его декартовой координате по сравнению с инерциальной системой отсчета равна (28).

Заключение

Существующий в настоящее время радиолокационный метод (см. п. 1) справедлив только для инерциальной системы отсчета. Однако на практике его считают справедливым и для неинерциальных систем. Это предположение действительно хорошо выполняется для малых расстояний до объекта. Однако если расстояния достаточно велики, то данная гипотеза оказывается несправедливой. В гравитационных полях свет движется по криволинейной траектории и с координатной скоростью не равной 1.

В данной статье мы обобщаем три формулы радиолокации (1), (2), (3), справедливые в инерциальной системе отсчета на равноускоренную систему. В результате строгих расчетов было установлено, что метод радиолокации в равномерно ускоренной системе отсчета определяется формулами (14), (19) и (26). Кроме этого, получены формулы для угла гравитационного преломления, связанного с собственным ускорением радара (15) и времени задержки Шапиро (20). С развитием техники данные эффекты допускают проверку в реальном эксперименте в земных условиях, где метрика в неподвижной системе отсчета локально приближенно равна метрике плоского пространства-времени в равноускоренной системе отсчета.

Список литературы

1. **Фок В. А.** Теория пространства, времени и тяготения. М. 1961. 564 с.
2. **Логунов А. А.** Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы. М. 1987, 272 с.
3. **Petkov V.** Chapter 7. Propagation of Light in Non-Inertial Reference Frames // Relativity and the nature of spacetime. The Frontiers Collection. Springer, Berlin,Heidelberg. 2009. P. 183–220. https://doi.org/10.1007/978-3-642-01962-3
4. **Shapiro I. I.** Fourth Test of General Relativity // Phys. Rev. Let. 1964. Vol. 13, No. 26. P. 789–791. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.789
5. **Shapiro I. I., Pettengill G. H., Ash M. E., et al**. Fourth test of generalrelativity: preliminary results // Phys. Rev. Lett. 1968. Vol. 20, No. 22. P. 1265–1269,https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.20.1265
6. **Shapiro I. I., Ash M. E., Ingalls R.P. et al.** Fourth test of generalrelativity: new radar result // Phys. Rev. Lett. 1971. Vol. 26, No. 18. P. 1132–1135,https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.26.1132
7. **Reasenberg R. D., Shapiro I. I., MacNeil P. E. et al.** Viking relativity experiment —verification of signal retardation by solar gravity // Astrophysical Journal, Part 2. 1979. Vol. 234. P. L219–L221, https://doi.org/10.1086/183144
8. **Ballmer S., Márka S., Shawhan P.** Feasibility of measuring the Shapiro time delayover meter-scale distances. // Classical and Quantum Gravity. 2010. Vol. 27, No. 18. 185018.https: // doi org/10.1088/0264-9381/27/18/185018
9. **Feng G., Huang J.** A geometric optics method for calculatinglight propagation in gravitational fields. //Optik. 2019. Vol. 194, 163082,https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.163082
10. **Feng G., Huang J.** An optical perspective on the theory of relativity -I: Basic concepts and the equivalence principle.//Optik. 2020. Vol. 224. 165686.https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165686
11. **Feng G., Huang J.** An optical perspective on the theory of relativity - II:Gravitational deflection of light and Shapiro time delay.//Optik. 2020. Vol. 224. 165685. https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165685
12. **Romer M.** On the Motion of Light //Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1677. Vol. XII. P.397-398.https://archive.org/stream/philosophicaltra02royarich#page/397/mode/1up (дата обращения 30.10.2022)
13. **Меллер К.** Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975. 400 с.
14. **Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.** Гравитация. Т. 1, М.: Мир, 1977, 480 с.
15. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. В 10 т. Т. 2. Теория поля. М.: Физматлит, 2003. 536 с.
16. **Weyl H.** Zur Gravitations theorie// Annalen der Physik. 1917. Vol. 359. No. 18. P. 117–145. https://doi.org/10.1002/andp.19173591804
17. **Паули В.**Теория относительности. М.: Наука, 1991, 328 с.
18. **Турышев С. Г.** Экспериментальные проверки общей теории относительности: недавние успехи и будущие направления исследований // УФН. 2009. Т. 179, № 1. С. 3–34.

https://doi.org/10.3367/UFNr.0179.200901a.0003
19. **Frolov V. P.** Generalized Fermat's principle and action for lightrays in a curved spacetime. // PhysicalReviewD. 2013. Vol. 88, No. 6. 064039.https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.064039
20. **Денисов М. М., Зубрило А. А.** Исследование распространения лазерного импульса во вращающейся системе отсчета // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 6. С. 11–14.
21. **Dyson F. W., Eddington A. S., Davidson C.** Determination of the Deflectionof Light by the Suns Gravitational field, from Observations made at the TotalEclipse of May 29, 1919 // Philosophical Transactions of the Royal Society A:Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1920. Vol. 220, P. 291-333.https://doi.org/10.1098/rsta.1920.0009
22. **Пуанкаре А.** Теория фуксовых групп // Об основаниях геометрии. Сб. классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей. М., 1956, С. 304–306.
23. **Черников Н. А.** Преобразование Боголюбова и планиметрия Лобачевского // Письма в ЭЧАЯ. 2006, Т. 3. №1. С. 7–16.
24. **Малыкин Г. Б.** Эффект Саньяка. Корректные и некорректные объяснения // УФН.2000. Т. 170. № 12. С. 1325–1349. https://doi.org/10.3367/UFNr.0170.200012c.1325
25. **Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.** О неправильных формулировках принципа эквивалентности // УФН. 1996. Т. 166, № 1. С. 81–88. DOI 10.3367/UFNr.0166.199601d.0081

References

1. **Fock V.** The Theory of Space, Time and Gravitation; 2nd ed. Pergamon Press, 1969. DOI 10.1016/C2013-0-05319-4
2. **Logunov A., Repyev A.** Lectures in Relativity and Gravitation: A Modern Look. Pergamon Press, 1991.
3. **Petkov V.** Chapter 7. Propagation of Light in Non-Inertial Reference Frames. In: Relativity and the nature of spacetime. The Frontiers Collection. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009. Pp. 183–220. DOI 10.1007/978-3-642-01962-3
4. **Shapiro I. I.** Fourth Test of General Relativity. Phys. Rev. Let., 1964, vol. 13, no. 26, pp. 789–791. DOI 10.1103/PhysRevLett.13.789
5. **Shapiro I. I., Pettengill G. H., Ash M. E. et al.** Fourth test of general relativity: preliminary results. Phys. Rev. Lett., 1968, vol. 20, no. 22, pp. 1265–1269. DOI 10.1103/PhysRevLett.20.1265
6. **Shapiro I. I., Ash M. E., Ingalls R.P. et al.** Fourth test of general relativity: new radar result. Phys. Rev. Lett., 1971, vol. 26, no. 18, pp. 1132–1135. DOI 10.1103/PhysRevLett.26.1132
7. **Reasenberg R. D., Shapiro I. I., MacNeil P. E. et al.** Viking relativity experiment —verification of signal retardation by solar gravity. Astrophysical Journal, Part 2, 1979, vol. 234, pp. L219–L221. DOI 10.1086/183144
8. **Ballmer S., Márka S., Shawhan P.** Feasibility of measuring the Shapiro time delay over meter-scale distances. Classical and Quantum Gravity, 2010, vol. 27, no. 18, 185018. DOI 10.1088/0264-9381/27/18/185018
9. **Feng G., Huang J.** A geometric optics method for calculating light propagation in gravitational fields. Optik, 2019, vol. 194, 163082. DOI 10.1016/j.ijleo.2019.163082
10. **Feng G., Huang J.** An optical perspective on the theory of relativity -I: Basic concepts and the equivalence principle. Optik, 2020, vol. 224, 165686. DOI 10.1016/j.ijleo.2020.165686
11. **Feng G., Huang J.** An optical perspective on the theory of relativity - II: Gravitational deflection of light and Shapiro time delay. Optik, 2020, vol. 224, 165685. DOI 10.1016/j.ijleo.2020.165685
12. **Romer M.** On the Motion of Light [Online]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1677, vol. XII, pp. 397–398. URL: https://archive.org/stream/philosophicaltra02royarich#page/397/mode/1up.
13. **Møller C.** The theory of relativity. Oxford, Clarendon press, 1972.

14. **Misner C. W., Thorne K. S, Wheeler J. A.** Gravitation. Freemann, San Francisco, 1973.
15. **Landau L. D., Lifshitz E. M.** The Classical Theory of Fields: Volume 2, 4th Edition. Butterworth-Heinemann, 1980. 444 p.
16. **Weyl H.** Zur Gravitationstheorie. Annalen der Physik, 1917, vol. 359, no. 18, pp. 117–145. DOI 10.1002/andp.19173591804
17. **Pauli W.** Theory of Relativity. Pergamon Press, Oxford, England, 1958.
18. **Turyshev S. G.** Experimental tests of general relativity: recent progress and future directions. Physics–Uspekhi, 2009, vol. 52, no. 1, pp. 1–27. DOI 10.3367/UFNe.0179.200901a.0003
19. **Frolov V. P.** Generalized Fermat's principle and action for light rays in a curved spacetime. Physical Review D, 2013, vol. 88, no. 6, 064039. DOI 10.1103/PhysRevD.88.064039
20. **Denisov M. M., Zubrilo A. A.** Study of laser beam propagation in a rotating reference frame. Moscow University Physics Bulletin, 2009, no. 64, pp. 569–572. DOI 10.3103/S0027134909060022
21. **Dyson F. W., Eddington A. S., Davidson C.** Determination of the Deflection of Light by the Suns Gravitational field, from Observations made at the Total Eclipse of May 29, 1919. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1920, vol. 220, pp. 291–333. DOI 10.1098/rsta.1920.0009
22. **Poincaré A.** Teoriya fuksovyh grupp. [Theory of Fuchsian groups]. Ob osnovaniyah geometrii. Sb. klassicheskih rabot po geometrii Lobachevskogo i razvitiyu eyo idej. [On the foundations of geometry. A collection of classical works on Lobachevsky's geometry and the development of its ideas]. Moscow, 1956. Pp. 304–306. (in Russ.)
23. **Chernikov N. A.** Bogoliubov transformation and Lobachevsky planimetry. *Physics of Particles and Nuclei Letters*, 2006, vol. 3, no. 1, pp. 1–6. (in Russ.)
24. **Malykin G. B.** The Sagnac effect: correct and incorrect explanations. Physics–Uspekhi, 2000, vol. 43, no. 12, p. 1229. DOI 10.1070/PU2000v043n12ABEH000830
25. **Logunov A. A., Mestvirishvili M.A., Chugreev Yu. V.** On incorrect formulations of the equivalence principle. Physics–Uspekhi, 1996, vol. 39, no. 1, pp. 73–79. DOI 10.1070/PU1996v039n01ABEH000128

Информация об авторе

Войтик Виталий Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики с курсом информатики

Information about the Author

Vitaliy V. Voytik, Cand. Ph.-M. Sc., Associate Professor of the Department of Medical Physics with a course in computer science, Bashkir State Medical University

Статья поступила в редакцию 24.09.2022; одобрена после рецензирования 09.11.2022; принята к публикации 09.11.2022

The article was submitted 24.09.2022; approved after reviewing 09.11.2022; accepted for publication 09.11.2022